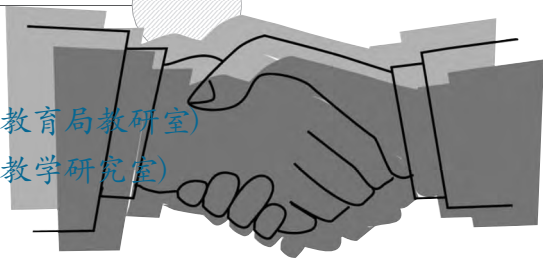


对高中数学青年教师“讲题比赛”的几点思考

肖凌慧 (广东省广州市黄埔区教育局教研室)

曾辛金 (广东省广州市教育局教学研究室)



摘要：广州市高中数学青年教师“讲题比赛”的实践表明：“讲题”有利于提高数学青年教师的解题教学技能，有利于激发数学青年教师的创造性，有利于促进数学青年教师的专业成长。“讲题”是数学解题教学的一个片断。“讲题”要明确目标定位，要突出讲题重点，要突破讲题难点，要关注讲题效益。

关键词：讲题比赛；教学技能；案例分析

“讲题比赛”是各地培养和选拔优秀数学教师的一种做法。作为评委，笔者参与了广州市高中数学青年教师“讲题比赛”的评比过程。从活动中发现，参赛者对“讲题”的含义、目标、过程与方法等认识不足，评委对“讲题”如何评价也存在分歧。为了让“讲题”成为教师专业成长的有效方式，本文探讨数学“讲题”的含义、目标定位、操作程序及评价标准。

一、“讲题”是什么

笔者认为，“讲题”是数学课堂教学不可或缺的一个重要环节，是课堂解题教学的一个片断，是提高教师解题教学技能的基本途径。“讲题”突出“讲”字，讲题目的结构特征，讲题目的求解过程，讲题目的引申拓展。

收稿日期：2013-06-22

基金项目：广东省教育科学“十一五”规划2010年度研究项目——高中数学“优效教学”的探索性研究（课题批准号：2010jkk245）。

作者简介：肖凌慧（1964-），男，湖南武冈人，中学高级教师，广州市基础教育系统名教师，广州大学教育硕士导师，主要从事高中数学教育与教学研究。

1. 讲题与说课的关系

说课以“课”为载体，用10分钟左右的时间展示“课”的特点。说课要突出“说”字，选准“说法”，找准“说点”，把课“说”活^[1]。说课者要根据课型特点去“说”：说目标，说教法，说学法，说重点，说难点，说内容，说过程，说评价。说课的重点要放在实施教学过程、反馈教学信息、提高教学效率上。说课要说出该课的特色，把课说得详略得当、生动有趣、有理有法，突出教法和学法，说明“怎样教”和“为什么这样教”。

讲题以“题”为载体，突出“讲”字，既讲怎样解这个“题”，又讲如何优化解题方法。讲题与说课一样，突出教法，关注学法。讲题既要发扬“说”的优点，更要凸显“讲”的特色，呈现“讲题”的教学过程，重点讲解题目求解的思维过程。

2. 讲题与说题的关系

说题以“题”为研究对象。说题者要根据题目特点去“说”：说题目背景，说题目解法，说题目变式，说题目涉及的思想方法^[2]。说题的重点应放在题目的结构特征与题目的教学价值上。说题是提高教师解题能力的重要途径与有效方法。

讲题与说题一样，以“题”为研究对象，讲题目

背景,讲题目结构,讲审题方法,讲解题过程,讲解题反思,讲引申拓展.说题关注题目的来龙去脉,讲题更关注题目的教学价值;说题关注题目的结构特征,讲题更关注题目的解法探究;说题关注解题教学方案的设计,讲题更关注解题教学方案的实施.讲题与说题一脉相承,是说题基础上的课堂实施过程.

3. 讲题与解题教学的关系

讲题与解题教学密切相关,讲题是解题教学的缩影,要体现解题教学要求,要遵循解题教学原则,要达成解题教学目标.讲题目标与解题教学目标一致,仍然是巩固所学数学知识,训练学生思维方法,形成一定的技能、技巧,提高学生数学问题的解决能力,促进良好个性品质的形成.数学解题教学的一般要求是:明确解题目标—熟悉解题步骤—掌握解题方法—学会解题反思.讲题也需要审明题意、探索解法、叙述解法和回顾反思.

二、“讲题”讲什么

讲题要根据题目结构特点与学生认知水平去“讲”:讲题目背景,讲题目结构,讲审题方法,讲解题过程,讲解题反思,讲引申拓展.讲题以“题”为研究对象,突出“讲题”思维过程.讲题的重点应放在解法探究与思维优化上.讲题是数学解题教学的重要组成部分,要体现解题教学的目标、要求、价值.

1. 讲题的目标定位

“讲题”讲什么,与“讲题”的目标定位及课型结构有关.笔者认为,讲题要注意数学课型特点和学生思维层次.讲题可分为新授课的讲题、习题课的讲题、复习课的讲题.

(1) 新授课的讲题.数学新授课的一般结构是:复习铺垫—导入新课—讲授新课—巩固新课—小结回授—布置作业.通过范例讲解来理解新知,加强记忆,这就是新授课中讲题的目标定位.

(2) 习题课的讲题.数学习题课的一般结构是:复习回顾—典例示范—练习提高—小结提炼—布置作业.通过典型题目的讲解与练习来巩固所学知识、形成解题技能,发展学生的问题解决能力,培养学生的创新意识,这正是习题课中讲题的目标定位.

(3) 复习课的讲题.数学复习课一般分为单元复习、学段复习和高考复习等三种形式.数学复习课的

一般教学结构是:梳理知识—解题示范—练习深化—总结提炼—布置作业.数学复习课的主要教学目标是使知识系统化、结构化、综合化和应用化.数学复习课要通过典型例题的讲解,强化学生对基础知识的理解和基本方法的掌握,促进学生的数学能力和数学素养的提高,这也正是复习课中讲题的目标定位.

2. 讲题的基本原则

(1) 目标性.讲题要引导学生审明题意,帮助学生认识题目的条件和结论,挖掘题目的隐含条件,明确解题目标,树立“目标导航”意识.

(2) 示范性.讲题要引导学生分析题目结构,探索解题思路与途径,让学生掌握解题的思维策略,掌握基本的解题模式和解题技能.

(3) 启发性.讲题要充分发挥学生解决问题的主体性,引导学生积极思考,启迪学生的数学思维.

(4) 变通性.讲题要防止学生的思维定势,通过改变题目的条件或结论,引导学生合理变题,加深学生的数学理解,培养学生思维的变通性.

(5) 思想性.讲题要引导学生总结解题方法,感悟数学思想,优化学生的思维素质.

3. 讲题的操作程序

笔者认为,讲题的一般操作模式是:剖析题目结构—寻找解题思路—表述题目解法—反思解题过程—探究题目变式—优化思维素质.

4. 讲题案例与分析

下面对2013年广州市高中数学青年教师“讲题比赛”的四个典型讲题案例进行分析.

讲题比赛题目:在等差数列 $\{a_n\}$ 中,前 n 项和记为 S_n ,若 $S_p = S_q (p \neq q, p, q \in \mathbb{N}^*)$,求 S_{p+q} 的值.

此题是等差数列前 n 项和的运算问题,主要考查等差数列的通项公式与前 n 项和公式,对培养学生的运算求解(字母运算)能力、掌握数列求和问题的思想方法有较高的教学价值.选取此题作为讲题比赛题目基于以下想法:一是题目难度不大,解题思路开阔(解法多);二是便于推广或拓展;三是可类比得到等比数列的类似性质.这样可以给参赛教师有充分发挥自己聪明才智的空间,也可以管窥参赛教师的解题教学技能及对数列求和问题的认识深刻程度.由于是第一次开展讲题比赛活动,我们为参赛教师提供了如下基本解法(解法1).

解法 1:(基本量法) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,

$$\text{则 } S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d.$$

因为 $S_p = S_q$,

$$\text{所以 } pa_1 + \frac{p(p-1)}{2}d = qa_1 + \frac{q(q-1)}{2}d,$$

$$\text{即 } (p-q)a_1 + \frac{(p-q)(p+q-1)}{2}d = 0.$$

$$\text{因为 } p \neq q, \text{ 所以 } a_1 + \frac{p+q-1}{2}d = 0,$$

$$\text{所以 } S_{p+q} = (p+q)a_1 + \frac{(p+q)(p+q-1)}{2}d$$

$$= (p+q) \left[a_1 + \frac{p+q-1}{2}d \right]$$

$$= 0.$$

所以 $S_{p+q} = 0$.

除此以外, 65 位参赛教师的“讲题”中, 还有如下几种典型解法:

解法 2:(基本量法) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$.

因为 $S_p = S_q (p \neq q, p, q \in \mathbf{N}^*)$,

$$\text{所以 } p(a_1 + a_p) = q(a_1 + a_q),$$

$$(p-q)a_1 + p(a_p + qd) - q(a_q + pd) = 0.$$

$$\text{即 } (p-q)a_1 + (p-q)a_{p+q} = 0.$$

因为 $p \neq q$, 所以 $a_1 + a_{p+q} = 0$.

$$\text{所以 } S_{p+q} = \frac{(p+q)(a_1 + a_{p+q})}{2} = 0.$$

解法 3:(整体处理法) 因为 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 故可设 $S_n = an^2 + bn$.

因为 $S_p = S_q (p \neq q, p, q \in \mathbf{N}^*)$,

$$\text{所以 } ap^2 + bp = aq^2 + bq,$$

$$\text{即 } (p-q)[a(p+q) + b] = 0.$$

因为 $p \neq q$, 所以 $a(p+q) + b = 0$.

$$\begin{aligned} \text{所以 } S_{p+q} &= a(p+q)^2 + b(p+q) \\ &= (p+q)[a(p+q) + b] \\ &= 0. \end{aligned}$$

解法 4:(整体处理法) 设 $p > q$,

$$\text{则 } S_p - S_q = a_{q+1} + \dots + a_p = \frac{(p-q)(a_{q+1} + a_p)}{2} = 0,$$

$$\text{所以 } a_1 + a_{p+q} = a_{q+1} + a_p = 0.$$

$$\text{所以 } S_{p+q} = \frac{(p+q)(a_1 + a_{p+q})}{2} = 0.$$

解法 5:(整体处理法) 不妨设 $p > q$, 由 $S_p = S_q$, 得 $a_{q+1} + \dots + a_p = 0$,

$$\text{所以 } a_p + \dots + a_{q+1} = 0.$$

两式相加, 得 $a_{q+1} + a_p = 0$,

$$\text{所以 } S_{p+q} = \frac{(p+q)(a_1 + a_{p+q})}{2} = 0.$$

解法 6:(数形结合法) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d .

当 $d = 0$ 时, $S_n = na_1$, 由 $S_p = S_q$ 得 $pa_1 = qa_1$.

又 $p \neq q$, 所以 $a_1 = 0$.

$$\text{所以 } S_{p+q} = (p+q)a_1 = 0.$$

当 $d \neq 0$ 时, 因为 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = \frac{d}{2}n^2 + \left(a_1 - \frac{d}{2}\right)n$,

所以点 (n, S_n) 在二次函数 $y = \frac{d}{2}x^2 + \left(a_1 - \frac{d}{2}\right)x$ 的图象上.

又 $S_p = S_q (p \neq q, p, q \in \mathbf{N}^*)$, 由二次函数的对称性可知 $S_{p+q} = 0$.

综上, $S_{p+q} = 0$.

解法 7:(分类讨论法) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d .

若 $d = 0$, 则 $S_n = na_1$, 由 $S_p = S_q$ 得 $pa_1 = qa_1$.

又 $p \neq q$, 所以 $a_1 = 0$.

$$\text{所以 } S_{p+q} = (p+q)a_1 = 0.$$

若 $d \neq 0$, 不妨设 $p > q$, 由 $S_p = S_q$, 得 $a_{q+1} + \dots + a_p = 0$.

当 $p - q = 2k (k \in \mathbf{N}^*)$ 时, $a_{q+1} + a_p = 0$,

$$\text{所以 } S_{p+q} = \frac{(p+q)(a_1 + a_{p+q})}{2} = 0.$$

当 $p - q = 2k - 1 (k \in \mathbf{N}^*)$ 时, $a_{\frac{p+q+1}{2}} = 0$,

$$\text{所以 } S_{p+q} = (p+q)a_{\frac{p+q+1}{2}} = 0.$$

综上, $S_{p+q} = 0$.

上述 7 种解法可分四类: 基本量法、整体处理法、数形结合法、分类讨论法. 充分展示了高中数学青年教师的解题素质.

推广问题有: 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_p = r, S_q = s (p \neq q, p, q \in \mathbf{N}^*)$, 其中 p, q, r, s 为常数, 求 S_{p+q} 的值.

设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,

$$\text{则 } S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d.$$

因为 $S_p = r, S_q = s$,

$$\text{所以 } pa_1 + \frac{p(p-1)}{2}d = r, qa_1 + \frac{q(q-1)}{2}d = s.$$

$$\text{即 } (p-q)a_1 + \frac{(p-q)(p+q-1)}{2}d = r-s.$$

$$\text{因为 } p \neq q, \text{ 所以 } a_1 + \frac{p+q-1}{2}d = \frac{r-s}{p-q}.$$

$$\text{所以 } S_{p+q} = (p+q)a_1 + \frac{(p+q)(p+q-1)}{2}d$$

$$= (p+q) \left[a_1 + \frac{p+q-1}{2}d \right]$$

$$= \frac{(p+q)(r-s)}{p-q}.$$

类比问题有：已知 S_n 是公比为 q 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_m = r, S_k = s (m \neq k, r \neq s, m, k \in \mathbf{N}^*)$ ，其中 r, s 为常数，求 S_{m+k} 的值。

当 $q = 1$ 时， $S_m = na_1$,

由 $S_m = r, S_k = s$ 得 $ma_1 = r, ka_1 = s$ 。

又 $m \neq k$ ，所以 $a_1 = \frac{r-s}{m-k}$ 。

$$\text{所以 } S_{m+k} = \frac{(m+k)(r-s)}{m-k}.$$

当 $q \neq 1$ 时，因为 $S_m = r, S_k = s (m \neq k, r \neq s, m, k \in \mathbf{N}^*)$,

$$\text{所以 } \frac{a_1(1-q^m)}{1-q} = r, \frac{a_1(1-q^k)}{1-q} = s,$$

$$\text{即 } \frac{a_1(q^k - q^m)}{1-q} = r-s.$$

$$\text{因为 } m \neq k, \text{ 所以 } a_1 = \frac{(r-s)(1-q)}{q^k - q^m}.$$

$$\text{所以 } S_{m+k} = \frac{a_1(1-q^{m+k})}{1-q} = \frac{(r-s)(1-q^{m+k})}{q^k - q^m}.$$

(1) 教师甲的讲题过程实录。

师：我校生源属广州市第一生源组，这一生源组学生有较强的独立解题能力和自主学习能力。首先引导学生审题：这是何种问题？已知条件是什么？解题目标是什么？

教师复述学生的回答：这是等差数列求和问题，已知条件是 $S_p = S_q (p \neq q, p, q \in \mathbf{N}^*)$ ，解题目标是求 S_{p+q} 的值。

教师板书解题过程：见上文中解法 1、解法 4、解法 6、解法 7。

师：(总结) 处理等差数列求和问题的思想方法有方程思想、整体思想、数形结合思想和分类讨论思想。

【点评】教师甲定位于复习课中的讲题，注重审题分析，突出解法的多样性，注意提炼数学思想，但停留在就题论题层面，忽视了解题方法的优化和引申拓展。

(2) 教师乙的讲题过程实录。

师：我校生源属广州市第二生源组，这一生源组学生能理解教师的讲授内容，有一定的解题能力，但自主学习能力不强。

教师讲解此题的求解过程：见上文中解法 1、解法 2、解法 3、解法 5。

师：(总结) 求解等差数列求和问题的思想有方程思想和整体思想。

【点评】教师乙定位于新授课中的讲题，注重讲授，呈现求解方法，注意提炼数学思想，但忽视审题思考，仍停留在就题论题层面，忽视了解题方法的优化和引申拓展。

(3) 教师丙的讲题过程实录。

师：我校生源属广州市第三生源组，这一生源组学生重视基本公式的应用，但运算求解能力不强，需要适当铺垫。

先提供铺垫问题：在等差数列 $\{a_n\}$ 中，前 n 项和记为 S_n ，若 $S_5 = S_3$ ，求 S_8 的值。

再提供解题方法：见上文中解法 1、解法 2、解法 4、解法 6。

师：(总结) 解等差数列求和问题的思想方法有方程思想、整体思想和数形结合思想。

【点评】教师丙定位于习题课中的讲题，注重铺垫，呈现解题方法，注意数学思想，但忽视解题途径的探索，仍停留在就题论题层面，忽视了解题方法的优化和引申拓展。

(4) 教师丁的讲题过程实录。

师：我校生源属广州市第四生源组，这一生源组学生习惯于教师讲授，对基本公式有一定了解，但运算求解能力较低。

教师板书解题过程：见上文中解法 1、解法 2、解法 3、解法 4。

【点评】教师丁定位于新授课中的讲题，就题论题，注重讲授，告知解法，忽视审题分析，忽视解题反思。

从以上 4 位教师的讲题过程来看，教师熟悉等差数列求和问题的解题方法。但对讲题认识不足，就题论题，缺少探究过程，缺少引申拓展。从高中数学优

效教学的基本观点来看^[3],此题的讲题过程要优化解题方法,适度引申拓展,追求优质高效.此题讲题过程必须提供适量变式问题,让学生巩固解题方法;作为习题课中的讲题宜对题目进行推广;作为复习题课中的讲题至少要类比到等比数列.

三、“讲题”评什么

讲课的效果如何评价?这是本次讲题比赛评委们十分关注的问题.本次比赛采用了如下评价表.

表 1

教师姓名: 学校名称: 生源组别: 参赛编号:			
评价项目	评价内容	权重	评价结果
题目的理解	(1) 明确题目的地位及具体作用,教学目标清晰准确	20	
	(2) 了解学生的学习水平,提出的重点、难点符合教材与学生的实际		
	(3) 深刻理解该题内涵、数学思想方法		
教法及学法	(4) 能根据具体的教学目标选取合理的教法	30	
	(5) 选取的教法符合学生的年龄特点及认知水平		
	(6) 选取的教法能充分调动学生的学习积极性		
	(7) 有助于培养学生的数学思维能力,提高数学素养		
解题过程	(8) 明确指导学生养成良好的解题习惯	30	
	(9) 讲解内容科学、准确、简洁,逻辑性强		
	(10) 教学结构合理,重点、难点突出		
	(11) 把握内在联系,抓住关键概念或数学方法的运用		
教师基本功	(12) 合理设置师生活动,活动内容与形式和谐、有效	20	
	(13) 讲题时间把握准确		
	(14) 仪容端正,仪态大方,教态自然		
综合得分	(15) 语言表达清晰,言简意赅		
	(16) 板书清晰规范		
评语			

该评价表包含 4 个一级指标和 16 个二级指标,注重讲题教师对“题目的理解”、“教法与学法”的运用、“讲题过程”的逻辑性与合理性及“教师基本功”.但二级指标未逐个分配权重,未区分不同层次水平,指标设置有重叠,不便操作确认.笔者认为,讲题比赛宜根据讲题目标、讲题过程、教师素质等进行量化评价.下面给出修订后的评价表.

表 2

教师姓名: 学校名称: 生源组别: 参赛编号:						
评价项目	评价标准	权重	评定分数			
			10	8	6	5
讲题目标	(1) 目标定位准确	10				
	(2) 突出重点、突破难点	10				
讲题过程	(3) 教法选取合理	10				
	(4) 学法指导适切	10				
	(5) 审题分析合理	10				
	(6) 解题过程规范	10				
	(7) 解题反思深刻	10				
	(8) 引申拓展适度	10				
教师素质	(9) 教态自然、举止大方	10				
	(10) 语言清晰、板书规范	10				
综合得分	评价结果		优秀 (100-90)	良好 (89-75)	合格 (74-60)	较差 (59-50)
简短评语						

广州市高中数学青年教师“讲题比赛”的实践表明,“讲题”有利于提高数学青年教师的解题教学技能,有利于激发数学青年教师的创造性,有利于促进数学青年教师的专业成长.“讲题”要明确目标定位,要突出讲题重点,要突破讲题难点,要关注讲题效益.

参考文献:

- [1] 刘显国. 说课艺术[M]. 北京: 中国林业出版社, 2000.
- [2] 陈斌杰, 张维忠. 数学说题比赛的过程及评价标准[J]. 中学数学教学参考(上旬), 2011(4): 58-59.
- [3] 肖凌慧. 高中数学“优效教学”的研究与思考[J]. 中国数学教育(高中版), 2009(3): 12-14.