

基于“四个理解” 提升课堂品质

——评“等式的性质”一课

徐德同

(江苏省教育科学研究院)

摘要:通过观摩“等式的性质”一课,将所思、所见、所感,从理解数学、理解教学、理解学生、理解课程的角度分析“等式的性质”一课。

关键词:理解数学;理解教学;理解学生;理解课程

中图分类号:G633.6 **文献标识码:**A **文章编号:**1673-8284(2024)04-0040-04

引用格式:徐德同.基于“四个理解”提升课堂品质:评“等式的性质”一课[J].中国数学教育(初中版),2024(4):40-43.

辽宁省大连理工大学附属学校(圣克拉校区)的相佳辰老师(以下统称“执教教师”)在“第十三届初中青年数学教师课例展示活动”(以下简称“展示活动”)中,展示了“等式的性质”一课的教学视频及课例解读,得到了与会观摩教师和学术委员的一致好评。等式的性质知识内容少,掌握难度小。如何上好高品质、有价值的课?笔者将所思、所见和所感整理成文与老师们分享。

一、理解数学:从来龙去脉中理解等式的性质

著名数学家、哲学家莱布尼茨曾说:世界上没有完全相同的两片树叶。文献[1]中指出:“世界上的任何两件事物,都不会是完全一样的;如果完全一样,那就是同一件事物了。所以,“等于”的思想,把不同的两件事物看作相同,是非常了不起的思想。这是数学发生、发展的基础。为了“看作相同”,在使用“等于”时,当然要抓住事物本质的同时,而扬弃某些非

本质的部分。”

我们知道,数学的基础是公理。所谓公理,就是出发点,也就是事情还没开始,大家都约定一定成立的前提条件。公理是不证自明的。在数学发展史上,最原始的公理系统是欧几里得所建立的,包含5条公理:(1)等于同量的量彼此相等;(2)等量加等量,其和仍相等;(3)等量减等量,其差仍相等;(4)彼此能重合的物体是全等的;(5)整体大于局部。这个公理体系(另含23个定义和5个公设)为数学知识的整理、系统阐述提供了一种系统。从此,数学知识的建构找到了一种有效的方法。因此,等式的性质是数学大厦的重要地基。

当然,远在欧几里得之前,在古巴比伦人、埃及人和古希腊人那里,就有了公理化思想的萌芽。公元前六世纪,古希腊数学的鼻祖泰勒斯就把逻辑论证引入数学之中,标志着人们对客观事物的认识从感性走向了理性。当希帕索斯发现无公度线段之后,毕达哥拉斯学派也逐步认识到直观、经验和实践并非绝对可靠,希望对过去由经验而直接得到的几何知识都能

作者简介:徐德同(1974—),男,正高级教师,主要从事初中数学课程、教学与评价研究。

够用严格的逻辑推理来加以证明.由此建构出了公理体系,形成了逻辑的方法,才有了今天人类文明的格局.因此,可以说等式的性质是人类认识自然的逻辑起点.

等式的性质也是初中数学推理的起点,尤其是代数推理的起点.《义务教育数学课程标准(2022年版)》(以下简称《标准》)第四学段对代数推理提出了明确的要求,这也是这一次初中数学课程改革的关注点.

从数学发展和教学改革的全局看等式的性质,才能清楚地认识到其地位.

二、理解教学

1. 从课程内容区别中把握教学重点

等式的性质比较特殊,小学阶段和初中阶段都有学习要求.表1比较了《标准》中不同学段关于等式的性质的内容要求,以及不同学段教材中关于等式的性质的具体表述.

表1

学段	《标准》的内容要求	性质的具体表述
第三学段 (5~6年级)	根据具体情境理解等式的基本性质	等式两边同时加上(或减去)同一个数,结果仍相等
第四学段 (7~9年级)	掌握等式的基本性质	等式两边加(或减)同一个数(或式子),结果仍相等

从《标准》的内容要求中可以发现,小学学段描述结果的行为动词是“理解”,初中阶段描述结果的行为动词是“掌握”.所谓理解等式的基本性质,就是能描述等式的基本性质的由来、内涵和特征,阐述等式的基本性质与相关概念、性质之间的区别和联系.所谓掌握等式的基本性质,就是多角度理解和表征等式的基本性质,把等式的基本性质用于新的情境.

从小学和初中的课程内容表述中可以发现,初中阶段所学习的等式的性质是在小学阶段加上(或减去)同一个“数”的基础上拓展到同一个“式子”,这样的拓展是学习了用字母表示数后自然衍生出来的,

是从算术思维到代数思维的必经之路.因此,本节课的教学重点不仅仅是掌握等式的性质,而是要放到由数到式的内涵拓展上来.通过教师的铺垫和启发,引导学生从数的思维逐步过渡到式的思维,用式的思维看,用式的思维想,形成符号意识,逐步由算术思维过渡到代数思维.知名数学教育学者基兰认为,从算术思维向代数思维的过渡需要聚焦字母符号,而不只是数字,需要重新认识等号的意义.

2. 从文字语言向符号语言的转化中发展抽象能力

数学有自己的语言,数学语言一般意义上包括文字语言、符号语言和图形语言.其中,文字语言精练,符号语言简洁,图形语言直观.斯托利亚尔在《数学教育学》中指出,数学教学也就是数学语言的教学.

“等式的性质”一课中,执教教师充分注意到了让学生用文字语言表达现实世界中简单的数量关系和性质.稍显遗憾的是,在学生用文字语言描述出等式的性质后,执教教师没有留出足够的时间让他们用符号语言来等价表达和概括.从文字语言向符号语言的转化是发展学生抽象能力的载体.《标准》提出了核心素养导向的课程目标,抽象能力是核心素养的主要表现之一,能用符号语言表达和概括数学概念、性质和法则是抽象能力的重要内涵.教学中,尤其对于数学概念、定理、法则的教学,教师一定要发挥学生的主体作用,让学生有机会多角度理解和表征等式的基本性质,尝试用文字语言叙述,用符号语言概括,用图形语言表达,在这个过程中发展学生的数学核心素养.

3. 从“一斑”中窥视初中数学基本事实课的“全豹”

“等式的性质”是比较典型的基本事实(法则或规律)课,执教教师的课为我们展示了一个初中数学基本事实课的教学范式.课堂结构严谨,环环相扣,既贴合学生的认知规律,又彰显了新课程理念,具体包含了下面几个环节.

在环节1“比较中感知”中,以问题串的形式设置了如下两个问题.

问题1:七年一班有学生 x 人,七年二班有学生 y 人.列式表示:

(1) 两班共有多少人?

(2) 新学期两班各有两名学生转到外校上学, 现在两班共有多少名学生?

问题2: 七年一班有学生 x 人, 七年二班有学生 y 人. 列式表示:

(1) 两班的人数相等;

(2) 在(1)的前提下, 新学期两班各有两名学生转到外校上学.

执教教师引导学生对比观察由问题1和问题2得到的两组列式的区别, 指明第一组式子是之前学习的整式, 第二组式子是本章要学习的内容, 进而引出等式的定义和本节课的课题. 从问题直接切入主题, 过渡自然.

在环节2“实验中归纳”中, 设置了一个虚拟天平实验装置(如图1), 让学生观察天平的变化过程, 引导学生列出相应的等式.

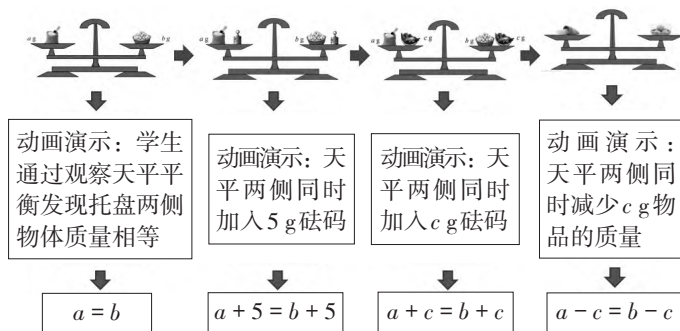


图1 天平变化流程图

用图片展示替代操作实验, 符合学生的认知水平, 不稚化, 可抽象.

在环节3“归纳中抽象”中, 引导学生用文字语言表达等式的性质. 因为小学阶段学过等式的性质, 加上图文并茂的直观感知, 所以学生两人一组稍作商量后基本能完整描述等式的性质.

在环节4“辨析中理解”中, 通过辨析引导学生对等式的性质有更深刻的理解, 把等式的性质应用于新的情境中.

其他环节包括应用中内化, 总结中提升, 作业中拓展, 等等, 不再赘述.

上述环节很好地呈现了初中数学基本事实课(法则或规律)的教学设计逻辑, 是一个优秀的教学范式.

当然, 数学是思维的体操. 七年级学生的思维正处在由经验向逻辑、由感知向抽象的过渡阶段, 他们能够初步运用观察、推理、归纳等思维方式进行思考, 并进行基于符号语言的抽象. 稍显遗憾的是, 本节课在等式的性质从数到式的拓展方面着墨不多, 错失了引导学生形成代数思维的小契机.

4. 从单元教学设计的角度整体阐述等式的性质

《标准》指出: 要重视单元整体教学设计, 改变过于注重以课时为单位的教学设计, 推进单元整体教学设计, 体现数学知识之间的内在逻辑关系, 以及学习内容与核心素养表现的关联.

何为单元整体教学设计? 以等式的性质为例, 欧几里得公理体系的第一条公理“等于同量的量彼此相等”, 用符号表示为“若 $a = b, b = c$, 则 $a = c$ ”, 表达的也是等式的性质(即等式的传递性). 在教学中, 教师若把等式的性质整合到一起, 作为整体向学生叙述, 这就体现了单元整体教学设计的思路. 单元整体教学设计要整体分析数学内容本质和学生的认知规律, 合理整合教学内容.

三、理解学生: 从学生已有认知中形成教学设计

著名教育心理学家奥苏贝尔有一段经典的论述: “假如让我把全部教育心理学仅仅归纳为一条原理的话, 那么, 我将一言以蔽之: 影响学习唯一重要的因素就是学生已经知道了什么, 要探明这一点, 并应据此进行教学.” 简要概括就是, 学生原有的知识和经验是教学活动的起点.

本节展示课的内容简单, 甚至没有难点. 那么, 这节课优秀在何处呢? 其中最重要的一点是, 在教学设计和教学实施时, 执教教师能时时考虑学生已有的认知和经验. 对于那些不用教也能会的知识, 让学生自主阅读或图文演示; 对于那些教了才能会的知识, 充分展开知识的形成过程. 可谓眼中有学生, 设计有层次.

四、理解课程：从小、初衔接中理解课程设计理念

无论是《标准》的内容要求，还是性质的具体描述，都清楚表达了螺旋式上升的课程设计理念。课程“螺旋上升”是自2001年以来的课程改革的鲜明特征。螺旋上升的目的是让学生循序渐进地掌握知识，优化知识结构，提升能力。螺旋上升不是简单地把知识安排在不同时段（学段）讲授，而是要注重知识的内在联系，加强知识的层次性，让学生的数学学习在不同时段（学段）层层递进，逐步拓宽、拓深，直至形成合理的知识结构。

教师作为课程的建设者，是课程实施的组织者、引导者、合作者，只有理解了课程设计理念，才能更好地基于学生的认知水平设计合理的课程，实施理性的教学。

展示活动是一个很好的平台，通过两天半的观摩，有很多话题值得讨论和交流；通过两天半的研讨，

我们也更加坚信，如何准确地理解数学、理解教学、理解学生、理解课程是教育教学改革不可回避的基本问题，是教学研究的永恒话题，是提升教学品质的本主题主眼。

参考文献：

- [1] 顾沛. 数学的美 在于数学思想深刻之美[J]. 数学教育学报, 2011, 20(4): 9.
- [2] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [3] 鲍建生. 数学核心素养在初中阶段的主要表现之一: 抽象能力[J]. 中国数学教育(初中版), 2022(5): 4-9, 13.
- [4] 斯托利亚尔. 数学教育学[M]. 丁尔陞, 译. 北京: 人民教育出版社, 1984.
- [5] 施良方. 课程理论: 课程的基础、原理与问题[M]. 北京: 教育科学出版社, 2017.

(上接第32页)

问小明为什么如此神奇?

作业3: 试着和同学一起编一个类似的小游戏.

【设计意图】作业1巩固同类项及合并同类项的概念; 作业2是一道选做题, 在解决问题的过程中, 不仅培养了学生的符号意识、创新意识, 而且对后面去括号法则的学习起到了预习的作用; 作业3培养了学生的创新意识, 激发了学生学习数学的兴趣和探究欲.

五、目标检测设计

1. 下列各组中的两项, 属于同类项的是 ().

- (A) x^2 与 x
- (B) $-0.3xy$ 与 $\frac{1}{2}yx$
- (C) x^2y 与 xy^2
- (D) x 与 y

2. 下列运算中, 正确的是 ().

- (A) $3a+2b=5ab$

(B) $3a^2b-3ba^2=0$

(C) $2x^3+3x^2=5x^5$

(D) $5y^2-4y^2=1$

3. 化简下列各式.

(1) $3m^2-2mn-n^2+5mn$;

(2) $3x^3-3x^2-y^2+5y+x^2-5y+y^2$.

【设计意图】第1题考查学生对同类项概念的理解与运用. 第2题和第3题考查学生对运用合并同类项化简多项式的掌握情况.

参考文献：

- [1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [2] 史宁中, 曹一鸣. 《义务教育数学课程标准(2022年版)》解读[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [3] 连春兴, 伍春兰. 借“向量”之石攻“几何”之玉: 一次同课异构教学活动的对比研究[J]. 数学通报, 2009, 48(4): 14-16, 21.