多元表征学习:让数学学习深度发生

□ 席爱勇

【摘　要】数学多元表征学习是基于学生认知规律,科学利用学生认知规律,组织引导学生进行数学深度学习的学习方式,其本质内涵是将数学学习对象进行心理多元认知编码并与之建立对应、建构意义联系,其认知心理机制是建构“内化—联系—外化”的数学深度学习生态循环系统。在实践层面,教师要注重数学学习对象多样化呈现,促进数学知识的多元建构;注重数学内在表征的多元联系,促进数学表征的转换转译;注重数学内在表征的多元外化,促进数学思维的可视可感,让学生的数学学习深度发生,从而实现学生数学核心素养的整体提升和拔节生长。

【关键词】多元表征　深度发生　本质内涵　心理机制

《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称《课标》)明确指出:“课程内容要反映社会的需要、数学的特点,要符合学生的认知规律。”学生的认知规律到底有哪些?课程内容怎样安排才能符合学生的认知规律?如何利用学生的认知规律科学有效地引导学生进行数学学习?……凡此种种,《课标》都没有给出明确答案,需要我们在教学实践中去探索、去研究、去反思。

近些年来,欧美一些国家小学数学课堂广泛开展数学多元表征学习,给我们研究学生的数学认知心理提供了一条可行的路径。

一、数学多元表征的本质内涵

《辞海》(2009年版)对“表征”解释为“揭示;阐明。……也指事物显露在外的征象”。即表征有两层含义,作为动词,表示对事物本质的揭示和阐明;作为名词,表示事物显示出来的现象,表现出来的特征。因此,表征作为认知心理学的一个核心概念,指客观认知对象在心理活动中的表现和记载的方式,既是认知活动的过程,也是认知活动的结果。

数学多元表征就是将数学学习对象进行心理多元认知编码并与之建立对应、建构意义联系的过程。数学多元表征分外在表征和内在表征两种类型,外在表征是指以语言、文字、符号、图片、具体物、活动或实际情境等形式存在的表征。一般而言,外在表征不是文字符号就是图形符号,其中文字符号的表征较为抽象,它所表征的信息可以从任何知觉形式中取得,我们把这种表征称为“叙述性表征”;而图形符号较为具体,虽然也能从任何知觉形式中取得,但与视觉的关联性较强,因此图形表征也叫视觉化表征或描绘性表征。内在表征是指存在于个体头脑里而无法直接观察的心理表征。内在表征也有不同的形式,有些表征是个别的、外显的,能根据规则加以组合的,以及较为抽象的形式;有些则不是个别的,以内隐的方式表征各种事物,具有宽松的组合规则,以及较为具体的形式。

二、数学多元表征学习的心理机制

数学多元表征学习就是基于数学多元表征的数学学习,其认知心理机制可以用图1表述。

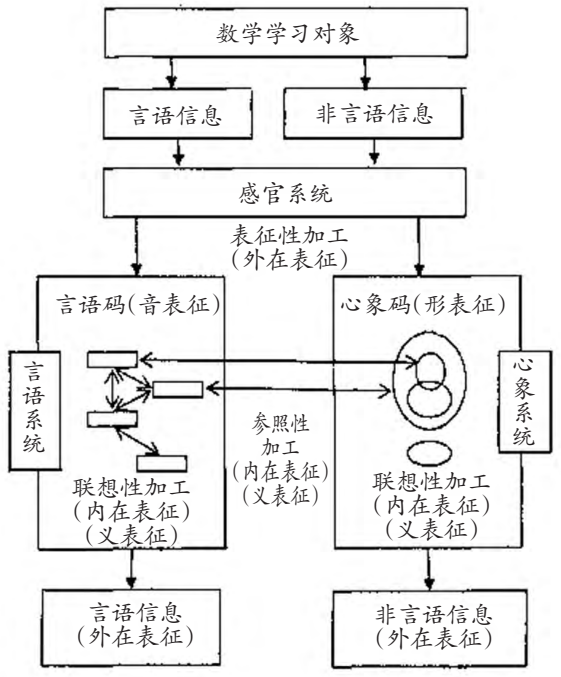


图1

从图1可以看出,教师将数学学习对象以言语信息(口语、文字、符号)和非言语信息(实物、模型、图片、情境、活动)形式呈现给学生,进行表征性加工(内化),言语信息以言语码形式进入学生的言语系统,非言语信息以心象码形式进入学生的非言语系统,新码在系统内与学生系统内原有的旧码进行联想性加工,实现系统内信息相互转换,建构意义联系,同时在系统间进行参照性加工,实现系统间信息相互转译,建构意义联系,最后,学生再以言语信息和非言语信息形式外显出来(外化)。数学多元表征学习的"内化—联系—外化"构成了学生数学深度学习的生态循环系统。

三、数学多元表征学习的实践策略

(一)注重数学学习对象多样化呈现,促进数学知识的多元建构

数学学习对象包括数学概念、命题、关系、运算和问题解决等,呈现方式要多样化,既要有言语文字的,也要有直观图形的,还要有数字符号的,这样才能凸显数学学习对象的多元属性,便于学生进行数学信息的多通道输入,实现数学知识的多元表征,数学意义的多元建构。

例如,"偶数"这个概念可以有如下几种呈现方式(如表1)。

表1

概念	图形表征	文字表征	数据表征	字母表征
偶数	○○ ○○ ○○ ……	是2的倍数的数(能被2整除的数)	2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30……	$2a$

以图形和动画的形式呈现偶数概念,学生就会在头脑中建构偶数的形表征:可以2个一组2个一组地画出来的。偶数的图形表征给学生建构偶数的文字表征"是2的倍数的数""能被2整除的数"以及符号表征"$2a$"一个感性经验支撑,便于学生理解偶数的本质内涵,实现其意义建构。以数据列举的形式呈现偶数概念,学生就会在头脑中建构偶数的数表征,便于学生发现偶数的外部特征:个位上是2,4,6,8,0,理解偶数概念的外延,实现其意义建构。

当然,数学学习对象的呈现方式也并非越多越好,各种呈现方式要做到既能互相补充,互相解释,也要做到本质内涵的内在一致,相互融合,这样才能做到既不增加学生的认知负荷,又能对数学学习对象有一个全面的认识和深刻的理解,实现数学知识的多元表征,数学意义的多元建构。

(二)注重数学内在表征的多元联系,促进多元表征的转换转译

抓住数学表征内在的多元联系,实现数学各种表征内部的灵活转换和表征之间的灵活转译,是学生形成数学知识的整体结构和意义表征,促进数学知识灵活提取和实践应用,实现转识成智的重要标志。

例如,下面三幅图(如图2),尽管桃子的总数不同,涂色桃子的数量也不同,但都能用$\frac{2}{3}$表示涂色桃子数占桃子总数的几分之几,这就需要学生在图形表征系统内部进行转换,即把桃子总数看作单位"1",平均分成3份,其中2份就是桃子总数的

$\frac{2}{3}$。当然，在这个过程中，也包含将图形表征转译成言语符号表征$\frac{2}{3}$的过程。

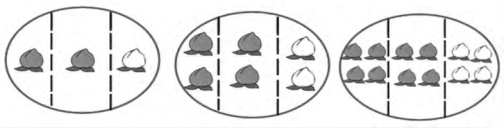


图2

面对同样一幅图形表征，不同的学生能转译成不同的言语表征，如上面第二幅图，有的学生转译成$\frac{2}{3}$，即把6个桃子看作单位“1”，平均分成3份，其中2份就是桃子总数的$\frac{2}{3}$，从份数的视角进行表征；有的学生则转译成$\frac{4}{6}$，即4个桃子占6个桃子的$\frac{4}{6}$，从个数视角进行表征。如果让学生根据分数的基本性质理解$\frac{4}{6}=\frac{4\div2}{6\div2}=\frac{2}{3}$，就又属于言语系统内部转换了。

可见，让学生不断加强同类表征系统内部的转换和不同类型表征系统间的转译，有利于培养他们对数学的深度理解能力和灵活综合思维能力，提升他们的数学综合素养。

（三）注重数学内在表征的多元外化，促进数学思维的可视可感

如果说数学理解是数学学习不断内化并建构联系的过程，那么数学表达就是数学学习不断外化并进行实践应用的过程。数学多元表征，不仅要注重数学学习的内化，建构数学内在表征的联系，也要注重数学学习的外化，让学生的数学内在表征和数学思维过程可视可感，有利于发展学生数学思维表达和实践综合应用的能力。

例如，笔者在执教苏教版六年级上册“解决问题的策略——假设”例1时（如图3），放手让学生表示出自己的想法和解答过程。

小明把720毫升果汁倒入6个小杯和1个大杯，正好都倒满。已知小杯的容量是大杯的$\frac{1}{3}$，小杯和大杯的容量各是多少毫升？

图3

有的学生用模拟图表征，具体直观形象；有的学生则用线段图表征，其思维抽象水平就要高于用模拟图表征的学生。有的学生用分数的思想列式解答，有的学生用比的思想列式解答，还有的学生用方程的思想列式解答。笔者让他们分别把自己的想法和解法画出来、写出来（如图4、图5、图6）。

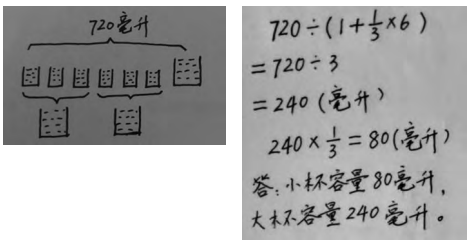


图4

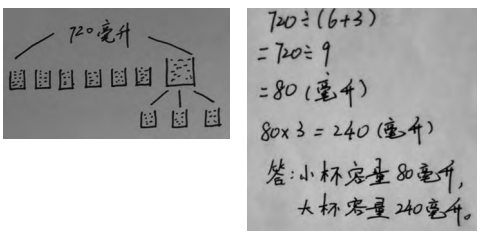


图5

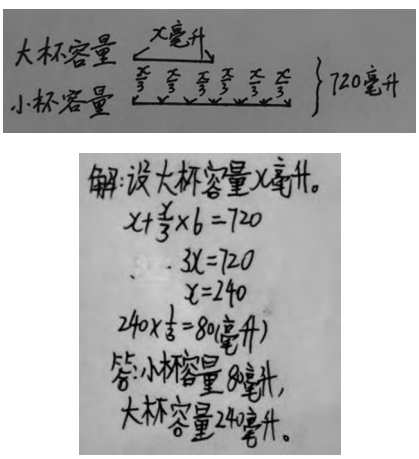


图6

从图4的模拟图形和算式表征中，我们不难看出学生的思维过程：把大杯容量看作单位“1”，小杯容量就是$\frac{1}{3}$，6个小杯可以换成$\frac{1}{3}\times6=2$（个）大杯，这样720毫升的果汁就相当于倒满3个大杯，用720÷3就可以求出大杯的容量，小杯容量也就迎刃而解了。从图5的模拟图形和算式表征中，我们可以看出学生是把“小杯容量是大杯的$\frac{1}{3}$”转化成“大

拓宽小学生数学学力发展的通道

□ 季仕健

【摘　要】基础教育的根本使命在于为学生奠定"学力发展"与"人格成长"的基础。德鲁克也说："现代社会需要的学力培养不在于习得内容而在于习得能力。"通过"学科"引力、"多维"助力、"结构"浮力、"生成"创力为手段，拓宽小学数学课堂教学中学生学力培养的策略和方法。

【关键词】引力　助力　浮力　创力

为了让学生适应日新"周"异的知识爆炸型社会，摆在教师面前的任务并不是光把课本上枯燥的知识传授给学生，培养他们的应试能力，最重要的是要在课堂教学中帮助学生树立主动学习、终身学习的意识，培养他们自主学习、主动学习、终身学习的能力。因此，在课堂教学中，发展学生的学力，才有利于学生深度掌握数学的知识内容，促进学生数学学习的可持续发展。

一、"学科"引力：启动儿童数学学力发展的引擎

在数学课堂中，儿童的数学学习需要一定的

杯与小杯容量之比是3∶1"，即1个大杯可以换成3个小杯，这样720毫升的果汁就相当于倒满9个小杯，用720÷9就可以求出小杯的容量，大杯容量也就顺利解决了。从图6的线段图形和算式表征中，我们可以看出学生是把大杯容量设为x毫升，则小杯容量就是$\frac{x}{3}$毫升，用列方程顺利解决问题。

同样的问题，不同的学生表征出来的形式是不同的，从中可以看出学生不同的认知风格和思维水平。

总之，数学多元表征学习的过程就是将客观数学学习对象与学生心理认知系统建立多元化对应关系的过程。在内容上，数学多元表征的丰富性和相互联系性构成了数学学习对象的网络结构；在方法上，数学多元表征间的转换或转译构成了数学学习中逻辑思维与非逻辑思维的互补；在过程上，数学多元表征的"内化—联系—外化"构成了数学学习的生态循环系统。数学多元表征的网络结构、互换互译、内外循环让学生的数学学习深度发生，有力地促进学生进行数学理解、意义建构、数学思维和实践应用，从而实现学生数学素养的整体提升和拔节生长。

参考文献：

[1]唐建岚.数学多元表征学习及教学[M].南京：南京师范大学出版社，2009.

[2]鲍建生，周超.数学学习的心理基础与过程[M].上海：上海教育出版社，2009.

[3]（美）戴尔·H.申克著，韦小满译.学习理论[M].南京：江苏教育出版社，2009.

[4]郑毓信.多元表征理论及概念教学[J].小学数学教育，2011(10).

（江苏淮安工业园区实验学校　223008）

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net