

直线与平面所成角

【学习目标】

1. 了解直线与平面所成的角的概念；
2. 会用几何法求直线与平面所成角；
3. 会用向量法求直线与平面所成角；
4. 通过直线与平面所成角的综合应用，培养逻辑推理、直观想象、数学运算素养.

【学习重难点】

利用几何法和向量法解决直线与平面所成角问题.

一、知识回顾

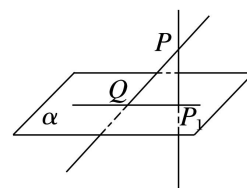
1. 有关概念

斜线：一条直线与一个平面_____，但不和这个平面_____，这条直线叫作这个平面的斜线.

斜足：斜线与平面的_____.

斜线段：斜线上一点与斜足间的线段叫作这个点到平面的斜线段.

射影：过平面外一点 P 向平面 α 引斜线和垂线，那么过斜足 Q 和垂足 P_1 的直线就是斜线在平面内的射影，线段_____就是斜线段 PQ 在平面 α 内的射影



2. 直线与平面所成角

(1) **定义：**平面的一条斜线与它在这个平面内的_____所成的_____.

规定：如果一条直线垂直于平面，那么称它们所成的角是_____；

如果一条直线与平面平行或在平面内，那么称它们所成的角是_____

(2) **取值范围：**直线和平面所成角范围为 $\theta \in$ _____.

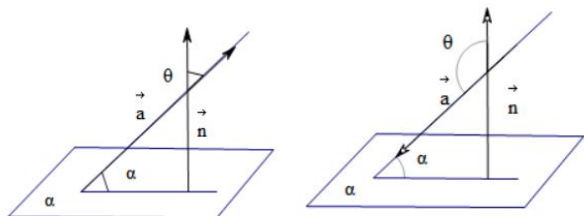
3. 求直线与平面所成角的方法

(1) 定义法：一找、二证、三求

(2) 向量法：

设直线 l 的方向向量为 $\vec{a}$ ，平面 α 的法向量为 $\vec{n}$ ， $\vec{a}$ 与 $\vec{n}$ 的夹角为 θ ， l 与平面 α 所成的角为 α ，则

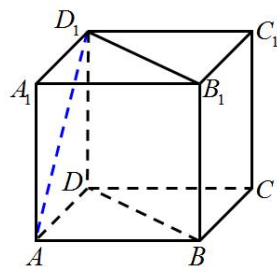
$\sin \alpha =$ _____



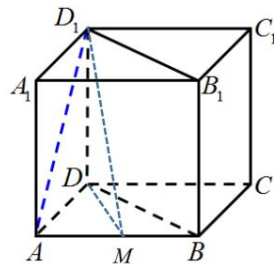
二、活动探究

例 1 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，求：

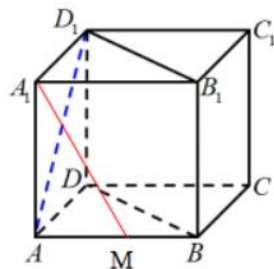
- (1) 直线 AA_1 与平面 $ABCD$ 所成角；
- (2) 直线 AA_1 与平面 BCC_1B_1 所成角；
- (3) 直线 AD_1 与平面 $ABCD$ 所成角；
- (4) 直线 AD_1 与平面 BDD_1B_1 所成角.



变式一：在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，若 M 为 AB 中点，求直线 AD_1 与平面 DD_1M 所成角的正弦值.



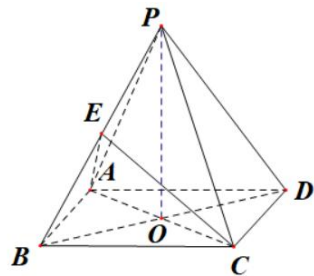
变式二：在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，若 M 为 AB 中点，求直线 A_1M 与平面 BDD_1B_1 所成角的正弦值.



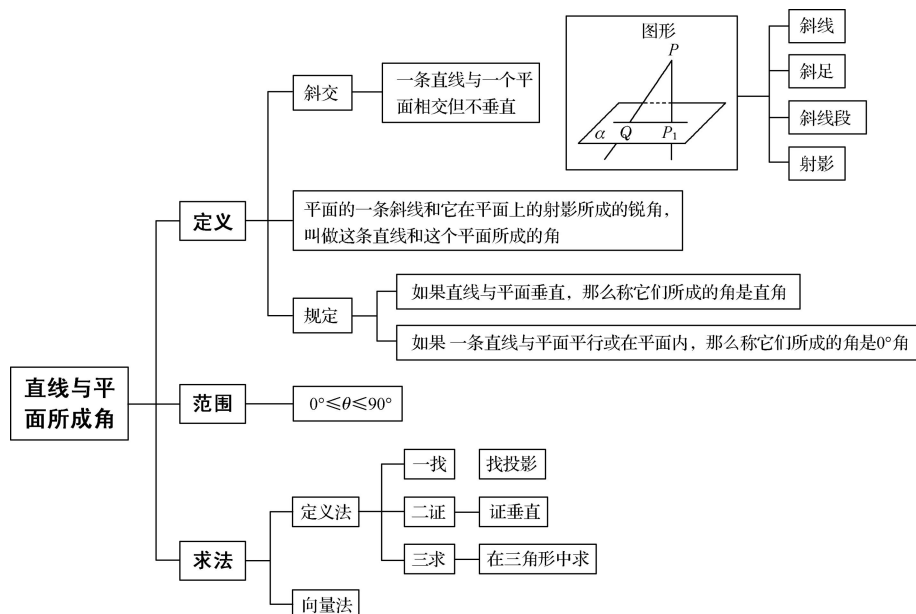
三、直击高考

(2024·上海高考真题) 如图为正四棱锥 $P-ABCD$, O 为底面 $ABCD$ 的中心.

(2) 若 $AP = AD$, E 为 PB 的中点, 求直线 BD 与平面 AEC 所成角的大小.



四、课堂小结

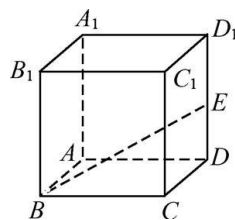


五、课后练习

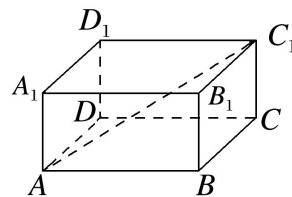
1. 下列说法中正确的是()

- ① 平面的斜线与平面所成的角的取值范围是 $0^\circ < \theta < 90^\circ$;
 - ② 直线与平面所成的角的取值范围是 $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$;
 - ③ 若两条直线与一个平面所成的角相等, 则这两条直线互相平行;
 - ④ 若两条直线互相平行, 则这两条直线与一个平面所成的角相等,
- A. ①④ B. ①②④ C. ③④ D. ②③④

2. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是棱 DD_1 的中点, 则直线 BE 与平面 ABB_1A_1 所成的角的正弦值为_____.



3. 如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=BC=2$ ， $AA_1=1$ ，则 AC_1 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成角的正弦值为_____.



4. 已知正三棱锥的侧棱长是底面边长的 2 倍，则侧棱与底面所成角的余弦值为_____

5. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， $AD \parallel BC$ ， $AB=AD=AC=3$ ， $PA=BC=4$ ， M 为线段 AD 上一点， $AM=2MD$ ， N 为 PC 的中点，
求(1)直线 PC 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值：
(2)直线 AN 与平面 PMN 所成角的正弦值.

