

如何培养学生的符号意识

——以阅读材料“数学中的符号”为例

姜萍

(杭州启成学校 浙江 杭州 311225)

摘要: 数学符号是“用数学的语言表达现实世界”的方式之一.符号意识与抽象能力相辅相成,是数学表达和进行数学思考的重要形式.只有学生将现实生活抽象成数学符号,并能理解符号的使用时,才能准确地进行数学表达.理解符号、会运用符号才能提高抽象能力,进而提高运算能力和推理能力.文章有意识、有方向地利用教材中的素材,培养学生的符号意识.

关键词: 数学符号;符号意识;抽象能力

中图分类号: O121.1

文献标识码: A

文章编号: 1003-6407(2023)07-0027-03

初中生学习数学的拦路虎之一是对数学符号的理解有障碍,不会将现实问题用数学符号表示,不能建立合适的模型,导致问题无法解决.在小学阶段的学习中,学生接触过的符号仅为数字符号和“+、-、 \times 、 \div ”4个运算符号,而进入初中第一个月就出现“负号”“绝对值符号”等一系列学生现有认知

外的符号,让学生猝不及防.

事实上,编写教材的专家早已关注到这一点,从而在浙教版《义务教育教科书·数学》(七年级上册)第96页撰写阅读材料“数学中的符号”,旨在培养学生的符号意识.教师要合理利用教材中的有效资源,通过专题课、拓展课和项目学习等方式,

模型变式 如图10, $Rt\triangle AOB$ 和 $Rt\triangle COD$ 绕着公共顶点 O 旋转,且 $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$, $\angle ABO = \angle CDO = 30^\circ$.

设计意图 当学生遇到高起点问题时,很难直接建立数学模型进行解决,因此,通过变式可以有效促进学生对于问题本质的理解,主动探索出合适的数学模型以利于问题的解决.

2) 源问用模.

师生活动 根据总结得出的问题模型与解决思路,在分析源问题时重现“找‘伴随相似’→边成比例→8字型”的过程,从而得出相应的结论.

设计意图 用自己探索得到的模型解决源问题,可以在加深学生对建模过程理解的同时,促使学生形成良好的数学情感.

3) 变式引问.

问题2 根据上面得到的结论,能否再推导出其他关系? 四边形 $ABCD$ 的面积和它们有关吗?

学生活动 通过小组讨论共同建构解决共顶点旋转相似问题的基本模型,归纳整理并内化为自己的解题思想,能用数学的语言进行表达.

设计意图 通过变式,学生能够自主参与探索、建立与运用普适性的数学模型的过程,并从中学会提出数学问题^[6].引导学生在生活中有意识地运用数学语言进行合理表达,逐步养成数学的思维与习惯.

参 考 文 献

- [1] 张惠添.变式教学在初中数学教学中的应用探究[D].广州:广州大学,2012.
- [2] 李静.基于多元表征的初中代数变式教学研究[D].重庆:西南大学,2011.
- [3] 于秋菊.变式教学在数学概念教学中的实践研究[D].长沙:湖南师范大学,2012.
- [4] 李群.变式教学在初中数学教学中的应用研究[D].桂林:广西师范大学,2011.
- [5] 孟宪荣.初中数学变式教学实践研究[D].大连:辽宁师范大学,2012.
- [6] 温河山.初中数学变式教学的方法探析[J].课程教学研究,2012(10):48-54.

收文日期: 2023-03-28; 修订日期: 2023-04-25

作者简介: 姜萍(1984—),女,浙江杭州人,中学高级教师.研究方向: 数学教育.

提高学生的抽象能力.笔者对教材中“数学中的符号”这节内容做详细的解读和设计,与同行交流.

1 精准定位教学方向

学生学习过程中产生错误的细节需要被重视,如学生在检验方程时将“因为左边=5+3=8,右边=8,所以左边=右边”,省略成“左边=5+3=8”,看似问题不大,但当教师追问“这个8是计算得到的8,还是等式右边的8?”学生没法回答.剖析背后的原因,就会发现学生认为形式一样,于是省略了中间步骤,而不是考虑数学意义,这是不科学的.我们需要区分等号的不同作用,深入研究每一步数学语言.等号有两个作用:连接和运算.显然“5+3=8”中的“=”是运算作用,“右边=8”中的“=”是连接作用.这一符号在同一个题目中不同的位置表示不同的意义.章建跃先生在文献[1]中举例“学生对 $3x+5=17$ 或多或少有些理解,因为它的右边只有一项,是某种运算的结果,但对 $3x+5=x+17$ 的理解会产生困难,他们认为式子似乎没有写完,因为右边仍然是一种加法的形式.为了让学生明白等号是一个关系符号而不是结果符号,教师需要做很多工作.”

因此,弄清楚符号的意义、符号的作用是培养学生符号意识的一个艰巨任务,也是小升初顺利衔接的重要工作.

2 精心预设学生活动

2.1 数学符号的分类及作用

学生活动1 课前进行无明确指向的阅读,回忆学过的符号,初步理解数学符号的分类方法,分享学过的符号,并进行数学符号的分类.将教师给出的可以用代数式表示的语句、运算法则、运算律用符号表示.

教学技巧 通过具体的例子引导学生总结数学符号的作用,用特殊到一般的思想,从具体数字过渡到符号表示,比教材中直接给出符号分类的结论让学生印象更深刻、更有感悟,体会到符号语言能更加形象直观地描述运算律.

教学说明 根据教材描述,数学符号分为以下几类:1) 数字符号,如 $3, \mu, \nu$ 等;2) 运算符号,如 $+, -, \times, \div$ 等;3) 关系符号,如 $=, \approx, \neq, >, <, //, \perp$ 等;4) 性质符号,如 \pm ;5) 省略符号,如 \therefore, \because 等^[2].将学生接触到的数学符号进行详细分类,让学生明白符号的不同作用,从而进一步思考各个符号如何使用,同时体会符号的表达简洁明了,因此符号能正确地表述概念,更是进行推理的有力工具,能帮助人们总结出便于运算的各种法则,简明地揭示数量关系.

2.2 数学符号的抽象及使用

当今在用的符号是经过各个时代、各个国家的数学家们共同努力抽象后进一步统一得到的.符号的演变经历了漫长的过程,来之不易,符号意识的培养就显得更为重要了.教材中阐述了:奥特雷德率先使用“ \times ”,乘法运算可以视为一种特殊的加法运算,于是“ $+$ ”稍作变动成了“ \times ”.德国数学家克拉维斯著作中出现小数点,我国南宋数学家秦九韶著作中出现十进制小数的记法^[2].不妨看看当年秦九韶是如何表示的,从而欣赏古人的智慧.

例1 秦九韶把324 506.25记为如图1所示的形式,用“余”字表明该位以后都是小数部分,“余”就是现在的小数点.



图 1

图 2

- 1) 试把123.46表示为图1的形式.
- 2) 图2表示的数为_____.

学生活动2 归纳算筹的书写法则,了解数学符号的使用方法,体会抽象出的符号需要注意的相关规则.

课堂实录 学生总结的书写规则如下:1) 算筹是横竖交错书写的;2) 同一数位若横竖算筹同时使用,则横式算筹表示5,每一个竖式算筹表示1,二者相加表示该数位的数字的大小;3) 0还是0;4) 用“余”表示小数点;5) “余”写在算筹的右下方,且略小,类似于下标;6) 整数和小数部分最左边的数位数字若小于等于5,都用横式算筹表示,若大于5,则横竖算筹在该数位同时使用.

师(追问1):为什么你认为同一个数位上的横竖算筹中横的表示的是5呢?

生1:感觉跟算盘一样,用上面一颗珠子代表5.

师:回答得太好了!我们可以用类比的方法去思考问题.

师(追问2):你认为为什么要横竖交错书写呢?

生2:如果全部都是竖式算筹的话,那么排列在一起,根本没法分辨是多少,全是竖线.

师(总结):举反例是很好的方法.

教师总结 数学符号的产生和使用规则都是由实际情况需求决定的.为了正确表达它的意义,必定有相关规则,一定要先观察总结再使用.

2.3 数学符号的进化及举例

学生活动3 寻找一些和数学符号有关的小故事.

课堂实录 学生分享小数点的整个历程如下:

1) 公元前3世纪,刘徽提出(用文字表示).
2) 13世纪,我国数学家朱世杰提出小数的名称,且在中国出现新记法,形如 8_{23} ,左边的数表示整数部分,右下方的数表示小数部分.同期,1.5记作1⑤,这么一圈,就把整数部分和小数部分分开了.

3) 公元1427年中亚数学家阿尔卡西,将整数部分和小数部分分开,例如3.14记作3 14.

4) 16世纪,欧洲数学家斯蒂文提出把3.141 5记作3①1①4②1③5④,德国数学家鲁道夫提出把257.36表示成257136.

5) 1592年瑞士数学家布尔基,用小圆圈将整数部分与小数部分隔开.

6) 17世纪英国数学家耐普尔,把17.2记作17 2.

7) 17世纪后期印度数学家,首先用小圆点隔开整数部分和小数部分.同期,德国数学家克拉维斯,用小黑点代替小圆圈.

8) 至今,小数点的写法位置还不完全一样,中国、美国小数点写在个位的右下方,英国在整数和小数两部分中间,德国、法国依旧用“.”.

教学点评 学生以讲故事的方式阐述了小数点的进化历程,让其他学生对数学史产生了浓厚的兴趣,体悟了数学符号来之不易,进一步提高了符号意识.

2.4 数学符号的创造及应用

学生活动4 编一编,请编一个与数学符号有关的题目.

学生编写题目,自行准备答案.通过这一学习环节,可以看到学生的奇思妙想,也能发现有些小问题,通过教师点拨,进一步落实符号的使用规则.教师选择学生编写的典型题目让其他学生一起尝试求解,最后让这位编题的学生给大家分享自己的想法.

通过这一环节,让学生自己去创造符号,并且给符号赋予意义,进一步培养了符号意识.



3 精准作业检测成效

培养符号意识,需要理解符号,解释符号的意义和使用规则等.学习上述内容后,学生最好奇的就是符号在常规计算和表示外,还会出现在哪些练习中.事实上,新定义运算是一直被教师忽视的帮助学生培养符号意识的练习,像算筹的使用规则那样从各个角度去分析符号该如何使用,学生解决这

类题目也就不在话下了.

教师设计的配套习题如下:

习题 1) 若图3表示运算 $x+z-(y+w)$, 则图4的结果是 ()

- A.5 B.7
C.9 D.11

2) 若图5表示运算 $a-b+c$, 图6表示运算 $x-y+z+w$, 求图7×图8的值.






图5 图6 图7 图8

3) 如果规定“ \odot ”为一种新的运算: $a \odot b = a \times b - a^2 + b^2$. 例如 $3 \odot 4 = 3 \times 4 - 3^2 + 4^2 = 12 - 9 + 16 = 19$, 仿照例题计算:

- ① $(-2) \odot 6$;
② $(-2) \odot [(-3) \odot 4]$.

以上3道题都是学生练习中经常出现的,通过符号意识的培养,让学生明白使用符号需要注意哪些要点,从哪些细节考虑该符号的使用规则.通过对教材中“数学中的符号”的学习,这3道题的正确率比以往显著提高.

4 结束语

符号意识主要是指能够理解并且运用符号表示数、数量关系和变化规律;知道使用符号可以进行运算和推理,得到的结论具有一般性.建立符号意识有助于学生理解符号的使用,是数学表达和进行数学思考的重要形式^[3].建模能力、推理能力、运算能力一直被高度重视,经常被提及,而符号意识是它们的先驱,只有学生先具备抽象能力,且理解符号、会运用符号,才能够具备其他能力.因此,有意识、有方向地利用教材中的素材设计培养学生的符号意识,是重要的教学内容.

通过对教材的合理开发,设计一系列培养学生数学素养的相关对应专题,才能落实“三会”,提高学生的数学核心素养.

参 考 文 献

- [1] 章建跃.章建跃数学教育随想录(上卷)[M].杭州:浙江教育出版社,2017.
[2] 范良火.义务教育教科书·数学(七年级上册)[M].杭州:浙江教育出版社,2022.
[3] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)[M].北京:北京师范大学出版社,2022.