

核心素养视角下的初中数学专题复习课教学

518116 深圳市龙岗区坪地中学 黄悦军 刘明军 田明刚

摘要:数学专题复习课对提升学生数学核心素养有重要影响.笔者对初中数学专题复习课的教育价值进行了分析,提出应从立足课程标准、整合教材资源和研究考情学情三个层面来确定专题复习课的教学内容,在遵循整体性、基础性、主体性和思想性的原则上进行数学专题复习课的教学设计,发展学生的数学核心素养.由此形成的教学策略有情境设置渐进化、体系建构活动化、问题解决模块化.

关键词:数学核心素养;专题复习课;教学设计;教学策略

数学专题复习课是初中数学教学中的重要课型,是对新授课和单元复习课的补充.它以巩固学生所学知识,提高运用知识解决实际问题的能力为主要任务,对优化数学认知结构,提升数学思维能力和数学核心素养都有重要影响.

一、初中数学专题复习课的教育价值

(一)进一步优化学生的数学认知体系

新授课的首要目的是让学生理解和掌握数学基础知识,单元复习课的任务是让学生构建自身章节数学知识体系,掌握数学基本技能.专题复习课则是通过某个知识或元素来链接各单元板块,构建一个更为全面的数学认知网络.例如,初学直角三角形时,通过一系列实验(折纸实验)、观察、猜想、证明等数学活动探究其边角特征关系;研究特殊平行四边形时,通过矩形的性质了解直角三角形斜边中线的基本特征;研究相似三角形时,通过边的对应关系引出三角函数,并求出特殊角的三角函数值,得到几类相似基本模型;研究圆时,通过对圆周角与圆心角关系的探索,得到“直径所对的圆周角等于 90° ”.在研究直角三角形存在性问题时,要在掌握各单元的知识脉络的基础上,通过直角三角形这一几何元素,将各章节有机地整合起来,构建一个更为整体的知识体系,发展逻辑推理素养,如图1所示.

(二)进一步促进学生感悟数学思想

数学思想是对数学本质的认识,它贯穿于数学研究的各个环节.《义务教育数学课程标准》(2011年版)(下文简称《标准》)在课程总体目标中增加了“数学基本思想方法”,凸显了数学思想方法的重要性.专题复习课不仅要优化学生数学认知结构,更要揭示数学知识和技巧背后隐含的思想,让学生进一步感悟数学思想.

(三)进一步发展学生的数学核心素养

数学核心素养发展的本源是数学基础知识.数

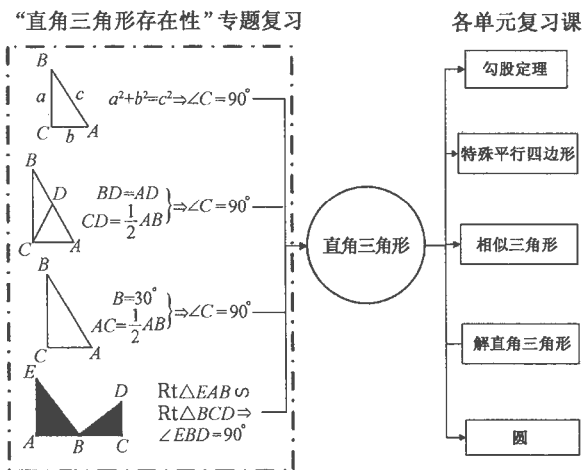


图1

学核心素养的发展要经历知识理解、知识迁移、知识创新三个阶段.^[1]学生在新授课中对新知的把握和基本技能的领悟,将数学核心素养发展到一级水平.单元复习课要求学生在掌握基本知识和技能的基础上,将知识和技能迁移至更为复杂多样的情境中,解决不同问题,将数学核心素养发展到一级和二级水平.专题复习课要求学生在熟练掌握基本技能和技能迁移的前提下,能够对问题进行推广和变式,亲身经历数学化的过程,领悟数学思想方法,发展数学思维的综合性 and 深刻性,将数学核心素养发展到二级和三级水平.新授课、单元复习课和专题复习课中学生数学核心素养发展的水平如文末图2所示.

二、核心素养视角下的初中数学专题复习课的内容

选择什么内容才有价值?这是专题复习课中最根本的问题.专题复习内容不像新授课和单元复习课内容相对单一,它涉及各知识的重难点,侧重于各数学知识板块间的关联,数学知识体系的构建,数学技能的培养以及数学思想方法的渗透.精准地确定专题的内容,对学生优化解题策略,提升思维品质,领悟数学思想,发展数学核心素养有重要影响.

专题复习课内容与目标确定应从三个层面进行思考,如图3所示.

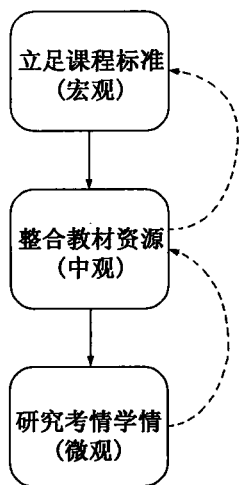


图3 核心素养视角下的初中数学专题复习课的内容确定

(一)宏观层面

立足课程标准,把握专题复习的主体方向,厘清数学核心素养的发展要素,依托《标准》,可从以下两个维度对专题复习课内容的主体方向进行思考.

第一,数学课程内容要反映社会的需要、数学的特点,要符合学生的认知规律.因此,影响专题复习内容及教学目标的因素来自数学、社会和学生三方面.专题复习课在引导学生构建知识体系的同时,还应加深学生对数学与其他学科的联系的认识,体会数学的应用价值.

例题 (2017 深圳)某共享单车前 a 公里 1 元,超过 a 公里的,每公里 2 元,若要使使用该共享单车 50% 的人只花 1 元钱, a 应该要取什么数()

A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

本题考查中位数的定义.问题具有很强的时代背景,贴近学生生活.出题角度新颖,能激发学生兴趣,让学生进一步认识中位数在日常生活应用中.

第二,数学课程内容不仅包括数学的结果,也包括结果形成的过程和蕴含的数学思想方法.专题复习课侧重于感悟、运用数学思想方法,可从数学思想方法选择的角度切入,促进学生利用数学思想方法思考问题,提高学生发现和提出问题、分析和解决问题的能力.

2017 年版高中数学课程标准给出了六大核心素养:数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和数据分析.义务教育阶段的数学核心素养离不开《标准》中提到的八个核心词:数感、符号意识、推理能力、模型思想、几何直观、空间想象、运算能力、数据分析观念.数学抽象在义务教育阶段主要表现为符号意识和数感,推理能力即为逻辑能力,模

型能力即为数学模型,直观想象在义务教育阶段体现的就是几何直观和空间想象.[2]

三维目标是核心素养形成的要素和路径.[3]《标准》要求立足于学生的发展和知识与技能、过程与方法、情感态度价值观三维目标,形成多角度、多层次、多维度的评价点,通过评价全面反映学生的学习情况,并产生有利于学生全面而又个性发展的积极导向作用.总之,专题复习备课和课堂教学实践中,教师应当认真钻研课程标准,准备把握每节课的三维目标.

(二)中观层面

整合教材资源,审视数学内容的整体结构,统领数学核心素养的养成途径.

数学作为一门学科,有严谨的内在逻辑和整体结构.数学教材是数学教学的基本资源,是数学知识的重要载体.由于教材在编排过程中考虑到学生的年龄特征和认知特点,将原本有内在关系整体的数学知识编排到不同年级.因而,在专题复习内容的选择上,要求教师从单一的教学内容或知识点中跳出来,从数学的学科逻辑和教材资源整体结构的角度审视数学知识,形成体系,将其内化为学生的结构化思维.

比如,可以引导学生回顾一次函数、二次函数、反比例函数的研究历程,通过类比归纳,整理研究得出研究函数的思路方法,进而类比研究形如 $y = ax + \frac{b}{x} + c (a \neq 0, b \neq 0)$ 的函数.教师在把握函数整体结构及其研究的内在逻辑上,引导学生聚焦数学问题,提炼数学思想,理解问题解决的数学通法,发展数学思维.

(三)微观层面

研究考情学情,确定专题复习的具体内容,推进数学核心素养落地实施.

中考数学备考的专题复习内容众多,学习资料中罗列了大量的素材,教师在确定专题复习的具体内容时,可借鉴,却不宜照抄照搬,应考虑当地中考试卷的情况,结合所任教班级学生的实际情况,分析学生需要提升的基本技能和核心素养.教师针对这些问题进行归类分层和专题构思,科学合理地编制专题,让学生的数学核心素养在专题复习中得以发展.

笔者在编制“几何变换求线段最值问题”专题复习前,认真阅读了历年深圳中考真题,并做出归类.见文末表 1.

从表 1 可看出,深圳中考对几何变换求线段最值问题的考核较为频繁,且考核的问题背景灵活多变.该题主要考查学生的直观想象、数学抽象、数学建模和逻辑推理素养.学生对“将军饮马”模型较为熟悉,但对该问题背后涉及的数学本质和数学思想却理解得不够透彻,因而对问题情境变式的处理就

显得有些困难. 因此, 该专题复习内容的编制应当由基础模型入手, 深究原因, 通过模型变式, 深刻理解问题背后所隐含的本质和数学思想, 达到融会贯通.

三、教学设计原则

(一) 整体性原则

整体性原则包括两个方面. 一是指对《标准》的整体把握.《标准》对教学有重要的指导作用, 是理解教材、有效教学的依据, 是进行教学设计的起点和归宿, 在依据《标准》把握专题内容的方向后, 需进一步紧扣《标准》, 制定符合《标准》要求的教学目标. 二是指对教材资源的整体把握. 专题复习课要求学生所学知识进行回顾整理, 但又并非对知识点进行简单罗列, 需要教师引导学生从数学内容的整体结构上整合教材资源, 通过某个知识或元素形成有机的知识网络.

(二) 基础性原则

初中数学教学应该以发展每一名学生的数学核心素养为己任, 这要求专题复习课教学设计要面向全体学生, 从大多数学生已有的水平出发设计教学问题、习题以及教学进程, 要注意难度小一点, 起点低一点. 教师应根据本班学生的实际情况在问题、例题、练习等方面有多个层次的设计, 充分调动学生参与复习的积极性.

(三) 发展性原则

发展性原则是指专题复习课要能提升学生的思维水平和解决问题的能力, 以促进数学核心素养的发展为落脚点. 专题复习课的教学设计应从学生的长远和可持续发展的角度出发, 既要充分考虑学生的“最近发展区”, 重视过程和方法, 又要兼顾学生价值观、态度和良好的行为习惯的养成, 应关注学生的发展和学习需要, 尊重学生的个性, 适应不同层次学生的需要.

(四) 主体性原则

复习课堂上最容易出现的问题是教师的主导性太强, 无论是知识、结论和方法的归纳整理, 还是典型例题的讲解均由教师一手包办. 专题复习课上, 学生面对的都是讲过的知识和方法, 他们已经失去了对新知识的好奇. 教师应给每个层次的学生提供平等的表现机会, 保证学生都能积极主动地参与教学活动. 只有充分发挥学生学习的主体作用, 调动学生的自主性和积极性, 才能起到良好的复习效果.

(五) 思想性原则

数学基本思想是数学发展所依赖和所依靠的思想, 是六大数学核心素养的基础和本质体现, 也是六大核心素养所要突显、表达和传递的真谛.^[4] 数学学习过程中涉及到的数学思想方法, 会使学生终身受

益. 专题复习课通过对某个知识点或者元素的反思和总结来链接各章节, 更应强调突出数学思想方法. 专题复习课的教学设计应把思想方法渗透纳入教学目标, 在复习中渗透思想方法, 通过精心设计问题情境, 提供数学思想方法, 引导学生运用数学思想方法.

四、教学策略

(一) 情境设置渐进化: 聚焦数学问题表征, 揭露数学问题本质

专题复习教学设计的基础性和发展性决定了情境设置必须典型且有层次. 典型是指情境的设置必须能体现数学问题的本质, 有层次是指情境在认知操作上层层深入、梯度明显、螺旋式上升. 通过不同角度、不同层次、不同情形、不同背景等非本质特征对问题情境进行变更, 揭露数学问题的本质特征, 提高学生对数学知识的运用水平和迁移水平.

例如, 笔者在编制“几何变换求线段最值问题”专题复习时, 设置了以下三个问题情境.

问题情境 1 要在街道旁修建一个奶站, 向居民区 A、B 提供牛奶, 奶站应建在什么地方, 才能使 A、B 到它的距离之差最短? 小聪根据实际情况, 以街道旁为 x 轴, 建立了如图 4 所示的平面直角坐标系, 测得 A 点的坐标为 $(0, 3)$, B 点的坐标为 $(6, 5)$, 假设供奶站为点 P, 则从 A、B 两点到奶站距离之差 $|AP - BP|$ 的最大值为_____.

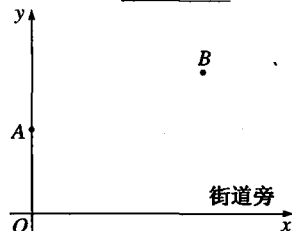


图 4

问题情境 2 要在街道旁修建一个奶站, 向居民区 A、B 提供牛奶, 奶站应建在什么地方, 才能使 A、B 到它的距离之差最短? 小聪根据实际情况, 街道旁为 x 轴, 建立了如图 5 所示的平面直角坐标系, 测得 A 点的坐标为 $(0, -3)$, B 点的坐标为 $(6, 5)$, 假设供奶站为点 P, 则从 A、B 两点到奶站距离之差 $|AP - BP|$ 的最大值为_____.

问题情境 3 (2014 年深圳中考真题改编) 如图 6, 在平面直角坐标系中, $\odot M$ 过原点 O, 与 x 轴交于点 A $(4, 0)$, 与 y 轴交于点 B $(0, 3)$, 点 C 为劣弧 AO 的中点, 连接 AC 并延长到点 D, 点 D 的坐标为 $(-6, -5)$. (1) 求 $\odot M$ 的半径; (2) 在直线 MC 上找一点 P, 使 $|DP - AP|$ 最大.

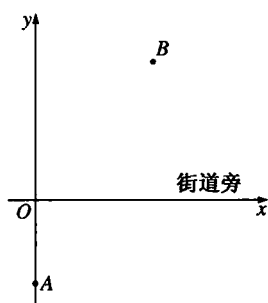


图 5

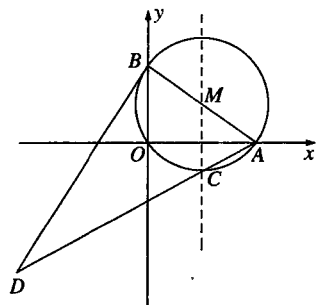


图 6

设计意图:情境1的背景较为简单,两个定点位于动点轨迹的同侧,动点轨迹是 x 轴.学生通过画图操作,移动点的位置进行观察,利用三角形三边关系即可作答.情境2中两个定点位于动点轨迹的两侧,动点轨迹是 x 轴,学生需要通过直观想象、逻辑推理和数学建模,将情境2转化情境1的情况进行求解.情境1为情境2的解决提供了问题线索,起到了搭建脚手架的作用.情境3在情境2的背景基础上,动点轨迹由 x 轴变成一条垂直于 x 轴的直线.可以看出,三个情境的复杂性层层递增,但数学问题的本质(即情境1模型)并未发生改变.

(二)体系建构活动化:关注认知结构的生成,深化对数学思想的感悟

专题复习课不仅要注重数学问题的处理方法的获取,更应注重处理方法获取过程中数学思维的形成、蕴含的数学思想方法,过程与结果以及数学思想的积淀.专题复习教学设计的自主性要求教师科学合理地设置形式多样的活动环节.数学核心素养伴随着学生基本活动经验的积累而不断提升,数学基本活动经验之目的在于培养学生的数学核心素养.

以“直角三角形的存在性”专题复习课为例.课前教师让学生自主回顾直角三角形的有关知识,绘制思维导图,构建知识体系.上课第一环节,以小组为单位进行交流,互帮互助,讨论思维导图的合理性,完善知识体系.组间交流时,教师进行针对性的评价和指导.第二环节,学生依据教师设置的问题情境独立思考,在理解知识网络体系基础上,寻求解决问题的方法,感悟数学思想.第三环节,学生合作交流,分享解法,感悟一题多解.最后,教师适时提出问题,引导学生进行多角度数学思考,再次完善认知体系.学生通过这些数学基本活动,不断优化知识体系,深化对数学思想的感悟.如文末图7所示.

(三)问题解决模块化:形成问题处理程序,理解数学问题本质

知识的结构、模式、模块需要用不同形式归纳总结,在头脑中形成整体的结构体系.在自己头脑中形成的对某类数学问题解决方法的,就是解题模

块.^[5]专题复习教学设计的整体性原则决定了教师应合理引导,使学生形成自己的数学认知体系和解题模块.要构建学生的解题模块,必须让学生在掌握每一章节的知识的前提下,通过一题多解和多题归一的方式,透析数学问题本质,形成解决某类问题处理思路,解题步骤,即问题解决程序.

问题 如图8,抛物线 $y=x^2+x-4$ 与 y 轴交于点A, $E(0,b)$ 为 y 轴上的一个动点,过点E的直线 $y=x+b$ 与抛物线交于B,C两点.是否存在这样的 b ,使得 $\triangle BOC$ 是以BC为斜边的直角三角形?若存在,求出 b ;若不存在,请说出理由.

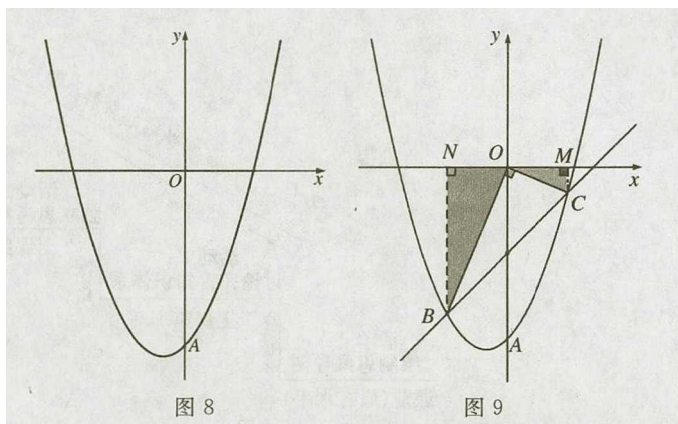


图 8

图 9

设计意图:联立直线 $y=x+b$ 与抛物线 $y=x^2+x-4$,可求出B,C两点的坐标,本问题可有两种处理方法.(1)利用两点间的距离公式,将OB,BC,OC用含关于 b 的式子表示,利用勾股定理逆定理,从方程的角度考虑,引导学生形成解题模块“直角三角形存在 $\rightarrow$ 勾股定理逆定理 $\rightarrow$ 点的存在性 $\rightarrow$ 方程解的存在性”.(2)若存在直角三角形,添加辅助线后会出现基本模型——三垂直模型,可利用基本模型中两个直角三角形相似解决问题,如图9所示.由直角三角形的定义出发,从基本几何模型角度考虑,引导学生形成解题模块“直角三角形存在 $\rightarrow$ 三垂直模型 $\rightarrow$ 相似三角形对应边成比例 $\rightarrow$ 方程求解”.

参考文献

- [1] 喻平.从PME视角看数学核心素养及其培养[J].教育研究与评论,2017(2):8.
- [2] 史宁中.学科核心素养的培养与教学——以数学学科核心素养的培养为例[J].中小学管理,2017(1):35.
- [3] 余文森.从三维目标走向核心素养[J].华东师范大学学报(教育科学版),2016(1):12.
- [4] 朱立明,胡洪强,马云鹏.数学核心素养的理解与生成路径——以高中数学课程为例[J].数学教育学报,2018(1):44.
- [5] 陈永明.数学习题教学研究(修订版)[M].上海:上海教育出版社,2014:24.

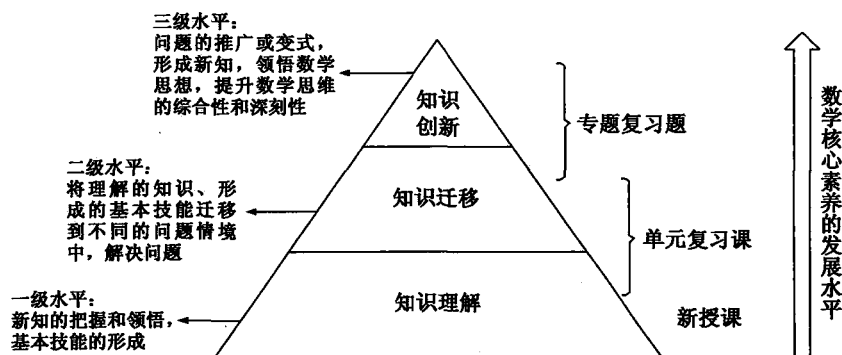


图 2 新授课、单元复习课和专题复习课中学生数学核心素养发展的水平

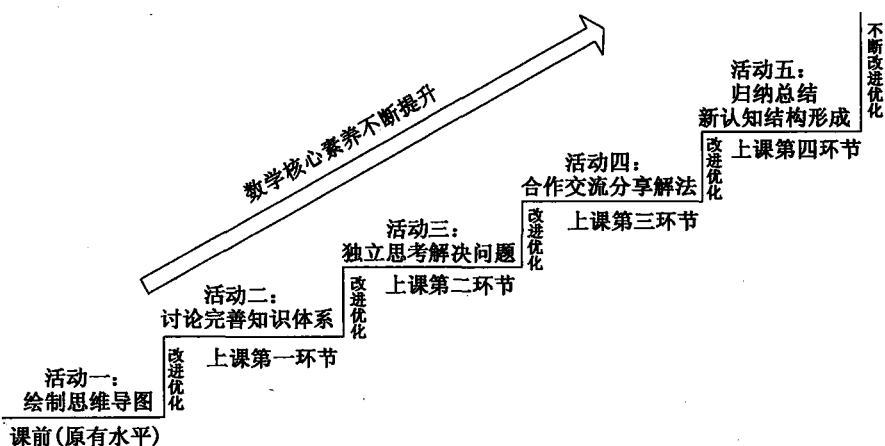


图 7 学生数学基本活动经验的积累与数学核心素养的发展

表 1

题号	考核知识	问题表征	数学思想
2005 年 21 题(3)	两线段长度之和最小	两定一动; 动点轨迹为直线, 定点在动点轨迹同侧	转化
2008 年 14 题	两线段长度之和最小	两定一动; 动点轨迹为直线, 定点在动点轨迹同侧	
2010 年 22 题(2)	两线段长度之和最小	两定一动; 动点轨迹为直线, 定点在动点轨迹同侧	
2011 年 22 题(2)	三线段长度之和最小	两定两动; 动点轨迹为直线	
2012 年 22 题(4)	两线段长度之和最小	两定一动; 动点轨迹为直线, 定点在动点轨迹同侧	
2014 年 22 题(3)	两线段长度之差最小	两定一动; 动点轨迹为直线, 定点在动点轨迹同侧	

(上接第 11 页)

表 1

案例	关注的核心	教学的出发点	主要教学特征	最终的追求
1	学生的参与度	信息技术创设情境	学生独立或合作讨论, 教师运用信息技术观察、验证结论	学生自主体验或独立探究的能力
2	新知识的构建	运用信息技术动态演示	运用信息技术引导学生思考与讨论	牢固的基础知识, 熟练的基本技能
3	学生主动探究新知识	信息技术的有效运用	学生运用信息技术自主探究, 师生讨论	主动探索与系统掌握和谐统一