

多元表征视角下运算意义的教与学

——以“5以内的加减法”教学为例



殷娟 (江苏省常州市新北区新桥实验小学)

姚建法 (江苏省常州市新北区新桥实验小学)

《数学课程标准(2022年版)》指出：“数的运算重点在于理解算理、掌握算法”，要让学生“感悟数的运算以及运算之间的关系，体会数的运算本质上的一致性，形成运算能力和推理意识。”“5以内的加减法”是苏教版教材一年级上册第五单元的教学内容，也是学生学习数的运算和数量关系的开始。学生学习的关键不在于“算出”加、减法算式的结果，而在于理解其含义、构建加减法之间的关系，把握加法与减法运算的一致性。通过语言表征、动作表征、图像表征、符号表征等展开数学多元表征学习，能较好地优化学生的学习方式，促进学生对运算意义的理解。

一、创设简单生活故事，引导学生在多元表征中体会加减法现象

《数学课程标准(2022年版)》在第一学段“内容要求”中指出“在具体情境中，了解四则运算的意义，感悟运算之间的关系”。苏教版教材创设小朋友浇花的生活情境，通过情境引导学生通过观察初步感知加法的含义。组织教学时，可以通过动作表征与图像表征将教材静态情境图动态化，创设“看得见过程”的“浇花故事”，使学生直观感知加法的“合”与减法的“分”的内在关联。

情境1：演示动态情境视频“原来有3个小朋友在浇花，又来了2个小朋友也来浇花”。

提出要求：仔细观察，看到了什么？

交流小结：原来有3个小朋友在浇花，又来了2个小朋友，把他们合起来一共有5个小朋友。

追问：你能加上动作再用三句话来说一说这个浇花故事吗？

揭示：原来数学故事里还藏着加法算式呢。(板书 $3+2=5$)算式中间的符号我们称为“加号”，加号表示“添上”“合起来”的意思。那这里的3、2、5分别表示什么意思呢？你能结合浇花的故事再来说一说吗？

情境2：动画演示“2个小朋友浇完花离开”的视频。

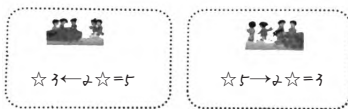
提出要求：看看又发生了什么？

交流：(配合手势)现在反过来了。原来有5个小朋友，走了2个小朋友，还剩3个小朋友在浇花。

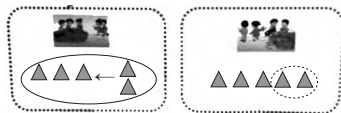
板书“ $5-2=3$ ”，引导学生认识减号，明确减号表示“走了”“去掉”。

情境3：整体出示加法和减法的情境图，要求学生整体观察这两幅图，说说分别讲了什么故事，并试着用自己喜欢的方把这两个故事记录下来。

生₁：我用箭头表示“又来了”，用相反的箭头表示“走了”。



生₂：我用一个圈表示合起来，用虚线框表示走了2个小朋友。



生₃：我是用数的分与合表示的。



生₄：我是用加法和减法算式表示的。



《数学课程标准(2022年版)》在“教学提示”中指出：“通过创设简单的情境，提出合适的问题，引导学生发现数量关系。”本环节创设学生熟悉的动态浇花情境，通过语言表征分享合、分的过程，通过动作表征外显学习的对象，通过符号表征抽象出加、减法算式，分三层展示了“浇花故事”及其承载的数量关系，使学生初步体会加、减法运算的内涵及其相互关系。

情境1中“ $3+2=5$ ”的浇花故事，有助于学生初步感知加法的“添加”与“合并”的含义。情境2中“ $5-2=3$ ”的数学故事，有助于学生感知“反过来”的“分”或“去掉”，初步体会减法的含义，体会减法是加法的逆运算。情境3中多元表征浇花故事，反映出三种表征水平：第一水平是弱抽象的原型图，如简笔画人头像；第二水平是图像替代，如用爱心或三角形表达，并用集合圈符号表示“合”，用“虚线框”表示“分”；第三水平是符号表征，结合“2和3合成5、5可以分成2和3”的学习经验，用符号表征“ $3+2=5$ ”和“ $5-2=3$ ”，实现对数量及其关系的抽象，感受“符号的使用是数学表达和数学思考的重要形式”。

二、创编儿童化数学故事，引领学生在多元表征中体验加减法关系

《数学课程标准(2022年版)》在第一学段的“学业要求”中明确：“能在熟悉的生活情境中运用数和数的运算，合理表达

简单的数量关系,解决简单的问题。”学生依托生活经验和学习经验,不断唤醒、调取、加工,创编富有儿童气息的加、减法数学故事,开展说一说、演一演、画一画、算一算等多元表征学习,能整体感知情境图中的数量变化,深层理解加、减法的含义,深度体验加法与减法关系。

故事 1: $3+2=5$ 和 $5-2=3$ 表示的都是小朋友浇花的故事。想一想,利用这两个算式还可以讲出其他不一样的故事吗?

生₁: 公交车上原来有 3 个小朋友,到站后又上来 2 个小朋友,现在有 5 个小朋友, $3+2=5$ 。

生₂: 森林里本来有 3 朵花,又长出来 2 朵,现在一共有 5 朵花, $3+2=5$ 。

追问: 想一想,为什么公交车上的故事以及森林里花的故事都能用 $3+2=5$ 来表示呢?

小结: 只要把 3 个和 2 个合起来,就可以用加法 $3+2=5$ 来表示。

生₁: 原来有 5 辆汽车,开走了 2 辆汽车,还剩 3 辆汽车, $5-2=3$ 。

生₂: 我原来有 5 元钱,花掉了 2 元钱,还剩 3 元钱, $5-2=3$ 。

小结: 讲的故事只要是从 5 个里面去掉 2 个,就可以用减法算式 $5-2=3$ 来表示。

学生自身的生活现实与学习现实是促进学生数学学习的有效素材。围绕有效素材的数学发现,讲好属于学生的数学故事,更利于他们获得关系性理解。波利亚亦认为,学习任何知识的最佳途径是由自己去发现,因为这种发现理解最深,也最容易掌握其中的规律、性质和联系。在讲完“浇花的故事”后,引导学生回归生活,回归“思维的具体”,用数学的眼光观察生活现象,用数学的语言说出生活中的数学故事,用数学的思维分析加减运算,从而实现加法与减法思维的具体化,有助于他们不断发现并体验参与运算的三个数量以及这三个数量之间的关系,不断体验加法和减法的符号意义,逐步感知加减法运算内在的一致性。

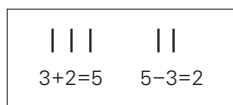
三、激活对比关联思维,引导学生在多元表征中感悟加法模型

教学“5 以内的加减法”,不仅要让学生在丰富的故事情境中理解和掌握加减法的含义,还要引导他们初步抽象出相应的关系模型,有效感悟“总量=分量+分

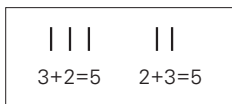
量”这一加法模型,实现对加减法运算一致性的理解性把握。《数学课程标准(2022 年版)》强调,要让学生经历在具体情境中运用数量关系解决问题的过程,感悟加法模型的意义,形成模型意识。通过对比关联数学对象,分析数学事实及其数量关系,有利于学生初步感悟数学模型的普适性。

对比关联 1: 把 5 根小棒摆成两堆,讲一讲加法或减法的故事,并比一比谁得到的算式多。

交流小结(1): 左边摆 3 根小棒,右边摆 2 根小棒,合起来有 5 根小棒,算式是 $3+2=5$ 。一共 5 根小棒,左边有 3 根,右边有 2 根,算式是 $5-3=2$ 。同样根数的小棒与摆法,思考角度不同,就能得到不一样的算式。



交流小结(2): 左边摆 3 根小棒,右边摆 2 根小棒,一共摆了 5 根小棒。 $3+2=5$ 表示把左边与右边合起来, $2+3=5$ 表示把右边与左边合起来,位置变了,得数没有变。观察的角度不同,列出的加法算式也就不同。



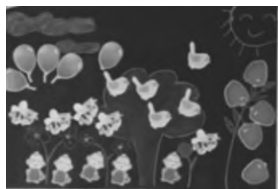
追问: 你还能列出别的算式吗?

交流: 从 5 根小棒里去掉 2 根,还剩 3 根,可以用 $5-2=3$ 来表示。

比较: 仔细观察黑板上的四道算式,你又有新的发现?

交流小结(3): 加法是把两个部分合起来,减法是从总量里去掉一部分。加、减法正好相反,它们就像一对形影不离的好朋友。大家还有其他摆法与算式吗?

对比关联 2: 生活中还藏着很多加法和减法的故事。你能观察下面的图片,讲一个加法小故事吗?



交流小结(1): 大家都讲好了 1、4、5 的加减法数学故事。我们可以把加法中的这个部分称为分量,另外一部分也称为分量,合起来的就为总量。所以,总量=分量+分量。

师: 你能根据上面的故事,再讲一个减法小故事吗?

交流小结(2): 加法就是把两个分量合起来得到总量的过程,减法就是从总量里面去掉一个分量求出另一个分量的过程。这两个过程正好相反。

“5 以内的加减法”教学体现了“知识背景—知识形成—揭示联系”的新知生长过程。加法模型的建构,需要“调动学生已有的知识经验,从现实问题情境抽象出直观数学模型,并且运用数学模型解释、验证一些数学问题”。在“对比关联 1”中,学生经历摆小棒具身认知,讲故事言语分享、写算式符号表达等数学多元表征学习过程,并开展三次比较活动: 比较算式表征 $3+2=5$ 与 $5-2=3$,初步感受分量、分量、总量的关系; 比较算式表征 $3+2=5$ 和 $2+3=5$,初步感受分量与分量的可交换性; 比较“小棒故事”中的一图四式,关注数学概念的现实背景与相互关联,进一步感受分量、分量、总量之间的关系,体会加减法运算的一致性。在“对比关联 2”中,提供实物图片,引导学生经历“具体—抽象—具体”的数学化过程,逐步、逐层得出加法数量关系模型,即“总量=分量+分量”,并启发他们将减法纳入加法模型之中,对加减法关系获得更深的感悟。

综上所述,通过数学多元表征学习的过程性优化与结论性表达,能有效促进学生对运算意义的理解。

★ 本文系江苏省教育科学“十四五”规划 2023 年度重点课题《基于真实情境问题解决的小学生数学多元表征学习研究》(课题编号: B/2023/03/112) 的阶段性研究成果之一。

(责任编辑 毛晓芳)