

“分数及其加、减运算整理与复习”教学谈

黄剑峰 (江苏省常州市新北区安家中心小学)

帮助学生建立知识结构并内化成核心素养,是小学数学教学的基本要求之一。在新课教学中,学生获得的数学知识往往是碎片化的,缺乏系统性。苏教版教材从四年级上册开始安排“整理与复习”单元,意在围绕“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”“综合与实践”等内容,帮助学生把分散学习的知识加以系统整理,从而沟通知识之间的联系,建构完整的知识体系。同时,提高学生综合运用知识分析和解决问题的能力,发展核心素养和关键能力。“分数及其加、减运算整理与复习”是五年级下册“整理与复习”单元中“数的世界”板块中的一部分内容,主要包括分数的意义和性质、异分母分数加减法及应用。对应的习题是教材第113页第9~17题。下面对这部分内容作简要分析并提出具体教学建议,以供备课参考。

一、关于 分数的意义和性质 的整理与复习

分数是“数的认识”中特别重要的内容,其是继整数之后数系的一次重要扩充,也是学生对数的认识的一次重大飞跃和突破。理解并掌握分数的意义和性质,对于后续进一步学习分数四则运算以及百分数、比等知识有着十分重要的作用。如果说小数与整数在“基因”上存在重要的一脉相承的关联,那么对于分数而言,无论是在意义、书写形式、计数单位、计算法则,还是在学生生活经验等方面,都存在较大的差异。也正因为此,郑毓信教授认为,认识分数是学生数学思维真正进入数学的关键环节。学好分数的前提是对分数的意义有全面而深刻的理解。为了降低学习难度,苏教版教材采用循序渐进、螺旋上升的方式,将认识分数的教学

分为两个阶段进行编排:第一阶段是三年级上、下册“分数的初步认识(一)”和“分数的初步认识(二)”这两个单元。教材结合具体情境,从平均分物的角度帮助学生直观理解分数的含义,知道分数可以表示整体中的一部分,从而为今后抽象分数的意义积累感性经验,并留下需要进一步探索的若干问题。第二阶段是五年级下册“分数的意义和性质”单元。教材在学生已经从平均分物的角度直观认识分数的基础上,首先抽象概括分数的份数定义,介绍分数单位;接着,通过分饼活动探索并理解分数与除法的关系,体会分数的商定义。至此,教材完整地揭示分数的现实意义和数学意义。之后,再应用分数与除法的关系教学求一个数是另一个的几分之几,将分数的意义由表示部分与整体的关系进一步拓展到表示两个数量之间的倍比关系,从而帮助学生更加完整地建构对分数概念的理解。

为了帮助学生整理知识要点,深化概念理解,形成知识结构,教材一共编排了5道习题。其中,第9题中的三幅图按照逻辑顺序重现了学生认识分数概念的历程,通过数形结合的方式,要求他们写一写、说一说,从而再现分数的基本含义,体会分数常被用来表示整体中的一部分。

用分数表示每个图中的涂色部分,并说说每个分数的含义。



第10题通过填空形式,引导学生体会分数也可以看作相同分数单位累加的结果,几个几分之一累加的结果就是几分之几。这种体会对于学生今后理解分数运

算的本质至关重要。

第11题的第一小题通过整数与分数的相互改写,沟通两者之间的联系,帮助学生体会整数也可以写成分数的形式;第二小题通过分数与除法算式的相互改写,一方面帮助学生巩固对分数的商定义的理解,另一方面引导他们在商不变的规律与分数的基本性质之间建立联系。

第12题安排的是分数的大小比较。学生可以使用通分的方法,加深对计数单位在分数大小比较过程中作用的理解;也可以创新思维,灵活选用其他的比较方法,从而发展数感,培养思维的灵活性。

第13题要求学生运用分数进行相关计量单位的化聚,有利于他们进一步体会两个数相除的商可以用分数来表示,而且用分数表示两个数相除的商,尤其当商不是整数时,非常方便,从而感受分数在实际应用中的优越性。

通过上面的整理与复习,要帮助学生达成如下的学习目标:第一,加深对分数的基本含义的理解。使学生知道分数的产生源自两种需求,一是分物或测量时,得到的结果无法用自然数表示,需要一种新数来刻画;二是在除法运算中,得到的商不能用自然数表示时,可以用分数表示。同时,通过上面的活动,学生对分数意义的认识也会越来越丰富:分数既可以表示数量之间的倍比关系(部分与整体的关系、两个彼此独立的数量之间的关系),也是一个数。作为有理数的一类,分数和整数都可以用来表示两个数相除的商。此外,学生还能结合具体情境,理解无量纲性的分数表示比率关系,有量刚性的分数表示具体数量,初步感知单位“1”、分率与相关数量之间的对应关系。第二,体会

分数的度量意义。华罗庚先生说：“数起源于数，量起源于量。”从计数角度看，分数和整数、小数一样，都是计数单位累加的结果。分数的产生和小数在本质上是—致的，都是先通过单位的不断细分产生更小的计数单位，再用更小的计数单位累加，累加的结果可能不满1（即真分数），也可能满1或超过1（即假分数）。学生在等分的基础上理解分数单位和计数方法，有利于体会数的概念在本质上的一致性。第三，加深对分数与除法关系的理解。一是能使—学生深刻理解分数和除法的产生背景都是“平均分”，分数的本质是一种数，可以作为除法运算的商（也可以表示一种关系），而除法的本质是一种运算。二是能使—学生明确分数的分子、分母、分数线与除法的被除数、除数、除号之间存在对应关系。三是能使—学生体会可以根据需要在分数与除法之间进行灵活转换，进行分数和小数的互化及大小比较。第四，进一步掌握分数、小数、整数互化的方法，沟通三者之间的关系。第五，深化对分数的基本性质的理解。使—学生联系商不变的规律、分数单位与分数单位个数的变化规律等知识更加深刻地理解分数的基本性质，并建构起“基本性质”的应用体系，如约分、通分及分数的大小比较等。

组织这部分内容的教学时，重点要注意以下四个方面。

一是指导学生课前自主绘制思维导图。通过对分数相关知识的脉络梳理，形成个性化的知识谱系。课堂上，可以通过展示优秀的学生作品，和他们一起明确知识之间的联系，强调知识网络中的节点，从而帮助他们在头脑中建构起完整的知识体系，并对关键概念、节点知识进行重点复习。

二是以核心问题为骨架设计问题体系，用问题驱动—学生深化对知识的理解，提升思维品质。例如，第9题可以设计—下的问题串，以驱动—学生自主学习。

(1)核心问题：用分数表示每个图的涂色部分，并说说每个分数的含义。

(2)加工性问题：每个分数对应的单位“1”是什么？分数单位是多少？

(3)加工性问题：16面红旗的 $\frac{3}{4}$ 是多少面？1米的 $\frac{2}{5}$ 是多少米？2米的 $\frac{2}{5}$ 是多少米？

少米？

(4)拓展性问题：这几个分数都表示哪个部分与整体之间的关系？从图中你还能看出哪些分数？

围绕核心问题“分数的含义”设计的问题串，由浅入深、层层递进，意在达到如下意图：使—学生深刻理解分数的意义，体会分数不仅可以表示部分与整体的关系，也能表示两个部分（量）之间的关系，渗透分数的算子意义（对分数的认识转化为运算的过程），知道表示关系的分数无单位名称，有单位名称的分数表示具体的数量等。

三是指导学生通过分析、比较、推理发现数学现象或规律，形成解决问题的方法结构，发展核心素养。例如，第12题比较分数的大小，可以先让—学生独立完成，再组织交流。交流时，先引导—学生理解通分的方法，突出比较两个分数的大小，就是比较这两个分数中相关分数单位的个数——如果分数单位不同，就不能直接比较，需要先通分使单位变成—样再—进行比较。然后，引导—学生观察每组分数的分子、分母，说说各有什么特点，借此明确：第一组是比较同分子分数的大小，可以联系分数的意义进行思考。即如，“6块同样大的饼平均分成11份和平均分成13份，哪种分法得到的每份大—些？”再如，“6个 $\frac{1}{11}$ 和6个 $\frac{1}{13}$ 哪个大？”也可以联系分数与除法的关系进行思考：“ $6\div 11$ 和 $6\div 13$ 的商哪个大？”第二组两个分数的分子都比分母小1，可以先找到它们与1的差，即比较两个分数单位的大小，分数单位大（也就是与1的差大），原来的分数反而小。第三组是比较三个分数的大小，可以选择以 $\frac{1}{2}$ 作为参照，因为 $\frac{5}{8}$ 大于 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{3}{7}$ 小于 $\frac{1}{2}$ ，所以 $\frac{3}{7}$ < $\frac{1}{2}$ < $\frac{5}{8}$ 。

不论是—比较分数的大小，还是—比较整数、小数的大小，本质上都是—比较计数单位的个数。由于分数单位的个数是无限的，所以—比较分数大小相对比较复杂。教学中，教师要有意识地培养—学生认真审题、发现规律、优化方案、灵活创新的策略意识和思维品质。

四是帮助—学生统整对整数、小数、分

数的认识，感受—数过程的一致性。例如，第10题主要引导—学生复习整理分数单位和分数的基本性质。组织练习后，可以追问：“9个 $\frac{1}{9}$ 是多少？17个 $\frac{1}{9}$ 呢？ $3\frac{3}{7}$ 是几个 $\frac{1}{7}$ 累加的结果？”然后在数轴上描点表示3、0.3、0.03、 $\frac{3}{10}$ 、 $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{7}{4}$ 等数，让—学生说说这些数的计数单位分别是什么，各有几个这样的计数单位，由此体会整数、小数、分数都是由若干个计数单位累加的结果：整数是以1为单位进行累加，分数和小数则是把1细分后再进行累加。其中小数是把1按—十进关系进行细分，而分数可以根据需要把1平均分成任意的份数。又如，第11题的第一小题是整数与假分数的互化，可以让—学生根据小数的基本性质把4改写成4.0、4.00等，再转化成分数 $\frac{40}{10}$ 、 $\frac{400}{100}$ 等；再通过对比观察，帮助他们体会整数、小数、分数三者之间的内在联系。

二、关于异分母分数加、减法及其应用的整理与复习

《课程标准（2022年版）》指出：“运算能力主要是指根据法则和运算律进行正确运算的能力。能够明晰运算的对象和意义，理解算法与算理之间的关系；能够理解运算的问题，选择合理简洁的运算策略解决问题；能够通过运算促进数学推理能力的发展。”运算能力并非是一种单一的、孤立的数学能力，而是运算技能与逻辑思维等的有机整合。也就是说，运算能力不仅是一种数学的操作能力，更是一种数学的思维能力。

不论是在“数的认识”学习中，还是在“数的运算”学习中，分数的学习都给—学生一种与整数、小数学习完全不同的感觉，尤其是整数四则运算法则不能像迁移到小数运算中那样顺利迁移到分数运算中来。而事实上，数的运算也具有—致性，这种—致性主要体现为对计数单位个数的运算。因此，教学分数加、减法时，不仅要使—学生熟练掌握相关的计算方法，更要引导他们感悟分数加减法与整数、小数加减法的内在—致性，即相同计数单位的数才能直接相加减。苏教版教材对分数加、减法教学的编排也分为两个阶段：第一段是在三年级上册“分数的初步认识（一）”单元教学同分母分数的加、减法。由于那

时还没有教学“分数单位”的概念,学生主要是借助具体情境理解“5个 $\frac{1}{8}$ 加2个 $\frac{1}{8}$ 是7个 $\frac{1}{8}$,也就是 $\frac{7}{8}$ ”。第二段是在五年级下册“分数加法和减法”单元教学异分母分数的加、减法及混合运算。在这个阶段的教学中,既要让学生掌握“先通分再计算”的“法”,也要引导他们理解这样算的“理”,即分数加减运算与整数、小数一样,都是相同计数单位个数的加和减。另外,将整数加、减混合运算的运算顺序和运算律推广到分数加、减运算中,也进一步体现了分数、整数、小数运算在算理和算法上内在的一致性。

围绕这部分内容,教材一共编排了4道习题,意在帮助学生整理复习异分母分数的加、减法及其应用。其中,第14题侧重于复习异分母分数加、减法的计算法则。第15题引导学生通过寻求合理简洁的运算途径进行计算,使他们进一步感受几何直观、数形结合等数学思想方法的价值。第16题要求学生列方程解决分数加减实际问题。通过分析和解答这道题,一方面帮助学生加深对分数意义的理解;另一方面引导他们体会列方程解决问题的方法同样可以迁移到有关分数应用的实际问题中来。第17题是一个稍复杂的分数加减法实际问题。解决这样的问题,有利于学生体会“量”与“率”的对应关系,能为今后解决分数乘除法实际问题积累必要的经验。

17. 世界七大洲中面积最大的是亚洲,大约占陆地总面积的 $\frac{3}{10}$;其次是非洲,大约占陆地总面积的 $\frac{1}{5}$ 。其余五大洲的总面积大约占陆地总面积的几分之几?

这部分内容的整理与复习可以从以下三个方面加以展开。

一是结合具体问题帮助学生巩固算理和算法,夯实运算技能。比如,学生完成第14题后,可以先让他们解释为什么要“先通分后计算”,进一步理解相同计数单位的数才能直接相加减的道理;然后提醒学生在计算时要养成认真审题的习惯,根据加数中分母的关系(如倍数关系、互质关系、一般关系)快速确定相关分数的公分母;最后,还可以补充几道分数加减混合运算式题,以帮助学生巩固分数加减混合运算的运算顺序,并应用运算律进行一些简便运算,不断提升运算能力。

二是结合“你对解决问题的策略又有哪些新的认识”这一问题,着力培养学生选择合理算法灵活进行计算的能力。培养运算能力,不能仅仅关注操作技能是否熟练,而要着力引导学生在实施运算和解决问题的过程中,主动分析运算条件,探究运算方向,选择运算方法,设计运算程序,使运算途径更加合理、简洁。比如,第15题可以从左往右逐步计算,也可以先全部通分后再计算,还可以通过画正方形面积图直观看出 $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$, $1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$, $1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$,……从而类推推出: $1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}-\frac{1}{16}-\frac{1}{32}=\frac{1}{32}$ 。教学时,教师要引导学生充分进行观察、分析,及时呈现不同算法,帮助他们在对比中领悟“数形结合”的数学思想,感受灵活选用策略可以使运算途径更加简洁,从而不断提升寻求合理运算途径的意识和能力。

三是在解决实际问题的过程中,引导学生体会分数实际问题与整数、小数实际问题在解题思路和方法上的一致性,同时感受分数实际问题自身的独特性,不断提升综合运用知识分析和解决问题的能力。

比如,第16题要求学生列方程解决分数实际问题,意在帮助他们体会数学方法的一般性。

16. 一个西瓜,王辉吃了 $\frac{1}{3}$,比爸爸少吃这个西瓜的 $\frac{1}{6}$ 。爸爸吃了这个西瓜的几分之几?(用方程解)

教学时,可以先让学生结合题意说一说题中每个分数的实际意义,再说说数量之间的相等关系,然后引导他们根据数量之间的相等关系列出方程,体会分数实际问题同样可以根据数量之间的相等关系列方程解答,并且解题思路、方法和整数、小数实际问题没有区别。

第17题凸显了分数实际问题的独特

性。整数、小数实际问题中给出的条件一般是具体数量,学生对数量的意义和数量之间的关系比较容易理解。分数实际问题中出现的分数一般有两种情况:一种是有量纲的,对这样的分数的理解和应用与整数、小数相同;另一种是无量纲的,其表示的是两个数量之间的倍比关系。无量纲的分数更抽象,学生理解这些分数所表示的关系通常会更困难。在学生尝试完成第17题时,可以结合世界地图,先带领他们认识七大洲及相应的地理位置,并告诉他们各大洲的实际面积和地球陆地总面积;接着,可以让学生具体说说题中两个分数的单位“1”,以及它们所表示的实际意义,明确这里的分数不表示实际面积,而是表示亚洲或非洲面积与地球陆地总面积之间的关系。由此,进一步认识到:要求“其余五大洲的总面积大约占陆地总面积的几分之几”,就要用陆地总面积(单位“1”)减去亚洲和非洲所占的份额,也就是用 $1-\frac{3}{10}-\frac{1}{5}$ 或用 $1-(\frac{3}{10}+\frac{1}{5})$ 进行计算。学生在此过程中,能够体会分数实际问题既有与整数、小数实际问题在解题方法和数量关系上的一致性,又有自身的独特性和复杂性,进而感受到亚洲、非洲、其余五大洲与地球陆地总面积之间的关系,不仅可以用具体数量来表达,也可以用相应的分率来表达。

总之,通过“分数及其加、减运算”的整理与复习,不仅要帮助学生巩固分数的相关知识和方法,形成合理的认知结构,发展核心素养,也要帮助他们梳理小学数学中“数与运算”主题的相关知识和学习方法,感受数与运算内在的整体性和一致性。

(责任编辑 王睿)

