

设计指向高阶思维的 数学学习任务：问题与对策¹

●马晓丹 刘加霞 刘琳娜*

摘 要：培养高阶思维是落实核心素养的内在机制，需要设计指向高阶思维的学习任务。数学课堂教学中，教师需走出错把现实情境当作指向高阶思维的必要条件、混淆高难度与高阶思维、误判学生的高阶思维等认识误区，通过设计“认知冲突”引发学生的真思考，调换常规题目的“条件”与“问题”以增加任务开放性，控制“条件变量”使学习目标直指高阶思维等方式，设计数学学习任务，促进学生高阶思维的形成，助力学生数学核心素养的发展。

关键词：数学教学 高阶思维 数学学习任务 任务设计原则

中图分类号：G623.5 **文献标识码：**A **文章编号：**1672-6715 (2025) 01-0046-06

《义务教育数学课程标准（2022年版）》明确指出数学课程应当培养学生的核心素养。培养高阶思维是落实核心素养的内在机制，数学学习任务是数学核心素养形成与发展的重要载体。设计指向高阶思维的学习任务，指向学生终身发展、助力学生形成核心素养，是当前数学教学研究的重点和难点。

一、高阶思维的内涵与价值

在数学学习中，有些问题通过“回忆信息，或者把概念、知识应用到熟悉的情境中”^[1]就能解决，学生在这样的问题解决中经历的思维过程是程序化的、可以重复的；还有些问题需要学生投入更多的思考，学生要“在已有知识和经验的背景下产生有效的

¹ 本文系北京市教育科学“十四五”规划2021年度一般课题“小学数学高阶思维能力的表现性评价研究”（课题编号：Cddb21163）研究成果。

* 马晓丹，北京教育学院数学与科学教育学院，副教授，教育学博士；刘加霞，北京教育学院数学与科学教育学院，教授，教育心理学博士；刘琳娜，北京教育学院数学与科学教育学院，副教授，教育学博士。

解释、决策、表现和成果”^[2]。这两种不同的思维过程正是数学教育研究中界定的“低阶思维”和“高阶思维”。显然，高阶思维更有助于学生理解数学概念本质，形成数学素养，而不是仅仅掌握一种数学技能。什么是高阶思维？高阶思维有哪些行为表现？如何引发学生高阶思维的真实发生？设计什么样的学习任务才能指向高阶思维、助力学生形成数学素养？

根据认知过程的复杂程度区分低阶思维和高阶思维是当前研究的普遍共识。修订版布卢姆教育目标分类学（以下简称“目标分类学”）将认知过程划分为六级水平：记忆、理解、运用、分析、评价、创造。^[3]其中，分析、评价、创造这三种思维相对于记忆、理解、运用来说，是更为复杂的认知过程，拉米雷斯等人用它们来刻画高阶思维。^[4]分析、评价和创造作为高阶思维的三个表现维度，三者交互作用，并行发展。^[5]表1给出了高阶思维在不同维度上的行为表现。高阶思维不仅代表着更为复杂的认知过程，还意味着学生具备了突破已有经验限制的能力，在

表1 高阶思维在不同维度上的行为表现

高阶思维的表现维度	行为表现
分析	能够将重要的和非重要的信息区分开，并专注于重要的信息，能够提取相关知识经验，并建立已有知识经验和重要信息之间的联系；
评价	根据已有的条件信息，对所得结论的合理性、准确性、全面性等进行判断；
创造	能够从已有知识技能出发，形成有依据的假设，并经过推理和验证，形成正确且优化的解决方案。

分析、评价、创造的交互作用下，能够建立起已有经验和新问题间的联系。

以“ $964 \div 24$ ”这一两位数的除法竖式计算问题为例，绝大多数学生能够很快列标准竖式得到计算结果：商是40，余数是4（图1）。但在调研中，笔者关注到这样一名学生，他先将“ $964 \div 24$ ”转化为“ $964 \div 4 \div 6$ ”，再分别用竖式计算，得到结果却是：商是40，余数是1（图2）。这名学生的每一步都没错，但为什么“余数是1”呢？当学生想要探明这背后的原因时，就离不开分析、评价和创造的认知过程。

$$\begin{array}{r} 40 \\ 24 \overline{) 964} \\ \underline{96} \\ 4 \end{array}$$

图1

图2

学生需要根据除法的算法，对运算过程的准确性进行评判；在确认运算准确的前提下，由关注“余数的大小不同”转移到追问“余数的意义”，即思考余数不是独立存在的“数”，是与除数密切相关的；进一步根据除法的算法算理和余数的意义，提出“先平均分成4份，再将每1份都平均分成6份”才

相当于“平均分成24份”的假设；最后，通过画图等方式进行推理和验证（图3），形成合理的解释方案。能够批判性地思考问题，对路径未知或结果未知的问题进行猜想、推理和验证，是学生终身发展所必需的关键能力。

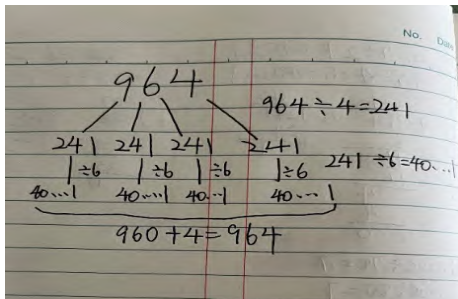


图3

二、设计指向高阶思维学习任务存在的问题

指向低阶思维的学习任务与指向高阶思维的学习任务有不同的作用，两类学习任务对接不同的学习目标，各有其育人价值。低阶思维的学习任务，是与例题的知识点、结构基本一致的问题，用于巩固基础知识和基本技能。而教师在设计指向高阶思维的数学学习任务时，往往会面临很多困惑，比如，指向高阶思维的问题等同于难题吗？这样的任务有哪些特点？一定要解决现实问题吗？任务要面向全体学生吗？对此，教师需要厘清认识误区或问题到底是什么，纠正错误认识，才能更好地设计任务。

问题一：认为“解决现实问题”一定能引发高阶思维

“会用数学的眼光观察现实世界，会用数学的思维思考现实世界，会用数学的语言

表达现实世界”是数学核心素养的内涵。在数学学习中，创设现实情境是为了搭建起数学与现实世界的桥梁，为核心素养的落地创造条件。但只是解决现实问题或者只是列式求得答案，未必能引发高阶思维。学生需要从一次学习体验、事件或个人经历中提炼出原则、概念或模式，否则很难把过往经验和当下的情境联系起来，因为不同情境的外在具体情况看起来确实千差万别。^[6]

现实问题能否诱发高阶思维的行为取决于情境是否能真正引起学生的思考。学生已有的知识经验之所以能在现实情境中发挥作用，是因为发生了迁移。从习得技能的维度来看，有的任务迁移的是一套常规程序，有的任务迁移的是一种更深的、结构性的或因果性的理解；从记忆需求的维度看，有的迁移可以直接通过提取信息实现，而有的则需要重新组织信息才能实现。^[7]可见，迁移有远、近之分。近迁移可以通过大量练习实现，远迁移需要有意识地开展抽象的思考才能实现。^[8]那些可以通过大量练习实现的迁移，在记忆、理解、运用的认知过程下就可以完成，而需要意识地开展抽象思考的迁移，就必须进行分析、评价，甚至创造才能完成。因此，解决现实情境的问题不一定指向高阶思维，在培养高阶思维的问题上，比创造现实情境更重要的是能够提出激发学生“真思考”的好问题，它可以是“纯数学问题”。

问题二：将“高难度”等同于“高阶思维”

高难度问题是指完成度较低和完成人数较少的问题。解决高难度问题必然需要高阶

思维,但是高难度问题在培养高阶思维时存在局限性。大多数学生面对高难度问题时很难维持“放松而警觉的状态”,威胁度高的环境会抑制高阶思维的发展,R.布鲁斯·威廉姆斯称这种现象为“思维降档”,学生不可避免地退回到大脑的简单化功能。^[9]在考试评价中,高难度问题在选拔和分层方面的作用是不容忽视的,但它并不适用于诊断和发展高阶思维。当学生的注意力主要集中在如何降低面临的威胁上时,学生思维的参与度和活跃度都会受到限制。为了避免出现“知难而退”“望而却步”的现象,教师要慎用高难度的问题。

衡量一个学习任务能否促进学生思维发展的一个重要标准是它能否让大多数学生专注投入于分析、评价、创造行为的表达。如果表面上指向知识技能的问题也能引发大多数学生高阶思维的产生,如前述除法计算过程中对“余数”的本质追问,它同样可以发展高阶思维。

问题三:误判学生的高阶思维没有发生

高阶思维是一种超越知识和技能的思维意识、思维方法和思维能力的结合体。^[10]然而,高阶思维的发生却离不开学习与运用数学基本知识与技能,学生由于知识技能掌握不牢而导致不能产生高阶思维,却被评定为高阶思维水平低或没有,就有失公允,这是设计指向高阶思维学习任务时最不易被发现的现象。

例如,“计算 27×11 , 14×11 , 34×11 , 42×11 , 53×11 , 61×11 ,你发现了什么规律?”在这样一个探索规律的例子中,学生的运算能力和探索规律时进行的猜想、推理

和验证交织在一起,能否成功解决问题受到运算能力的制约。当学生无法正确得出运算结果时,其高阶思维上的表达就会受到限制。如果这些学生因计算能力差导致推理失败,继而被认为是高阶思维水平低,那么用这样的学习任务评价学生的高阶思维水平就缺失公平性。在斯蒂金斯看来,任务的设置要保证不会导致对学生能力的不准确评价。^[11]也就是说,指向高阶思维的学习任务中,不应该有导致高阶思维评定不准确的因素,所涉及的任务需要让所有学生高阶思维的行为表达上都有平等的机会。如何在任务设计时控制影响高阶思维表达的其他变量,是任务设计面临的挑战。

三、设计指向高阶思维学习任务的基本原则

作为复杂认知过程的高阶思维不是高水平学生的特有表现,亦不是高难度问题特有的产物。^[12]吃透教材和读懂学生对于设计指向高阶思维的数学学习任务来说是至关重要的。指向高阶思维的数学任务设计需要增加常规问题的开放性,激发学生的兴趣;还要降低高难度问题的门槛,增加学生的参与度。这就需要教师为学生提供一种“高挑战低威胁”的学习环境。

(一)设计“认知冲突”引发学生的真思考

正如图2呈现的案例,学生本可以用“常规”的方法算出结果,但其大胆的猜想与尝试生成了一个“新”的结论,这一结论与“常规”方法算出的结果存在矛盾。在心理

学上,由于个人认知结构内部成分之间的不一致所形成的状态即为认知冲突。^[13]自认知心理学家皮亚杰始,许多研究者都指出认知冲突能够激发学习者的思维发展。^[14]受此启发,教师可以把学生打破认知冲突的过程作为学习任务设计的切入点。以“ $964 \div 24$ ”这一案例为例,教师可以设计如下学习任务:

“如图2所示, $964 \div 24$ 不是应该余4吗? 聪明的你能解释原因吗? 摆一摆、写一写、画一画, 让我们读懂你的想法。”在这一任务中, 教师引导学生借助可视化的方式分析“余数4”和“余数1”之间的关系。

学生越是能够对已知信息进行视觉化的理解, 就越能对未知情况做出“有理有据”的推测。^[15]无论问题是否得以解决, 学生试图突破经验限制、所见与所想的不一致, 以及自我与他人观点不同等, 都会促进思考真实发生。

(二) 调换常规题目的“条件”与“问题”, 增加任务开放性

大量重复的、机械的、程序化的过程或步骤容易形成固定的思维, 认知心理学称这一心理倾向为思维定势。思维定势会使学生过度依赖于已有的经验, 从而难以建立起某种新异的联系。要想在创造过程中产生新异联系, 需要首先打破思维定势, 思维定势的突破和新异联系的建立是同时出现、相伴而生的。^[16]

实际教学中, 学生能否建立起新异联系取决于教师能否形成有效的新方案。为了避免学习任务导向唯一的解决路径或结果, 教师可以调换常规题目的“条件”与“问

题”, 增加学习任务的开放度, 帮助学生走出思维定势的“泥沼”。例如, 解决“周长”问题时, 教师可以对“已知图形形状求周长”的任务进行反向设计: “下面是计算图形周长的算式: (1) $5 \times 4 = 20$ (厘米); (2) $(7+2) \times 2 = 18$ (厘米)。请你想一想这两个算式是计算哪个图形的周长, 画一画, 尽可能多画出符合要求的图形。”一些学生受到已有经验的限制只能想到长方形、正方形; 一些学生能够打破“直角”的限制, 想到菱形和平行四边形; 还有一些学生重新考虑了边的数量和边的顺序, 想到了五边形和筝形(图4); 更有一些学生运用转化思想设计出了更多可能(图5)。学生在这样的指向高阶思维的数学学习任务中, 收获了比“计算周长”这一基本技能更为重要的数学核心素养——几何直观和空间观念。

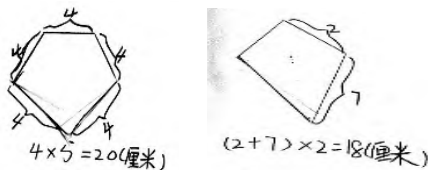


图4

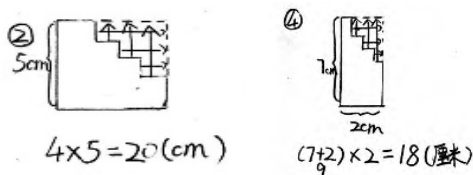


图5

(三) 控制“条件变量”使学习任务的目标直指高阶思维

评价目标不是任务评价时才要考虑的事情, 在任务设计时同样需要考虑评价目标, 即学生在任务中能提供怎样的预期学习证

据。尽管任务不需要复杂的作业,但是由于它本身包含一定数量的变量,所以必须有意识地控制这些变量,这样才能准确地反映出学生的学业成就水平。^[17]在指向高阶思维的数学学习任务中,高阶思维的行为表现就是预期的学习证据,学生只有表现出高阶思维的行为,才能回归到学科的本质去寻找答案,才能触发更为上位的思维来解决问题。

比如有关平均数的任务:“小明期末参加了语文、数学和英语的考试,其中语文、数学的成绩分别为88和99,英语比三科平均分低2分,你能求出英语分数吗?”如果教师根据学生是否列方程来评定学生的水平,这显然是不公平的,因为代数思维并不是评价目标。而如果添加“不列方程”这一限制条件,代数思维这一变量就能得到控制。此时,学生才能回归到平均数的本质上去思考问题,并在移多补少的过程中建立起数与形的联系,教师才能公平地评价学生的高阶思维水平。

设计好学习任务之后,教师还需深入思考用什么样的方式去实施教学。否则,任何“好任务”都有可能走向机械的技能训练之路。如何监测学生的思维?学生思维是否始终保持着深入、灵活的状态?用什么样的“尺子”去评估学生的思维?诸如此类的问题同样需要关注,更需要结合教学实践深入研究。◆

参考文献:

- [1]Tony T.Mathematics Teachers' Interpretation of Higher-Order Thinking in Bloom's Taxonomy[J]. International Electronic Journal of Mathematics Education, 2008, 3(2).
- [2]Yunita Y, Wahidin W, Tsurayya A.The development of mathematics higher order thinking skills instrument for grade VIII junior high school[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2018, 1088(1):012093.
- [3]洛林·W.安德森,等.布卢姆教育目标分类学:分类学视野下的学与教及其测评[M].蒋小平,等,译.北京:外语教学与研究出版社,2009:48-69.
- [4]Rachel Patricia B.Ramirez,Mildred S.Ganaden. Creative Activities and Students' Higher Order thinking skills[J].Education quarterly,2008,vol.66 (1):22-33.
- [5]马晓丹,张春莉.基于图式理论的数学问题解决认知过程研究[J].北京教育学院学报,2021,35(04):65-71.
- [6][8][9][15]R.布鲁斯·威廉姆斯.高阶思维培养有门道[M].刘静,译.北京:教育科学出版社,2021:132,134,106,115.
- [7]曹宝龙.学习与迁移[M].杭州:浙江教育出版社,2019:73-75.
- [10]杨晓,毛秀荣.高阶思维的内涵、生成与评价[J].教学与管理,2020(30):22-25.
- [11]周文叶.中小学表现性评价的理论与技术[M].上海:华东师范大学出版社,2014:101.
- [12]马晓丹,张春莉.“双减”政策背景下指向高阶思维的数学作业设计[J].北京教育学院学报,2022,36(01):66-73.
- [13]Lee G, Kwon J, Park S S, et al.Development of an instrument for measuring cognitive conflict in secondary-level science classes[J].Journal of Research in Science Teaching, 2003, 40(6): 585-603.
- [14]张鼎立,沈晓敏.基于认知冲突理论的课堂分析:框架与案例[J].上海教育科研,2023(06):71-76.
- [16]张敬威,于伟.非逻辑思维与学生创造性思维的培养[J].教育研究,2018,39(10):40-48.
- [17]简·查普伊斯,等.促进学习的课堂评价[M].赵士果,译.上海:华东师范大学出版社,2021:21.

(责任编辑 樊璐)