

# 项目式学习的教学路径探究

——以“折无盖长方体纸盒的容积最大问题”为例

李莉<sup>1</sup> 贡俊峰<sup>2</sup>

(1. 常州市滨江中学 江苏 常州 213034; 2. 常州市中天实验学校 江苏 常州 213139)

**摘要:**围绕“折无盖长方体纸盒的容积最大问题”这一主题开展以数学知识为核心,综合运用其他学科知识和思想方法进行合作探究的项目式学习,让学生经历实际问题解决的过程,有助于积累数学活动经验,建构数学模型,感悟数学思想和方法,形成数学思维方式,从而发展数学核心素养.

**关键词:**项目式学习;合作探究;核心素养

《义务教育数学课程标准(2022年版)》在“综合与实践”<sup>[1]</sup>领域指出,通过项目式学习,让学生以项目为载体,跨学科整合数学与其他学科的知识,引导学生在真实情境中经历发现问题、提出问题,制定合理的规划,再到分析问题和解决问题的过程,发展核心素养<sup>[2][3][4]</sup>.

## 1 问题的提出

《义务教育数学课程标准(2022年版)》提出项目式学习,应以问题解决为导向,整合数学与其他学科知识和思想方法<sup>[5]</sup>,引导学生从数学的角度去观察现实问题,用数学的思维方式去思考现实问题,用数学的语言去转化数学问题,构建数学模型,从而解决现实问题,感悟数学与其他学科之间、数学与生活之间的联系,发展学习能力、实践能力和创新意识.下面笔者以项目式学习“折无盖长方体纸盒的容积最大问题”为例,阐述探究这类真实项目的基本路径,此项目的路径模型如图1所示.

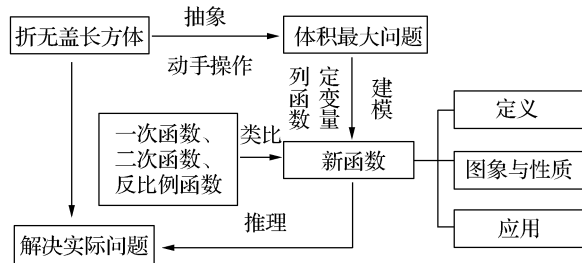


图1

## 2 教学设计与实践

### 2.1 问题驱动

**问题1** (1)同学们,咱们班的粉笔盒坏了,现在只有一张正方形硬纸板,你能利用它制作一个无盖的长方体的粉笔盒吗?

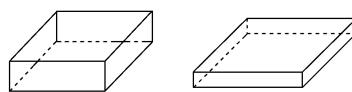


图2

图3

(2)和你的同桌相比,谁制成的长方体纸盒容积较大?

(3)假设正方形纸片的边长为20 cm,怎样能使盒体的容积最大呢?

(展示学生做的两种无盖长方体纸盒图2和图3)

师:你发现有什么不一样吗?

生:容积不同.

师:哪种容积更大?以及怎样制作使得容积最大?

生:设裁剪掉的小正方形的边长为 $x$ ,容积为 $y$ ,则 $y=4x^3-80x^2+400x$ .

**设计意图** 生活中的综合实践问题往往比较抽象.本设计把抽象的长方体容积问题提炼成具体的数学问题和直观的几何图形.学生通过裁剪——折叠成图2和图3,在教师的引导下,发现折出的无盖长方体纸盒的大小不一,体会容积随着被裁剪的小正方形的边长的变化而变化,从而提出问题:容积何时最大.学生从发现问题到提出问题,经历从语言表达到数学表

**基金项目:**江苏省教育科学规划2023年度重点课题“区域推进初中数学项目式学习的实践研究”(项目编号:B/2023/03/129).

**作者简介:**李莉(1990-),硕士,中学一级教师,研究方向:初中数学教学;

贡俊峰(1983-),本科,中学一级教师,研究方向:初中数学教学.

达的过程,既感悟如何从数学的角度审视问题,学会用数学的眼光观察世界,也培养了学生的几何直观能力和模型观念.

## 2.2 模型构建

**问题 2** (1)该问题是函数模型吗?

(2)类比之前学习过的函数,我们对这个函数的哪些方面进行研究?

(3)对  $y=x^3$  这个函数展开探究时,有哪些注意的地方? 小组合作后进行汇报.

第 1 组学生发现:通过观察表达式  $y=x^3$ ,发现图象应分布在一、三象限,图象经过原点并且通过分类发现,当  $x>0$  时, $y$  随  $x$  增大而增大,当  $x<0$  时, $y$  随  $x$  增大而增大,画出函数的大致图象.

第 2 组学生发现:通过列表、描点、连线,拟合函数图象如图 4.

各小组再通过 GeoGebra 软件绘图并分析该函数的性质.

**追问 1** 还有不一样的结论吗?

第 3 组学生发现:不用分  $x>0$  和  $x<0$  两种情况,该

函数图象是连续的,所以  $y$  随  $x$  增大而增大.

第 4 组学生发现:该函数图象关于原点成中心对称.

**追问 2** 如何验证?

第 5 组学生发现:可以取特殊点,比如当  $x=1$  时, $y=1$ ;当  $x=-1$ , $y=-1$ .

第 6 组学生发现:数学是严谨的一门学科,我们从特殊到一般,取图象上任意一点  $(a, a^3)$ ,则  $(-a, -a^3)$  恰好也在该函数图象上.

**设计意图** 类比二次函数的学习,引导学生从特殊函数  $y=x^3$  着手,鼓励小组成员进行合作探究,通过多种方式绘图并分析性质,不同小组之间互相补充,经历问题的产生及解决的过程,产生头脑风暴,感受基本模型的构建过程,积累数学活动经验;在交流分享过程中产生质疑,培养创新意识和批判意识;将数学与信息技术进行融合,更加直观地展现数据之间的关系,提升学生的探究热情,提高学生的信息素养.

**追问 3** (1)除了增减性、对称性等性质外,我们一般还会研究函数的哪些性质?

(2)如果当  $1 \leq x \leq 3$  时,存在最值吗? 若存在,最小值和最大值分别是多少?

(3)此外,类比反比例函数、二次函数的学习,你还能提出其他问题吗?

第 7 组学生发现:根据增减性可知, $y=x^3$  无最值.但当我们给自变量限制范围时,则存在最大值和最小值分别是 27 和 1,类比二次函数的学习,我们可以求  $y=x^3$  与  $y=x+1$  的交点坐标,以及  $x^3 < x+1$  时  $x$  的取值范围.

**设计意图** 类比已学函数的学习方法,引导学生进一步研究该函数的最值情况,在此基础上进行变式设计,对自变量的范围加以限制.另外,课堂上给予足够的时间让学生类比旧知去编题,架构函数的知识脉络.从“数”的角度猜想规律,从“形”的角度发现规律,领会数形结合这一重要数学方法<sup>[6]</sup>,既开拓视野,又发散思维,培养学生的应用意识.

## 2.3 模型应用

**问题 3** 请同学们根据得出的结论解决问题 1.

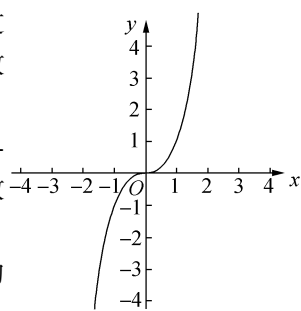


图 4

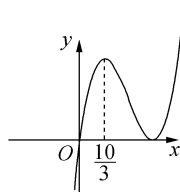


图 5

表 1  $y=x^3$  列表

$x$	...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
$y$	...	324	512	588	576	500	384	252	128	36	...

第 8 组学生发现:通过列表(表 1)、描点、连线画出函数图象(图 5),发现  $3 \leq x < 4$  时, $y$  取得最大值,通过逼近法得出  $x \approx 3.3$  时, $y$  取得最大值.

**设计意图** 通过以上探究,学生对无盖长方体容积的最值问题进行了深入剖析,提炼成数学问题,建立数学模型.学生类比前面的思路、方法,使函数性质研究的“一般观念”持续作用于学习过程中,由逼近思想得出  $y$  的最大值.让学生把数学知识应用于实践,感受数学知识的应用价值,培养学生的问题解决能力、应变能力.

## 2.4 模型延伸

**问题 4** 如果将正方形纸片换成长方形纸片,那么如何制作使得容积更大呢?

**设计意图** 鼓励学生动手操作,培养学生的空间想象能力和几何直观能力,小组成员互相合作,列出相应的表达式,让学生依据已有认知,类比本节课所学的知识和方法,自主探索该函数的增减性、对称性、最值等结论,主动解决问题,培养学生的综合应用能力

和创新意识,对学生具有一定的挑战性和实际价值。

### 3 成果展示及评价

对项目化学习成果的评价可以促进自主学习习惯的养成,因此本项目式学习采用过程性评价和结果性评价相结合的方式对学生的学习情况进行评价,以全面了解他们的学习情况,激发学生的探索欲,提高学习效率,改进教师的教学<sup>[7]</sup>。

展示项目成果后,结合评价表采用组间评价的方式进行评价(表2)。

表2 评价表

评价维度	评价内容	表现等级
数学	会用数学的眼光发现问题	
	会用数学的思维解决问题	
语言表达	条理清晰,会用数学语言准确表达函数图象与性质	

根据项目完成情况,从三个维度对学生进行全面性评价,实现评价维度多样化、评价主体多元化(表3)。

表3 评价表

评价内容	评价标准	自评	互评	师评	表现等级
知识的理解与应用	能够运用知识完成项目				
解决问题的思路与方法	在项目完成的过程中,思路清晰,方法多样				
价值观的树立	主动发现问题,对解决问题有强烈的探索欲,并创造性地解决问题				

## 4 关于项目式学习的思考

### 4.1 身临其境,就地取材

项目式学习旨在解决真实问题,有效提升学生的核心素养。无盖长方体在生活中处处可见,引导学生积极探究盒子的容积最大值问题,能使学生体会到数学来源于生活又服务于生活,激发学生的求知欲,重视学生运用数学的眼光观察问题。

### 4.2 重视实践,体会价值

项目式学习可以沿着“确定主题——任务驱动——实践活动——成果展示——反思提升”的路径展开,采用“课内+课外、校内+校外、集中+分散”等方式灵活进行<sup>[8]</sup>。本节课由师生观察生活发现问题、动手折纸提出问题、小组合作解决问题、成果展示分享

心得、反思过程提升能力,让学生经历项目研究的全过程,充分调动学生的自主性、合作性,培养学生运用知识解决实际问题的能力,发展模型观念和建模能力,重视学生运用数学的思维方式思考问题。

### 4.3 制定量表,促进发展

《课标(2022年版)》强调,评价既要关注学习的结果,也要关注过程;评价方式要丰富、主题要多元、评价主体要多样。因此,笔者制定的评价量表从知识、方法、价值观等多个维度进行,并赋予不同的权重。评价的目的在于增强学生的自信心,提高学生的学习兴趣,促进学生发展,也激励教师改进教学,提高教学效果。

### 4.4 项目学习,发展素养

学生对数学知识的应用,要在丰富的情境中感悟,切记对模型的死记硬背。在本次探究无盖长方体容积最值问题中,学生通过建立数学模型、分析模型和应用模型解决问题的过程,有助于发展学生的几何直观和模型观念;在探究图象和性质的过程中,发展数据观念和推理能力;在整理研究成果、撰写报告的过程中,形成反思习惯,提升语言表达能力和归纳总结的能力,重视学生运用数学的语言表达问题。

总之,“综合与实践”教学常常通过设置真实且具有挑战性的问题,围绕主题,以合作的方式综合运用其他学科的知识进行探究性学习,是一种可以培养学生应用能力,提升综合素养的重要教学活动。

### 参考文献:

- [1]郭衍,曹一鸣.综合与实践:从主题活动到项目学习[J].数学教育学报,2022,31(05):9-13.
- [2]史宁中,曹一鸣.义务教育数学课程标准(2022年版)解读[M].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [3]中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)解读[M].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [4]宋丹丹,曹一鸣.初中数学项目学习的教学实施路径——以“天坛公园游客出口导引设计”为例[J].中学数学教学参考,2023(26):74-78.
- [5]段春炳.“过程和结果双重导向”下的项目设计与实施——以“蜂巢结构探秘”为例[J].中学数学教学参考,2023(25):64-68.
- [6]詹金芳,张晴雯.学科融合背景下的数学模型构建教学——以“反比例函数的应用”为例[J].中学数学教学参考,2023(17):17-19.
- [7]王洁琼,金建平.项目化学习的实践与思考[J].中学数学教学参考,2023(05):65-68.
- [8]霍锐泉.开展项目学习 发展核心素养——以“测量旗杆的高度”为例[J].中学数学教学参考,2023(11):63-66.

(收稿日期:2024-04-02)