

概念多元表征的教学设计对概念学习的影响

唐剑岚

(广西师范大学 数学科学学院, 广西 桂林 541004)

摘要:直接学抽象的数学概念是很困难的,用数学概念的多元表征学习数学概念是一种新理念和策略.就概念学习过程的认知负荷而言,高低水平学生之间没有显著差异;就概念学习的效果与效率而言,高水平学生显著好于低水平学生.学生水平和教学设计方式是影响学习过程与结果的显著因素;与静态组比较,动态组的教学设计方式更能改善学生的认知负荷和理解成绩,且动态书面组的教学设计方式最有利于高水平学生学习,动态教师组的教学设计方式最有利于低水平学生学习.

关键词:多元表征;数学概念;教学设计;认知负荷;三角验证

中图分类号:G421 **文献标识码:**A **文章编号:**1004-9894(2010)02-0028-06

1 引言

表征是指在认知对象不在的情况下,替代这个认知对象的任何符号或符号集^[1].表征本质上是表征对象的替代.数学表征是数学学习对象的一个替代.数学多元表征是指数学学习对象的多种表征形式.这包括两层含义:其一,同一数学学习对象必须具有言语化和视觉化两种本质不同的表征;其二,数学学习对象的表征形式至少具有两种或两种以上^[2].数学多元表征的最初含义来自20世纪60年代初英国数学家迪因斯(Z. P. Dienes)提出的多元具体化原则(multiple embodiment principle),即呈现学习者某一数学学习对象的具体实物模型或物理情境的各种变式,帮助他们从这些变式中抽象出数学结构^[3].从数学特征来说,数学是模式或模型^[4].数学学习对象绝大多数是模式,是思维产物、抽象的模式.用多个模型学习数学,不仅能学到多个模型,更重要的是通过这种载体间接地学到数学思想和方法^[5].从多元表征的视角看,模型、模式实质是各种表征形式.模式化实质是通过具体的表征(数、形、模式本身)来解释、描述或建构更复杂、抽象的模式.从古代用结绳计数到当今用计算机学习数学,其实就是一种向或用多元表征/多元模式学习数学.自90年代末来,用多元表征学习数学成了美国学校数学教育的原则和标准之一^[6].随着信息技术融入数学教育中,用多元表征学习数学成了国际数学教育心理(PME)研究的主题.我们认为,向或用多元表征学习数学是一种重要学习数学的理念或策略^[2].

数学概念,无论是它的构成要素,还是它的两重性^[7],都具有多元表征形式^[2].大量研究表明,直接学抽象的数学概念是很困难的,向或用数学概念的多元表征学习数学概念

不失是一种新理念和有效策略.然而数学多元表征是“双面刃”,对数学学习是一股强大动力,但也可能因不恰当的教学设计而导致过多的认知负荷,成为阻力^[2].这表明,数学多元表征的教学设计对数学学习有着深刻影响.而究竟有多大程度的影响,究竟对谁有影响,目前研究者主要采用口语报告或个案研究等方法对这些问题进行了探讨^[8].我们将从理论、方法、内容上突破以往研究框架,运用实验、调查、个案访谈相结合的三角验证方法,探讨数学概念多元表征的4种教学设计对数学概念学习的影响,为数学概念的教学提供理论与实践的参考.

2 研究方法

2.1 学习材料

学习材料来自人教社出版的全日制普通高级中学教科书(必修)高一内容“1.3 函数的基本性质:函数的单调性”的改编.函数的单调性是中学教材第一次用数学符号语言刻画函数性质的形式化定义,为进一步学习函数其它性质和具体函数性质提供了方法论依据.

我们曾研究过15个“函数的单调性”教学案例(这些案例来自南京、广西的不同层次中学教师的真实课堂实录、录像以及教案、课件等资料),发现即使是省级重点中学的高一学生,理解函数单调性的形式化定义也有一定的困难,这说明函数单调性本身很难.另外,该学习内容含有较多的多元表征,比较适合研究.该课重点是单调函数的概念、函数单调性的判断及证明;难点是对单调函数概念的形式化定义的理解和如何运用函数单调性的定义证明函数的单调性.一般而言,函数的单调性需要3节课完成,本实验的内容是第一节课,其中涉及到的概念主要有:增函数、

收稿日期:2009-12-21

基金项目:广西教育科学“十一五”规划重点课题——信息技术与中学数学教学整合的理论与实证研究(桂教科学(2008)2号);广西师范大学博士科研启动基金(科研(2008)35号)

作者简介:唐剑岚(1974—),男,湖南永州人,博士,副教授,硕士生导师,主要从事数学教学论、数学教育技术与心理研究.

减函数、单调性、单调增区间和单调减区间。根据优化数学多元表征学习的教学设计原则^[2]，本研究对这些概念的多元表征进行不同形式的教学设计，考察其对不同水平学生学习的影响。从两个维度界定各种教学设计特征：其一，从学习材料中多元表征的信息结构维度，将学习材料区分为两类：只具有静态表征的学习材料（记为静态组）和将静态组学习材料的某些表征动态化（记为动态组）；其二，从教学策略水平维度来分，将教学策略分为两类：书面语言暗示、提示和提问等（记为书面组）和教师语言暗示、提示和提问等（记为教师组）。静态表征是指存在于数学教材或学习材料中叙述或描绘数学学习对象的各种表征，譬如数学概念的书面表征、符号表征、图像表征、数值表征等；动态表征是指将数学学习对象的静态表征动态化，譬如教师运用动画演示某个单调函数图像上升与下降的过程。书面语言暗示、提示和提问等，作为促进或增强学生积极加工表征的策略，其本身也作为一种书面表征静态呈现于学习材料中。教师语言暗示、提示和提问等，作为促进或增强学生积极加工表征的策略，其本身也作为一种声音表征适时呈现在学习过程中，譬如教师在运用动画演示某个单调函数图像上升与下降过程的同时，还运用语言强调某个区间上的图像变化情况。上面两个维度分别组合形成4种不同水平的教学设计方式或学习条件：静态书面组、静态教师组、动态书面组和动态教师组。

2.2 评估材料

（1）学习过程的评价材料，主要考察学生在学习过程中所感受的认知负荷。这里采用 Paas 等的“心理努力量表”来评估认知负荷。该量表简单^[9-10]，且具有较高的信度和效度。考虑到中国人的习惯，本研究将量表的表述适当调整为：“请你谈谈为了学习上面内容，你付出了多少心理努力（或学习吃力程度）：要求学生从“非常非常少”到“非常非常多”7个选项中选择一个（量表只有一个问题，放在学习最后的小问卷中的第一个问题）。

（2）学习结果的测评试题，主要考察学生对概念的学习效果与学习效率两个方面。

学习效果包括概念理解和概念运用两种效果。理解效果的测试题是判断题和填写概念图两类题目，运用效果的测试题是一个解答题（运用概念判断并说明单调性的题目）。经过3名有经验的教师评估，判断题、填写概念图和解答题这3类题目难度、信度与效度分别为：判断题为0.63、0.82与0.89，填写概念图为0.56、0.78与0.83，解答题为0.76、0.85与0.87。3类题目的评分标准是：判断题的评分标准是每答对1题得1分，共4分；填写概念图的评分标准是每填对1空得1分，共4分；解答题评分标准是：没有任何步骤，解答不出来，得0分；给出一步正确步骤（包括结果不正确）得1分；给出两步正确步骤（包括结果不正确）得2分；其余类推，本题共6分。

学习效率包括概念理解和概念运用两种效率。研究表明，单纯运用认知负荷或测试成绩来反映教学设计的意义与价值是不够的，两者结合才能提供充分信息^[2, 9]。因此，本研究采用新的效率计算公式： $E = \frac{Z_{表现} - Z_{心智努力}}{\sqrt{2}}$ 。本公式说明，

对于某一特定的学习任务，若一个学生取得的成绩越好，但他所付出的心理努力也越多，那么这个学生的学习效率不一定高，对于整个班级而言，这样的教学设计意义并不大；若一个学生取得的成绩越好，但他所付出的心理努力却并不多甚至较少，那么这个学生的学习效率就越高，对于整个班级而言，这样的教学设计意义就很大。在此， $Z_{表现}$ 表示学生后测成绩的标准Z分数； $Z_{心智努力}$ 表示认知负荷的标准Z分数。

（3）附加评估材料。为了定性了解各种教学设计对不同水平学生学习过程的影响，本研究在学习测试材料中嵌入了评估学习材料和教学策略价值与意义的几个问题。

2.3 被试

被试来自桂林市某县中学高一年级2个班，共137人。根据被试中考成绩与单元测试（第一单元）成绩之和的平均值作为评价学生水平指标，将大于平均成绩的被试视为高水平组，将小于平均成绩的被试视为低水平组。其中高水平组为69人，低水平组为68人，经过t检验，两组之间差异显著，然后分别把高、低水平被试平均分配到4种学习条件下。根据数据收集情况，最后得到有效被试122名的数据，其分布情况为：静态书面组、静态教师组、动态书面组、动态教师组的高水平学生人数分别是15、16、15、15，而各组低水平学生人数分别是15、15、16、15。

2.4 实验设计

本实验采用2×4×2的3因素混合设计，其中自变量有：

（1）组间变量：学生水平A，分为高水平组（A1）和低水平组（A2）；教学设计方式B，分为静态书面组（B1）、静态教师组（B2）、动态书面组（B3）、动态教师组（B4）4种水平。（2）组内变量C：概念学习效果的类型，即概念理解（C1）和概念运用（C2）。

因变量有：（1）概念学习的过程变量：认知负荷。（2）概念学习结果变量：学习效果的反应量——概念理解成绩和概念运用成绩；学习效率的反应量——概念理解效率和概念运用效率。

2.5 实验程序

本研究先在桂林市某个中学进行了预实验，发现学习材料格式设计存在问题（譬如预实验材料设计不很适合学习者阅读等）和实验过程中存在人为因素后，通过与实验教师认真交流，待实验教师熟练实验流程与注意事项后进行正式实验。

在正式实验中，实验开始时，主试（受过培训的教师和本人）针对不同组采用指导语说明实验要求。譬如，对

静态组的指导语为：“今天我们要对同学们进行一项数学学习情况测试，为今后教学提供依据。首先，请同学们认真学习发下来的学习材料。学习过程中请尽量理解学习内容，接着填写学习材料的问卷，限制在 25 分钟内完成学习材料与 5 分钟内完成问卷。然后测试同学们的学习情况，时间为 25 分钟。”指导语交待完后，发下学习材料，分发时材料先反扣桌面上，等全部发完后，由主试发出“开始”的指令后，被试开始学习，计时开始。实验中，由主试统一施测，再由班主任或任课老师负责考试纪律等无关变量，确保实验的严格进行。25 分钟后，要求学生做评估学习过程的问卷，5 分钟后收回学习材料；休息 2 分钟后，分发测试材料，分发时也先反扣桌面上，再统一施测，25 分钟后收回测试卷。

2.6 数据分析

全部数据在 SPSS 15.0 软件中进行分析与处理。

3 实验结果与分析

3.1 影响学习过程中认知负荷的因素分析

由于认知负荷的评估工具是嵌入在学习材料的后面，学习后马上要求学生评估。因此，不考虑学习效果类型对认知负荷的影响，只考虑学生水平和教学设计方式对认知负荷的影响。

通过教学设计方式和学生水平对认知负荷影响的二因素方差分析，结果见表 1。从表 1 得到，学生水平在认知负荷上的主效应没有达到显著水平 ($F=0.040$, $P>0.05$)；教学设计方式在认知负荷上的主效应达到显著水平 ($F=22.343$, $P<0.05$)；学生水平与教学设计方式在认知负荷上的交互作用没有达到显著性差异 ($F=2.175$, $P>0.05$)。

表 1 学生水平和教学方式对认知负荷影响的方差分析

变异来源	总方差 (SS)	自由度	均方 (MS)	F
学生水平 A	0.030	1	0.30	0.040
教学设计方式 B	108.965	3	36.322	22.343*
A×B	4.877	3	1.626	2.175

注：*表示 $p<0.05$ ，**表示 $p<0.01$ ，***表示 $p<0.001$ 。以下同。

从表 1 看出，教学设计方式是影响认知负荷的显著因素，而学生水平不是影响认知负荷的显著因素，且教学设计方式和学生水平两个因素不产生交互影响。通过在教学设计方式的主效应上进行事后多重比较发现，4 种教学设计方式引起高低水平学生的认知负荷为：对于高水平学生而言，从低到高排列依次为：静态书面组、静态教师组、动态教师组、动态书面组；对于低水平学生而言，从低到高排列依次为：静态书面组、静态教师组、动态书面组、动态教师组。且静态书面组与静态教师组、动态教师组、动态书面组分别比较均有显著性差异 ($P<0.001$)，静态教师组与动态教师组、动态书面组分别比较有显著性差异 ($P<0.001$)，而动态教师组

与动态书面组之间无显著性差异 ($P=0.431$)。以上说明，比较静态组、动态组的教学设计能显著降低学生在数学概念学习过程中的认知负荷，且动态书面组的教学设计方式最有利于降低高水平学生的认知负荷，动态教师组的教学设计方式最有利于降低低水平学生的认知负荷。

3.2 影响学习效果的因素分析

学习效果，即学生在测试中表现出来的概念理解与概念运用成绩。因为认知负荷作为过程变量，没有与学习效果的类型一起测试，故不考虑认知负荷影响学习效果这个因素，只考虑学生水平、教学设计方式和效果类型这 3 个因素。通过学生水平、教学设计方式和效果类型对学习效果的重复测量方差分析，得到表 2。

表 2 影响学习效果的各因素方差分析

变异来源	总方差 (SS)	自由度	均方 (MS)	F
学生水平 A	7.56	1	7.56	5.362*
教学设计方式 B	28.01	3	9.34	6.63***
A×B	3.99	3	1.33	0.94
效果类型 C	164.06	1	164.06	312.20***
A×C	0.46	1	0.46	0.87
B×C	4.53	3	1.51	2.88*
A×B×C	2.27	3	0.76	1.44

从表 2 看到，学生水平、教学设计方式、效果类型的主效应都达到显著水平 ($F=5.36$, $P=0.022<0.05$; $F=6.63$, $P<0.001$; $F=312.196$, $P<0.001$)。学生水平与教学设计方式的交互作用不显著 ($F=0.94$, $P=0.422>0.05$)，学生水平与效果类型的交互作用不显著 ($F=0.87$, $P=0.354>0.05$)，学生水平、教学设计方式与效果类型 3 者的交互作用不显著 ($F=1.44$, $P=0.234>0.05$)，而教学设计方式与效果类型的交互作用显著 ($F=2.88$, $P=0.039<0.05$)。

从以上分析得，学生水平、教学设计方式和效果类型都是影响学习效果的显著因素。教学设计方式对学习效果的还因效果类型的不同而不同。通过在学生水平的主效应上进一步分析表明：高水平学生概念理解成绩好于低水平学生且差异显著 ($t=2.18$, $p=0.031$)，概念运用成绩好于低水平学生但无显著差异 ($t=1.45$, $p=0.149$)。这说明，高水平学生的概念理解成绩显著好于低水平学生。进一步通过对教学设计方式与效果类型对学习效果的交互作用做简单效应分析，得到如表 3 的结果。

表 3 不同教学设计下的学习效果 (M±SD)

	静态书面	静态教师	动态书面	动态教师
概念理解	3.37±1.0	3.61±0.95	4.48±1.06	4.27±1.01
概念运用	1.93±0.91	2.26±1.00	2.45±1.09	2.53±0.94

从表 3 看出，教学设计方式对概念运用的影响没有显著差异 ($F=2.20$, $P=0.09>0.05$)，而对概念理解的影响存在非

常显著的差异 ($F=8.38, P<0.001$), 从大到小依次排列为: 动态书面组、动态教师组、静态书面组、静态教师组。通过事后多重比较发现, 动态书面组与静态书面组、静态教师组之间比较有显著性差异 ($P=0.0; p=0.008$), 动态教师组与静态书面组之间比较有显著性差异 ($P=0.007$), 而其余分别比较均无显著性差异。以上说明, 就学习效果而言, 比较静态组、动态组的教学设计能显著提升学生概念理解成绩, 而对概念运用成绩没有产生显著影响; 且动态书面组最有助于概念理解, 静态书面组最无助于概念理解。

3.3 影响学习效率的因素分析

由于没有考虑认知负荷对学习效果的影响, 因此只考虑学生水平和教学设计方式对学习效率的影响。根据学习效率的公式, 分别求得理解效率和运用效率。通过教学设计方式和学生水平对学习效率影响的多因素方差分析, 结果见表4。

表4 影响学习效率的各因素方差分析

变异来源	总方差(SS)		均方差(MS)		多变量检验 自由度(df)	F	
	理解	运用	理解	运用		理解	运用
学生水平 A	2.75	1.28	2.75	1.28	1	4.83*	1.95
教学设计方式 B	80.01	56.42	26.67	18.81	3	46.92***	28.62***
A×B	7.32	1.99	2.44	0.67	3	4.29**	1.01

从表4看出, 学生水平在理解效率上主效应达到显著水平 ($F=4.83, P=0.030<0.05$), 在运用效率上主效应未达到显著水平 ($F=1.95, P=0.166>0.05$)。教学设计方式在理解及运用效率上均达到显著水平 ($F=46.92, P=0<0.001; F=28.62, P=0<0.001$)。教学设计方式与学生水平在理解效率上的交互作用达到显著性水平 ($F=4.29, P=0.007<0.01$)。通过对学生水平与教学设计方式在对理解效率的交互作用做简单效应检验, 结果如表5。在理解效率上, 对于高水平学生, 4种教学设计方式对理解效率的影响从大到小依次为动态书面组、动态教师组、静态教师组、静态书面组, 但4种教学设计方式间无显著性差异 ($F=1.641, P=0.190>0.05$)。对于低水平学生, 4种教学设计方式对理解效率的影响从大到小依次为动态教师组、动态书面组、静态教师组、静态书面组, 4种教学设计差异非常显著 ($F=37.52, P=0<0.001$)。

表5 不同教学设计下的数学概念理解效率 ($M\pm SD$)

	静态书面	静态教师	动态书面	动态教师
高水平	-0.86±0.77	-0.15±0.69	1.30±0.68	0.31±1.12
低水平	-1.50±0.46	-0.46±0.53	0.53±0.77	0.81±0.83

表5说明, 就学习效率而言, 比较静态组、动态组的教学设计能显著提高学生概念理解的效率, 而对概念运用的效率没有产生显著影响; 动态书面组的教学设计方式最有利于提升高水平学生的概念理解的效率, 动态教师组的教学设计

方式最有利于提升低水平学生的概念理解的效率。教学设计方式对概念运用的效率似乎看不出优势。

4 讨论

4.1 教学设计方式对认知负荷影响的讨论

认知负荷是指工作记忆系统对某一特定教学内容的信息进行认知加工和保持信息过程中所承受的负荷总量。认知负荷主要来自两个方面: 教学内容本身的难度和不恰当的教学^[10-11]。因此, 探讨教学设计方式对认知负荷的影响, 可以从学习材料和教学策略两个方面来讨论。

就学习材料而言, 静态组与动态组的书面材料完全一样, 不同之处在于动态组还有课件。课件主要将书面材料上的表征动态可视化, 即运用《几何画板》尽可能将概念的多元表征动态联系起来, 这可能优化了多元表征的信息结构。一方面, 动态联系的可视化表征引起了学生的选择性注意, 促进表征系统的相互转换与转译, 从而降低了学生的认知负荷; 另一方面, 动态联系的表征精细描绘了表征的信息元素与整体的关系 (如精细描绘 $y=x^2$ 的图像在某个区间的上升和下降的变化), 使信息元素的交互及其结构关系直观凸显, 大大降低了表征自身的认知负荷^[12]。也就是说, 比较静态组, 动态组的多元表征信息结构相对优化, 有利于降低学生的认知负荷。

值得指出的是, 在呈现学习材料时, 没有引起国外研究者指出的“冗余效应”和“分散注意效应”^[13]。其可能原因是: 对前者而言, 因为课件的动态表征重复了书面材料的静态表征, 可能会让学生感到信息是冗余的, 导致认知负荷的增加, 但实际并没有增加: 其一, 当呈现课件时, 学生的注意力主要集中到课件上; 其二, 即使存在这种效应, 也被课件的动态联系的多元表征弥补了^[14]。对后者而言, 因为学生在注意书面材料上表征的同时, 又注意课件上的表征, 这可能会引起分散注意; 但在实验过程中, 据我们的实验观察, 当实验教师提出让学生看课件时, 学生的注意基本上集中到课件了。所以这两个效应没有出现, 当然这只是推测, 有待进一步探讨。

就教学策略而言, 与静态组相比, 动态组的教学策略多了课件促进或增强、教师促进或增强。这些教学策略的适时出现, 也许会干扰学生认知加工而增加认知负荷, 但由于本身是促进或增强认知加工的, 从而弥补了因干扰引起的认知负荷。另外, 动态教师组对高水平学生来说, 可能会引起“冗余效应”, 损伤他们的认知, 因而动态书面组教学设计更加适合他们。

另外, 通过对附加材料的分析和对部分学生的访谈, 进一步获得了学生认知负荷的如下信息。(1) 大多数学生认为学习材料本身对他们有较大的帮助, 且高、低水平学生的评价基本一致。归纳学生的看法, 认为有较大帮助的主要原因是: 内容有趣、贴近生活、通俗易懂、结构简明、思路清晰、

图文并茂、有助于思考等。而认为有较小帮助的主要原因是：没有例题，也没有反馈，学完后不知道有没有效果；有的地方太简单，譬如对定义解释太少，理解定义还是有点吃力。

(2) 大多数学生认为学习材料的提示、暗示等对他们有较大的帮助，且高、低水平学生的评价基本一致。归纳学生的看法，认为有较大帮助的主要原因是：很新鲜、提示思路与方法、指明思考方向、促进思考等。而认为有较小帮助的主要原因是：有时有些多余，因为我想到了这样思考；虽然有点帮助，但没有时间按照提示那样思考，心有余而力不足；从没碰上这样的书面提示等，不太习惯。(3) 教师的提示或强调等对不同水平的学生有不同的意义与价值，比较高水平学生，很多低水平学生认为其有大帮助，说明低水平学生比较看好教师的提示或强调，而高水平学生主要持中立态度。归纳学生的看法，认为有较大帮助的主要原因是：教师强调能引起注意、突出重点，提示及时指明方向，促进思考等。而认为有较小帮助的主要原因是：学习材料中已有提示，教师再提示有些多余，不太习惯这种学习。(4) 大多数学生认为课件的动态演示和提示等对学习有大帮助。归纳学生的看法，认为有较大帮助的主要原因是：动态变化能吸引注意力、直观形象、不用费多大劲就能理解，但有时需要动态演示反复几次才能看得更加明白，提示及时，指明方向、促进思考等。而认为有较小帮助的主要原因是：图形已很直观，没有必要再动态演示；学习材料中有提示，课件再提示有些多余；不太习惯这种学习。同时也发现，虽然课件动态演示和提示有较大帮助，但对少数高水平学生可能存在“冗余效应”。

4.2 学生水平等对概念学习效果影响的讨论

学生水平对学习效果有显著影响，且比较低水平学生，高水平学生的概念理解成绩显著好。在本研究中，学生水平是依据学生的中考成绩与单元测试（第1单元）成绩之和的平均值作为评价指标，高低组的原有水平是存在显著差异的。因此，学生水平对学习效果有显著影响。

教学设计方式对学习效果产生了显著影响。从理论上说，无论从学习材料的信息结构，还是教学策略的水平，4种教学设计方式对学习效果的影响从小到大排列依次为静态书面组、静态教师组、动态教师组、动态书面组。就学习材料而言，静态组与动态组的书面材料完全一样，不同之处在于动态组还有课件辅助。动态组中的动态联系的多元表征信息结构以及课件、教师促进策略，都有益于促进学生深度理解。因此，动态组教学设计产生的理解效果好于静态组。另外，这也可以从前面学生的表现看出。

效果类型也对学习效果产生了显著影响，即不同的学习效果对应于不同的教学设计，不同目标层次的教学设计导致不同层次的学习目标。这与研究假设一致。因为本研究的学习目标是定位于数学概念理解的层面，而没有涉及到概念运用层面。考察效果类型，其目的在于考察4种教学设计能否引起学生将概念理解迁移到概念运用。从结果看来，4种教

学设计方式还不能引起学生将概念理解迁移到概念运用中。如何促进这方面的迁移，有待进一步研究。

学生水平、教学设计方式和效果类型3者交互作用中，只有效果类型与教学设计方式的交互作用显著。进一步分析得到，教学设计方式只显著影响了概念理解，对概念运用却无显著影响。这进一步说明，教学设计的方式与不同学习目标相对应。一方面，概念运用与概念深层理解相关。如果概念运用灵活，学生必定对概念理解有一定深度。但从表3看出，即使是高水平学生的理解成绩（最高分为4.48，总分为8分）还只是达到中等程度，这说明学生没有达到较深层次的理解。另一方面，概念运用与概念学习的程度相关，特别需要学习概念运用的例子。从学习材料看，材料没有学习运用概念解决问题的例子，也没有反馈学生学习的情况，正如学生在学习附加材料时提到的那样：“不知道学习效果，也不知道如何运用概念……”这与常理一致：即使理解了数学概念，但若缺失例题学习和变式训练，灵活运用和迁移也是很弱的。

综上可得：高水平学生显著好于低水平学生，教学设计的方式与不同学习目标是相对应的。

4.3 学生水平与教学设计方式对学习效率影响的讨论

从以上界定的学习效率来看，学习效率的高低是由认知负荷和学习表现（在此是概念理解和运用的成绩）决定的。根据4.1和4.2的分析与讨论，虽然高低水平学生的认知负荷没有显著差异，但在学习效果上，高水平学生的概念理解成绩显著好于低水平学生；由学习效率公式可得，高水平学生的概念理解效率也显著高于低水平学生。

教学设计方式与学生水平的交互作用对概念理解效率产生了显著影响。同样由学习效率公式可得：动态书面组对提升高水平学生概念理解效率最明显，动态教师组对提升低水平学生概念理解效率最明显。

综上，就学习效率而言，高水平学生显著高于低水平学生；动态书面组最有利于提升高水平学生理解效率，动态教师组最有利于提升低水平学生理解效率。

5 结论与建议

5.1 学生水平在数学概念学习中的作用与建议

就概念学习过程的认知负荷而言，高低学生水平之间没有显著差异；就概念学习的效果与效率而言，高水平学生显著好于低水平学生。在优化概念多元表征学习的教学中，除了尽量优化教学信息以降低认知负荷外，还应改善教学策略以充分激活和调动学生原有的知识经验，使其投入到学习过程中。

5.2 教学设计方式在数学概念学习中的作用与建议

不同教学设计方式对不同水平学生概念学习结果产生不同程度的影响。相对而言，动态书面组的教学设计方式最有利于高水平学生概念学习，而动态教师组最有利于低水平学生概念学习。所以在数学概念教学中，为了保证所有学生

取得较好的学习结果，除了优化多元表征信息结构外，更加促使学生深层内化多元表征信息结构、达到深度理解。需要改善教学策略，促进或增强学生深度意义的学习参与，

[参 考 文 献]

- [1] 艾森克 M W, 基恩 M T. 认知心理学[M]. 高定国译. 上海: 华东师范大学出版社, 2002.
- [2] 唐剑岚. 数学多元表征学习及教学[M]. 南京: 南京师范大学出版社, 2009.
- [3] Dienes Z P. An Example of the Passage from the Concrete to the Manipulation of Formal Systems [J]. Educational Studies in Mathematics, 1971, (3): 337–352.
- [4] 李文林. 数学史概论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.
- [5] [苏]弗利德曼. 中小学数学教学心理学原理[M]. 陈心五译. 北京: 北京师范大学出版社, 1987.
- [6] 全美数学教师理事会. 美国学校数学教育的原则和标准[M]. 蔡金法译. 北京: 人民教育出版社, 2004.
- [7] 李士琦. PME: 数学教育心理[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2001.
- [8] 唐剑岚. 国外关于数学学习中的多元外在表征的研究述评[M]. 数学教育学报, 2008, 17 (1): 30–34.
- [9] Paas F, Renkl A, Sweller J. Cognitive Load Theory and Instructional Design: Recent Developments [J]. Educational Psychologist, 2003, (1): 1–4.
- [10] 唐剑岚, 周莹. 认知负荷理论及其研究的进展与思考[J]. 广西师范大学学报(哲学社会科学版), 2008, (2): 75–83.
- [11] 唐剑岚, 喻平, 周莹. 增加样例学习中的认知负荷的研究及思考[J]. 心理科学, 2009, (3): 661–665.
- [12] Seufert T, Jnen I, Brünken R. The Impact of Intrinsic Cognitive Load on the Effectiveness of Graphical Help for Coherence Formation [J]. Computers in Human Behavior, 2007, (3): 1 055–1 071.
- [13] Van Merriënboer, Sweller J. Cognitive Load Theory and Complex Learning: Recent Developments and Future Directions [J]. Educational Psychology Review, 2005, 17(2): 147–177.
- [14] Schnotz W, Kürschner C. A Reconsideration of Cognitive Load Theory [J]. Educational Psychology Review, 2007, 19(4): 469–508.

Influence of Instructional Design of Multi-representations of Concept on Learning of Mathematics Concept

TANG Jian-lan

(Mathematics Institute of Guangxi Normal University, Guangxi Guilin 541004, China)

Abstract: It's different to learn directly mathematics concept, however it's a new good idea and strategy from/with multi-representations. Using the principles of methodological triangulation (experiment, investigation and interview), the paper probed influence of four instructional designs of multi-representations of concept on learning of mathematics concept. The outcome of the research shows: The student's level and level of instructional design can improve cognitive load and understand achievement significantly. Compared with instructional design of static group, one of the dynamic groups is better in improving the learning process and product, and dynamic-written group was best fit for the learning of high level student, while the dynamic-teacher group was best fit for the low level student.

Key words: multi-representations; mathematics concept; instructional design; cognitive load; methodological triangulation

[责任编辑: 陈汉君]