

聚焦核心问题 促进数学理解

——“正比例的认识”教学实践与思考

黄剑峰 (江苏省常州市新北区安家中心小学)

教学内容:苏教版《义务教育教科书·数学》六年级下册第56~57页例1、“试一试”、“练一练”,练习十第1~2题。

教学目标:

1.使学生结合具体情境初步体会两个相关联变量的特点,初步理解正比例的意义,能正确判断两种相关联的量是否成正比例。

2.使学生经历探究正比例关系的过程,积累比较、分类、抽象等数学活动经验,培养符号意识和抽象能力,渗透函数思想,提高分析和解决问题的能力。

3.使学生在参与数学学习活动的过程中感受数学的应用价值,提高学习数学的兴趣。

教学重点:初步理解正比例的意义。

教学难点:掌握判断两种相关联的量是否成正比例的方法,建立正比例模型。

教学过程:

一、在横向比较中聚焦正比例的意义

1.比较分类,初步理解相关联的量。

(1)观察下列表格中的数量,你能说一说数量之间有怎样的关系吗?

①一辆汽车行驶的时间和路程。

时间/时	2
路程/千米	160

②一个人的身高和体重。

身高/cm	120
体重/kg	40

③一个平行四边形的底和高。

底/cm	20
高/cm	3

④一匹花布,用去的米数和剩下的

米数。

用去的米数/米	1
剩下的米数/米	9

学生先独立思考,再和同桌交流。

师:表②中人的身高和体重两个量之间有没有必然的关系?为什么?

生:一个人的身高和体重这两个量之间没有必然的联系。

师:在数学中,我们把有必然联系的两个数量叫做“相关联的量”。下面我们就研究表①、表③和表④中三组相关联的量,通过分析数量的变化发现其中的规律。

板书:相关联的量。

(2)观察下面表格中数量变化的特点,并尝试分类。(动态出示表格中的数据)

①一辆汽车行驶的时间和路程。

时间/时	1	2	3	4	5	6	7	……
路程/千米	80	160	240	320	400	480	560	……

②一个平行四边形的底和高。

底/cm	60	30	20	15	12	10	6	5
高/cm	1	2	3	4	5	6	10	12

③一匹花布,用去的米数和剩下的米数。

用去的米数/米	1	2	3	4	5	6	7	8	9
剩下的米数/米	9	8	7	6	5	4	3	2	1

学生独立观察,然后同桌讨论。

师:表格中数量的变化有什么特点?

生₁:表①中时间增加,路程也跟着增加;表②中平行四边形的底逐渐减少,高反而逐渐增加;表③中用去的米数增加,剩下的米数减少。

生₂:表①中“路程÷时间=速度”,速

度不变。表②中“底×高=平行四边形的面积”,面积不变。表③中“用去的米数+剩下的米数=总米数”,总米数不变。

师:两种相关联的量,当一种数量发生变化时,另一种数量也随着发生变化。你能根据数量变化的特点,将这几组数量分分类吗?

板书:一种量变化,另一种量也随着变化。

生:可以分成两类,一类是两种相关联的量同时变大或变小。例如,表①中的时间增加,路程也增加。另一类是一种量变大,另一种量反而变小。例如,平行四边形的底变小,高反而变大;用去的米数增加,剩下的米数反而减少。

师:你能用手势表示每个表格中两种相关联的量的变化方向吗?

师:今天我们就以路程和时间为例,试着研究两种相关联的量之间的关系。

板书:路程和时间。

【思考】从知识结构的角度看,本单元是对“常见数量关系”的再认识,同时也是第三学段学习正、反比例函数的基础。从常量到变量,学生对数量关系的理解和体验经历着由静态向动态发展的过程。这是学生认知过程中的一次重大飞跃。因此,教学正比例的意义,第一个任务便是理解相关联的量。课始,通过对四组静态数量的辨析与分类,帮助学生初步认识“相关联的量”;然后,动态呈现三组相关联量的变化过程,从变量的角度帮助他们进一步理解“相关联的量”。继而,根据三组相关联的量的变化特点(数据变化方向)进行第二次分类,并聚焦教材例题。这样由静到动、比较分类、逐级递进,既能引导学生的思维聚焦核心问题,又拉长了

从常量数学向变量数学认知过渡的进程,有利于他们的数学思维平顺“转弯”。

2. 聚焦比值,抽象正比例的意义。

(1) 出示例1:一辆汽车在公路上行驶,行驶时间和路程如下表。

时间/时	1	2	3	4	5	6	7	……
路程/千米	80	160	240	320	400	480	560	……

师:你能用自己的方法表示路程和时间的关系吗?尝试写一写。

学生自主探究,尝试表达。

生₁:时间乘几,路程也乘几。

生₂:路程÷时间=速度。

生₃:路程:时间=80。

生₄:时间:路程= $\frac{1}{80}$ 。

……

师:除法是一种运算,表示路程和时间两种相关联的量的关系,所以一般要把表格中的数量关系写成比的形式。这里可以写成“路程:时间=速度”。

师:为了便于观察、比较数量的变化过程,这里的比通常写成分数形式。

教师示范,学生在任务单上写一写、算一算,然后展示讲评。

师:你发现了什么?比值80表示的是什么意思?

生:我发现路程和时间的比的比值不变。比值是80,表示的是速度。

师:你能用一个式子来表示路程、时间和速度之间的关系吗?

根据学生回答,教师板书:

$$\frac{\text{路程}}{\text{时间}} = \text{速度(一定)}$$

师:路程和时间是两个相关联的,它们的比值——速度是一个不变的量。不变也可以说成“一定”。(板书:比值一定)

师:这里能用240比2吗?

生:不能,因为240千米和2小时不是对应的路程和时间。

师:路程和时间是两种相关联的,时间变化,路程也随着变化。当路程和相对应时间的比的比值总是一定(也就是速度一定)时,行驶的路程和时间成正比例关系,行驶的路程和时间是成正比例的量。(课件呈现上述结论)

学生细读,找出关键词。

师:怎样的两种量成正比例关系?

生₁:两种相关联的量,变化的方向相同。

生₂:对应数量的比值一定。

揭示并板书课题:正比例的意义。

3. 回顾过程,总结方法。

师:我们是按怎样的步骤判断路程和时间成正比例的?

学生讨论后,组织交流。

生:先观察路程和时间是不是相关联的量,再写出几组对应的路程和时间的比并比较比值。如果比值一定,路程和时间就成正比例关系。

完善板书:观察数据→计算比较→得出结论。

【思考】理解正比例意义的第二个关键是相关联的量比值总是一定。数学的本质就是抽象。弗赖登塔尔也说过,与其说学习数学,倒不如说学习“数学化”。因此本环节将重心下移,让学生自己尝试写一写表示例1中路程和时间两种相关联量关系的式子,在观察、计算、比较、归纳中感悟“变化之中蕴含着不变”的函数思想。然后引导学生用比的形式表示路程、时间和速度的关系,凸显比值一定的特点,抽象出文字表达式并揭示正比例的意义,完成数学化的过程。同时,结合上述过程,培养学生的符号意识、推理能力和模型意识。

二、在纵向概括中建立正比例的模型

1.“试一试”:购买一种铅笔的数量和总价如下表:

数量/支	1	2	3	4	5	6	……
总价/元	0.4	0.8	1.2				……

(1)填写上表,说说总价是随着哪种量的变化而变化的。

(2)写出几组相对应的总价和数量的比,并比较比值的大小。

(3)这个比值表示的实际意义是什么?你能用式子表示它与总价、数量之间的关系吗?

(4)铅笔的总价和数量成正比例吗?为什么?

学生小组合作,先在作业纸上完成“试一试”,再汇报交流。

生₁:购买铅笔的总价和数量是两种相关联的量,数量变化,总价也随着变化。

生₂:总价和相对应的数量的比的比

值总是一定的。

生₃:这个比值就是单价,单价一定。

生₄:当总价和相对应的数量的比的比值总是一定(也就是单价一定)时,铅笔的总价和数量成正比例关系。铅笔的总价和数量是成正比例的量。

师:回顾上面这几个问题,我们是怎样判断总价和数量成正比例关系的?

学生交流后再次明确:可以通过看一看、说一说、写一写、算一算、比一比进行思考,也就是“观察数据→计算比较→得出结论”。

2. 完成教材第57页“练一练”第1题。

1. 张师傅生产零件的情况如下表:

时间/时	1	2	4	6	8	……
生产零件数量/个	25	50	100	150	200	……

(1)写出几组相对应的生产零件数量和时间的比,比较比值的大小。

(2)生产零件的数量和时间成正比例吗?为什么?

学生独立完成,集体交流,注意规范表达。

师:在例1中,速度一定,路程和时间成正比例;在“试一试”中,单价一定,总价和数量成正比例;在上面这个问题中,工作效率一定,工作总量和工作时间成正比例。想一想,生活中还有哪些成正比例的量?你能举例说一说吗?

学生独立思考,然后集体讨论,交流互动。

生₁:一盒苹果的个数一定,苹果的总个数与盒数成正比例。

生₂:每层楼的高度一定,大楼的总高度和层数成正比例。

……

师:你能用一个简明的式子表示所有的正比例关系吗?

根据学生回答,教师板书:

$$\frac{y}{x} = k(\text{一定})$$

生:y和x是两种相关联的量,一种量变化,另一种量也跟着变化。当y和x的比值k总是一定时,我们就说y和x成正比例关系,y和x是成正比例的量。

【思考】虽然学生在之前的学习和生活中或多或少接触过一些有关变量和正比例的知识,但这种接触往往是不经意的、非正式的、感性的,真正意义上用函数的观念去探索数量之间的变化规律尚属首次。学生在学习过程中需要突破以下

认知难点:一是学会从动态的角度理解相关联的量;二是善于从数量的动态变化中发现不变的关系;三是从具体到抽象,将对正比例意义的感性认识上升为理性认识;四是在去情境化条件下判断正比例的能力。因此,理解正比例意义的第三个关键就是抽象出正比例的字母表达式,建立正比例的模型。“试一试”以小组合作探究的形式,让学生自主经历判断正比例关系的过程,深化对正比例意义的理解,提炼判断方法。“练一练”第1题由扶到放,帮助学生丰富对正比例关系的认识。在对现实情境充分抽象与归纳之后,呈现正比例的数学模型就水到渠成了。

三、在综合应用中理解正比例的本质

1. 每个表格中的两种量是相关联的量吗?它们成正比例吗?

(1)六年级各班订阅《趣味数学》杂志的情况如下表。

班级	一班	二班	三班	四班	五班
订阅数量/份	6	8	12	10	9
总价/元	180	240	360	300	270

(2)做同一种服装,做的套数和用布的米数如下表:

服装数量/套	1	2	3	4	5	……
用布数量/米	2.2	4.4	6.6	8.8	11	……

(3)一匹布,用去的米数和剩下的米数。

用去的米数/米	1	2	3	4	5	6	7	8	9
剩下的米数/米	9	8	7	6	5	4	3	2	1

(4)小明的年龄和身高。

小明的年龄/岁	10	11	12	13	14	15
小明的身高/cm	140	143	150	156	165	170

学生独立思考,小组讨论,比较辨析,交流判断。

生₁:第(1)题,总价和数量是两种相关联的量,总价和数量的比值(单价)一定,总价和数量成正比例。

生₂:第(2)题,用布米数和服装套数是两种相关联的量,用布米数和服装套数的比值(每套服装用布米数)一定,所以用布米数和服装套数成正比例。

生₃:第(3)题,用去的米数和剩下的米数是两种相关联的量,用去的米数和剩

下的米数比值不一定,用去的米数加剩下的米数的和一定,所以用去的米数和剩下的米数不成正比例。

生₄:第(4)题,小明的年龄和身高也是两种相关联的量,但比值不一定,所以年龄和身高不成正比例。

师:对比第(1)、(2)两题,我们发现两个相关联的量的对应数据,无论怎样变化,什么总是一定的?

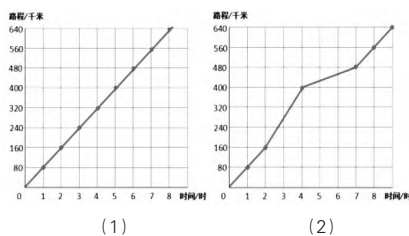
生:两个相关联的量中对应数值的比值总是一定的。

师:对比第(2)、(3)两题,从数量关系的角度理解,相关联的量之间不仅可以是“比值一定”,还可以是“和一定”、“差一定”、“积一定”,或者不存在固定不变的规律,所以正比例关系只是一种特殊的数量关系。

师:通过刚才的学习,关于正比例,你有什么要提醒大家的?

生:相关联的量不一定成正比例,比值一定的两种相关联的量才成正比例;要从具体情境中判断两种量是否相关联。

2. 课件出示表示两辆汽车行驶的路程和时间的图象。



师:你能直观地看出哪辆汽车行驶的路程和时间成正比例吗?为什么?

学生观察、思考的同时,教师启发。

师:图上横轴和纵轴分别表示哪种数量?它们是相关联的量吗?正比例的图象有什么特点?

生₁:第一幅图的路程和时间成正比

例,因为每一组对应的路程和时间的比值总是一定;第二幅图的路程和时间不成正比例,因为对应的路程和时间的比值不一定,所以不成正比例。

生₂:正比例的图象是一条直线。

师:成正比例关系的两种量可以用表格的形式呈现,也能写成形如“ $y=kx$ (一定)”这样的表达式,还能画成像图(1)这样的图象。

【思考】对于核心问题的深化理解离不开多样的、富有层次的练习。数学课堂教学要重视学生自主、合作、探究的学习,重视知识与能力习得的过程,培养学生的创新思维和应用能力。第一组练习再次呈现四个表格,引导学生通过小组合作、讨论交流,对四组数量是否相关联、比值是否一定进行辨析,深化对正比例意义的理解。图象表征是正比例这一抽象概念的直观表达。第二组练习通过两个图象的对比,让学生直观感受到正比例关系还可以用图象来表示,且图象是一条直线。这样,既丰富和拓展了学生对正比例关系的认识,又使他们体会到几何直观的价值,从而为后面“正比例图象”的教学做好铺垫。

四、在总结回顾中完善认识

师:今天我们学习了什么内容?你对正比例有了哪些了解?还有哪些不明白的问题?

生₁:今天学习了正比例的意义。

生₂:我学会了正比例关系的判断方法,知道了什么是相关联的量。

生₃:我了解到一些生活中成正比例关系的量。

……

(责任编辑 魏光明)

