

思维可视化:小学生数学思维发展的实践研究

■陈云

摘要:真正的数学学习活动就是要能引发学生的数学思考,让学生在创造性思维的过程中形成清晰的逻辑,并逐步学会运用科学的思维方式发现问题、提出问题和解决问题。思维可视化能把“看不见、摸不着”的思维变得“看得见、听得着”,通过语言可视化、图示可视化和动作可视化的方式搭建起以学生需求为基础、以多元表征为本真的交流平台时,学生就一定能在真正的学习中实现自我生长。思维可视化方式对学生的数学学习有着积极的作用,但在教学应用中又不可避免地存在着可视化的形式与其深层次的数学内涵之间无法对接的困境,因此在实际教学中需要规避不利因素的干扰,基于问题解决合理选择,既要有多元表征,又要注意减少注意分散,以达到思维可视化辅助教学的最佳效果。

关键词:思维可视化;语解数学;图解数学;小学生数学思维

基金项目:苏州市十三五规划重点课题“运用思维可视化发展小学生数学思维的实践研究”(编号:191007059)。

中图分类号:G44 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-2311(2023)01-0071-08

作者简介:陈云,女,南京师范大学苏州实验学校中小学高级教师,省特级教师(江苏苏州 215100)。

DOI:10.16477/j.cnki.issn1674-2311.2023.01.002

数学学习活动要能引发学生的数学思考,让学生在创造性思维的过程中形成清晰的逻辑,并逐步学会运用科学的思维方式发现问题和解决问题。如何让学习的过程从知识与技能的“堆砌”走向思维和能力的“发展”?我们开展了“运用思维可视化发展小学生数学思维的实践研究”,通过大量案例的观察和实践、对比和研究、分析和反思,摸索出能把“看不见、摸不着”的思维变得“看得见、听得着”的几种可视化形式,这些思维可视化的方式在促进学习真正发生方面确有其特有的价值,同时也看到思维可视化方式与其他任何一种教学模式、教学方式一样,不可避免地存在着运用中的困扰,我们也据此提出可视化方式的一些实施建议。

一、思维可视化的形式及其独特价值

(一)语解数学:语言可视化

语解数学是指借助语言(直观、形象、有情境感

的语音)表达、反馈数学思维,是学生依靠口头语言来交流思想和传递信息的一种学习方式。在数学学习过程中,学生的思维是由一些互相补充、互相交织的各种类型思维的综合,而言语思维(建立在语言基础上进行的思维)是思维各种类型中很重要的一种。关于思维不可能离开语言的论断,得到了黑格尔、康德、穆勒以及物理学家尼尔斯·鲍尔的支持^[1]。语解数学的实施至少能在以下几个方面促进学习的发生。

1. 调动学生语言表达前的相关思维活动。不容置疑,当学生试图给某一数学现象起名字、对某一数学概念下定义、就某一数学问题表达观点时,必须先认识他所打算称呼的那个事物、分析他要定义的那个概念、了解他要解决的那个问题。而这个过程,如果不进行思维,不具备一定经验,是不可能实现的。所以说,当学生用语言来表达时,每一个词语的产生之前都有与想认识的数学现象、想解决的数学问题相关联的思维活动大量存在。例如,在

“圆的认识”之前,老师布置了学生相关的自学和操作活动,课堂上,老师开门见山要求学生谈谈对“圆”的认识,学生脑海中立刻就会浮现出很多的画面,有的同学想到了圆的性状、有的同学想到了圆的物体、有的同学想起自己在“画圆”操作中遇到的困惑等等,这些思维活动我们看不见,但却可以在接下来学生回答的语言中听出他刚刚联想到了什么。也就是爱因斯坦所说的“在用词进行思维之前有联想的活动”^[2]。当我们在课堂上经常要求学生用语言简洁而迅速地表达自己的想法时,学生就必然有更多的表达前思维活动、联想活动的发生和存在,而这些思维活动、联想活动又为语言的即时表达提供了依据,也成为后面进一步学习的重要基点。

2. 挖掘学生直觉思维可能带来的创造性。根据思维的逻辑性,可以将思维分为逻辑思维、直觉思维^[3],其中的直觉思维是一种对数学对象、结构以及关系作出直接反映的心智活动,属于某种直接领悟或洞察的思维类别。未经过一步步分析、推理,在面对问题时突然间就能产生洞察、领悟和理解是直觉思维的重要特点,它能够以高度省略、简化、浓缩的方式表达问题实质或给出问题答案。数学直觉思维往往是受到当前既定的问题情境或语言情境的触发,迅速地领悟道理、做出判断或得出结论。很显然,课堂上有效的“问”与“答”的交锋就是这种直觉思维最明显的呈现。例如,在四年级“认识平行线”的教学中,老师请学生画出已知直线a的平行线,有的同学画在a的左边画了一条,有的同学画在a的右边画了一条,老师把两个作业“搬”到一起,学生瞬间脱口而出:“如果两条直线都与直线a平行,那么这两条直线也应该互相平行”“至少我们可以先有这样的猜想”。那么,像这样没有进行过详尽分析和推理,仅依靠口头语言来交流思想和传递信息的直觉思维有没有价值?显然是有的。直觉思维是一种逻辑的跳跃,会促成学习过程中产生新的突破、新的结论,带有极强的创造性,而且课堂上的直觉思维一定是建立在学生较强的数学直觉和扎实的知识基础之上,是学生认知能力的一种表现,不是凭空想象的胡言乱语,当教师透过学生的语言表达准确捕捉学生瞬间产生的灵感时,就能为学习

打开另一扇窗。

3. 同一学习场域内的成员最容易实现的思维碰撞方式。在学习的过程中,学生与学生之间、学生与老师之间是有着无法割裂的联系的,这种联系必须通过语言呈现出来,依靠它的帮助,师生、生生之间才可以最便捷地交流思想,达成相互的理解——没有这种理解,处于集体中的学习是无法设想的。没有语言,共同的意识形态、共同的语言体系都会很难产生,因为个人认识世界、解决问题的经验,只有借助语言才有可能最直接地变为集体的认知、集体的经验。因此,在学习过程中,语言就是一种工具,一种武器,诚如著名教育家乌申斯基所深信的那样,“思维的过程……整个地是在词中实现的”^[4]。当一个学生在表达完自己的想法时,有的同学提出质疑,“我不赞成你的观点……”“我有不同的想法……”;有的同学表示支持“我和他的想法一样……”“我还可以进行补充……”;等等。这样的交锋正是恩格斯所指出的:“劳动的发展必然促使社会成员更紧密地互相结合起来,因为它使互相帮助和共同协作的场合增多了,并且使每个人都清楚地意识到这种共同协作的好处。一句话,这些正在形成中的人已经到了彼此间有些什么非说不可的地步了”^[5]。

(二)图解数学:图示可视化

图解数学是指借助图示(图形、表格、图像、思维导图等表征形式)提取、激发数学思维,是学生依靠手绘图形来记录探究过程和思维路径的一种学习方式。加利福尼亚的罗杰·斯伯雷通过实验发现,人脑的两边主要管理不同类型的活动,大多数人的左脑处理逻辑、词汇、列单、数字、线性和分析等所谓的“学术”活动,而右脑则负责节奏、相信、色彩、白日梦、空间感、形态和维度^[6]。也就是说,右脑比较擅长处理感性表象。如果学生仅限于处理阅读、文字、逻辑等的学习,可能会导致左右脑开发不平衡,而大脑在工作时是需要左右脑协调进行的,因此,我们可以通过“画图”促进右脑的开发,进而发展感性思维。图解数学至少能从以下几个方面帮助学生实现学习的真正发生。

1. 保护思维的独创性。大多数心理学著作都把思维的一般品质归纳为深刻性、灵活性、独创性、

批判性和敏捷性^[7]。其中独创性就是指独立思考,学生在学的过程中创造出有独特价值的、有新颖成分的、有个性特征的学习成果。在这个过程中,不论是关注思维过程,还是关注思维品质,都要具备“创造”的特征。事实上,每一个学生都有独创性,但如果我们一直采用如前文所述的“语解数学”这样即时的反馈形式,一个学生的快速作答会干扰和牵制其他同学思维的发生、发展,不利于群体中绝大多数学生独立思考过程的发生。所以,保护思维的独创性是学习过程中必须引起重视的事情。例如,当老师提出一个复杂的数学问题时,有些同学快速举手,而老师却示意学生先把手放下:“咱们不急着说出自己的结果,你从问题中获得了哪些信息?又是如何一步步得到结果的?请先把你的想法选择合适的方式记录下来,稍后我们会结合你的记录来做交流。”像这样为学生创造必要的情境,先独立思考,对自己获取的信息独立完成输入、加工、储存和输出的完整过程,学生选择喜欢的方式图解思考的路径和结果,正是自我发展和自我调节的重要过程。

2. 记录思考的痕迹。人的探究思维隐藏在大脑中,但这种隐藏的思维过程很容易稍纵即逝,偶尔得来的思维灵感也会因时间推移而消失。特别是小学阶段的学生,其思维方式还处在“具体、形象”阶段,对于一些初次涉及的概念或者问题,学生的感知是瞬间且比较模糊的,当需要再回头去整理或提取思维过程时,常常迷茫或失去方向。但如果引导学生用直观的图示或者符号记录自己的思考痕迹,被显性化的“思维方法和思维过程”会帮助知识的记忆和理解,保留这样的思维痕迹,能支持学生从最初的情境出发,提炼整个思考过程的关键步骤或关键点,形成学习新知的触发点。例如,在研究“一一间隔”现象时,面对“舞台上4盆花,可以放几个气球就能形成一一间隔排列现象”这一问题,学生想到可以用简单图形代替花和气球,例如用■代替花,用▲代替气球,画图记录下自己能想到的情况(如图1)。基于每一位“小设计师”的不同设计方案,当学生需要进一步对输入信息进行比较、分类、加工时,就会发现原来的情境已经准确地

储存下来,并未消失,接下来的探究就有了重要的视觉基础。

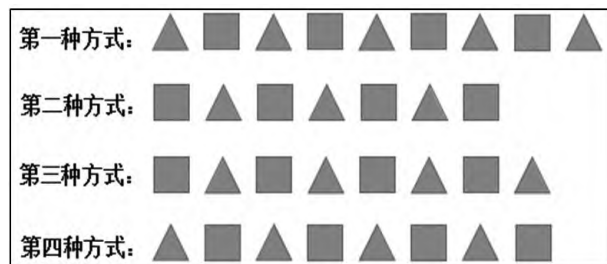


图1

3. 促成建构的发生。建构主义学习观认为个人知识并非通过传授而得,而是个体利用学习资源,在与教师、同学等学习伙伴的共同协作下,通过构建的方式获得的^[8]。然而在实际教学中,“伪建构”现象却十分明显,缺乏认知的切入,看不到过程中的论证,更别说对结果的反思了。避免“伪建构”我们需要通过构建可视图符帮助学生建立视觉表象,形成可视化激发点。这些图符作为“看得见”的视觉表象,是一种介于具体形象与抽象符号之间的认知形象,构成了认知心理学所谓的“视觉表象”,扮演“视觉组织者”^[9]的角色,帮助学生对问题情境和信息进行扫描、提取、整合和激发,完成信息的“初步分类”和“线索搜寻”,开启新知建构至关重要的触发阶段。可视化的图符还会提高过程论证的指向性,减少信息重现和再整合的时间,为建构腾出足够的心理资源。被显性化的思维方法和思维过程还可以成为学生理解自己思维过程和反思自己思维路径的抓手,完成对新知从“理解”到“贯通”的过程,也就是实现“思维能在上一步的基础上自然向下延伸”^[10]。

(三)动解数学:动作可视化

动解数学就是指借助对具体操作物的动手操作(制作、实验、模拟表演等身临其境的活动)建构、再现数学思维,是学生依靠操作外部实物或自身肢体器官来呈现思考过程和展示思考结果的一种学习方式。当我们对某一数学现象或问题有了初步的猜想和假设时,没有充分的动手操作、实验或表演,探究和验证过程可能就非常贫乏,结论的得到会显得苍白无力。在多维学习观的指导下,我们确信通过动作使学习过程外显化的方式更容易调动学生的肢体和感官参与到学习中来,这样的情境可

视化必定能带给学生全新的心理体验。

1. 降低可视认知负荷。“图解数学”能促进学生感性思维的发展,但单纯的视觉呈现方式又有可能增加学生的认知负荷,因为图解数学所带来的视觉表征,其认知加工大量发生在视觉通道,而视觉通道的容量一定是有限的,这样势必容易造成视觉通道超载。因此,我们需要借助其他更多的表征形式,呈现“视觉+听觉+触觉+……”的多通道形式的表征,利用视觉、听觉、触觉等多个相对独立的信息通道,来实现最大信息量输入的同时降低认知负载。正如美国华盛顿儿童博物馆的格言:“我听见了就忘记了,我看见了就记住了,我做了就理解了。”动起来、做起来就能使学生进一步加深对所学知识印象的印象,且便于应用。

2. 改善数学学习态度。大量的课堂实践表明,在数学课上(特别是低年级数学课堂)使用操作物的学生数学学习兴趣和态度都优于那些不使用操作物的学生,即使好处可能是微小的。而且,这些需要实际动手操作、实验的过程所能带来的好处不受学生所在年级、能力以及教学主题的限制,因为操作、表演、视频案例等方式可以让学生更容易“理解”教学主题,还可以帮助学生在记忆测试与问题解决测试中有更好的表现。显然,动作、视听、表演等带来的综合刺激能全方位调动学生的知觉、感知、触觉、甚至味觉,从而当教师在课堂上给儿童提供具体的操作材料时,儿童对数学的态度也会得到改善^[11]。例如,在一年级学习“十几减几”的退位减法中,老师们都会使用小棒来引导学生进行操作,当把一捆小棒拆开时,老师及时帮助学生理解这一动作实现的是一个重要的数学过程——计数单位的改变,也即“一个十变成了十个一”,这样一个简单的操作比任何复杂的解释都更能让学生欣然接受。

3. 获取体验性的经验。在开展活动中,人的活动可以区分为思维操作活动和行为操作活动^[12]。思维操作活动是指不借助任何直观的材料而在头脑中进行归纳、类比、证明等思维活动,从而获得相应的数学经验,这种情况下更多的是策略性、方法性的经验(理性的成分更多一些);行为操作活动需要对实在的器材、现实的物体进行直接的操作,其

思维活动很大程度需要依附真实状态下的物体和动作,获得的数学经验更多是体验性经验(感性的成分更多一些)。动解数学就是一种行为操作活动,是为了获得第一手的直接感受、直观体验和操作经验,其直接价值取向不是问题的解决,而是为了在实际的外显操作活动中获得来自感官、知觉的体验性经验。例如,上面提到用小棒的操作帮助学生理解“十几减几”,这种体验性的经验不仅仅对于当前问题的理解是有帮助的,“把一捆拆开来以完成计数单位的转变”这一做法对后期遭遇“多位数的退位减法”中“借一当十”“两、三位数除以一位数”中“高位出现余数”等等问题时,原有的体验性经验立刻会被唤醒。

二、思维可视化的状态及其运用困境

(一)语解数学:“说——想”“说——听”难以琴瑟相调

1. “说——想”困境。美国学者弗兰德斯,他通过对6所学校的147位不同年级和学科的教师进行观察,提出了课堂教学语言的“三分之二”原则:即课堂教学中有三分之二的行为是语言,然而,遗憾的是在这些语言中又有三分之二是教师的语言,而教师语言中的三分之二是在讲解、命令或指示、批评学生^[13]。也就是说,虽然我们看到课堂上一直有语言行为在发生,但其实就是“提问——回应——评价”,占据两端的都是教师的语言行为。如果教师的提问缺乏开放性和深刻性;或者评价习惯以较短的简单肯定或否定为主要形式;又或者不断替换不同学生回答,直到出现正确答案为止。这种被动地说不但会让学生不愿说,还会压缩学生“想”的时间和空间。再者,学生的表达能力、性格特征是有差异的,“说”的行为会在语言的意义连贯、词语的多元丰富、表达的积极意愿等方面表现出极大的不同。这必然导致“所说”未必就是“所想”,“说什么?”和“怎么说?”成为语解数学难以跨越的坎儿。

2. “说——听”困境。严格地讲,作为个体的一种内部心理活动的完整表达,语解数学始终渗透着老师或学生个体的知识背景、价值观念和情感动

机。当这样的语言在特定场域与他人产生交互碰撞和融合时,从“听”的角度来看,一方面,学生会把听到的语言作为需要理解的对象,必然会受到发言者所表达的客观含义和语言自身逻辑力量的影响,进而会有意或无意地接受听到的观点和认识,使自身的思维在已接收到的语言信息的理解过程中被忽略或压制,“听”代替了“想”。另一方面,发言者思维能力、知识结构乃至语言风格都会带有个人色彩,聆听者需要调动自身的知识储备、已有经验,以及相应的推理能力、信息获取能力、信息补充能力和歧义排除能力,并且在“听”到语言的瞬间做出即时的反应。因此,只有当学生的相应能力达到一定水平时,才能对语言进行解读。要想实现从“听”中激活自身思维,聆听者需要以说者语言意义的本意为中心,再与上下文材料以及相应的辅助材料相结合形成完整的语境和意义,并通过话题完成自上而下的逻辑推演。如果学生只是带着自己的知识背景、价值观念和情感动机去听,甚至选择性地听,断章取义地解读,必然导致不同学生对同一句语言的理解不同,也就出现了“我以为的我以为只是我以为的而已”这一现象,也正如加达默尔指出的:“所有这种理解最终都是自我理解。”^[14]当言语的互相理解成为负担时,语解数学就没有起到相应的作用。

(二)图解数学:“输入——输出”“输出——再输入”难以一以贯之

1.“输入——输出”困境。教学中我们希望学生在面对相关教学任务时能及时做出反馈,生成自己的概念意象,并且能够把这种非正规的概念定义介绍给其他同学。为了丰富学生的概念意象,其中一个方法就是帮助学生把数学概念视觉化,也即图解数学。然而,德利法斯和艾森伯格(1990)指出了学生在处理图像形式呈现的直观信息过程中所遇到的主要困难:即使是那些在数学上是成熟的、能够用直观的方式进行思考的学生,他们也不愿意把数学概念视觉化(Dreyfus & Eisenberg, 1986, 1990; Vinner, 1989)。艾森伯格和德利法斯把视觉处理和分析处理进行了比较,并指出了学生偏爱分析处理的一些理由。他们认为学生不愿意把数学概念视觉化的其中一个原因就是教师传递给学生(隐形地

或显性地)这个信念,即分析推理要优越于视觉推理。也就是说,或许是老师们固有的思维模式,使得很多学生在获取数学信息的同时,很难有把相关数学信息输入成图示的自觉意识和主观需求。由于主观意愿的缺乏,对学生来说选择什么样的“图示”和怎么运用“图示符号”比要表达什么可能更困难,这又是数学信息输出的困境。当学生清楚自己想要表达的内容,却在如何“图解”和如何解释自己的“图解”上费尽周折时,“图解”就成为一种精神负担,阻碍思维的发展。而这,可能是很普遍的现象。

2.“输出——再输入”困境。在某些情境中,符号系统需要考虑,这主要是因为虽然这些符号(表格和图表、代数符号等)非常有用,但是它们会给孩子造成学习困难^[15]。由此可见,虽然运用符号进行“图解”的过程是非常重要的,但对于不同学生的不同知识结构来说,其作用又是两极化的。一部分学生在我们鼓励“创新”的倡议中走向了“标新立异”,交流汇报沦为“图解”技巧和形式的“大比拼”。另有一部分学生,这些符号暗示着某些理解权利,理解这些符号成为了一个非常脆弱的或者非常艰难的过程。就如扎基、杜宾斯基和多特曼(Zazki, Dubinsky & Dautermann, 1996)所指出的那样:“在视觉化过程中,也许最为有害的、却又是相当普遍的困难就是学生缺乏把图解和图解的符号表征联系起来的能力”。只有帮助学生“输出”时理解图解背后数学的本质意义,“输入”时进行类比联想、比较分析、反思修正,才能发现图示“同”中的“不同”、“变”中的“不变”。

(三)动解数学:“感知——理解”“实物——概念”难以顺畅对接

1.“感知——理解”困境。动手操作显然是在数学学习中有重要地位的,但是,必须注意的是,操作的本身并不承载(甚至可能不是必要的支持)数学的本质含义。刚开始的时候,学生可能需要借助对具体材料的操作来建构理解,这种操作活动能提高感知能力和思维能力,但是,对数学内涵的理解不会从指间传送到手臂,更不会传达到头脑。一般来说,学生在较低年级的时候在解决数学问题时似乎更需要一些具体事物来操作,或者更准确地说,需要通过感知具体支撑材料才能够解决问题。但

是,这种感知能成功的关键是操作本身可以准确地模拟数学问题情形,只有在这种操作下带来的感知才能有效帮助学生探索和理解数学的结构和过程。例如,在三年级学习“间隔排列”,解决“把间隔排列的珠子串成手链”这一问题,学生动手串一串或画一画,很容易得到答案,也能够解决“男生和女生一一间隔围成一圈,如果有6个男生,女生有几人”这个问题,却在“10个人围成一圈,如果每两人之间有2米的距离,这个圈有多长”这个问题上无从下手。显然,学生并没有从感知中理解数学的结构,也就没有办法应对越来越复杂的数学现象和问题。

2.“实物——概念”困境。通过对具体材料的动手操作也并非拥有绝对优势的教学手段,因为在这个过程中具体的材料和具体的操作会导致学生很难把操作的过程和材料当作数学符号的表征。例如,在方程的初步认识中,在具体“比口袋中彩珠数量”的操作情境中,学生们都同意用“a”来表示甲口袋中彩珠的数量,却反对用“a-2”来表示乙口袋中彩珠的数量,而是更喜欢用“b”来表示。学生的一部分困难就在于,他可以努力去想象口袋中那个未知的彩珠数量,但却很难把这样一个变化的量看作一组数值,也很难理解“具体的物”怎么就会在不经意间隐含了变化的量之间的关系呢?或者说,动手操作的过程与它所要表征的数学概念之间的关系对于学生来说并不是显而易见的。从这个角度来说,某些数学问题中,操作直观性材料的实体性反而会妨碍学生的数学理解。要想使动手解数学发挥作用,学生必须理解操作的过程和实体材料代表了某个数学概念,确保这些都能起到符号表征的作用。

三、思维可视化的运用及其实施建议

(一)思维可视化的实施方式

1. 自主选择——尊重学生需求。美国教育家L.W. 安德森(Anderson)在《教育大百科全书:教学》一书中这样说:“不直接把构成教学目标的有关概念和认知策略直接告诉学生,取而代之,教师创造一种智力和社会交往环境,让学生通过探索发现有利于开展这种探索的学科内容要素和认知策略。

这种教学的基本原则是由学生自己亲自制定获取知识的计划,能使学科内容有更强的内在联系、更容易理解,教学任务有利于激发内在动机,学生认知策略自然获得发展。”^[16]由此可以看出,任何一种学习方式的选择都不应该是教师强加给学生的,学生是具有学习能力的人,是不断成长的,又具有很大差异的人,不同的学生在面对相同问题时他的需求、他解决问题的路径可能是不同的。思维可视化方式的选择也应尊重学生的自主选择,教师只需设置合适的问题、创造探究的情境,并在必要的时候搭建适合学生的“脚手架”即可。例如,在“和的奇偶性”教学中,关于两数之和是偶数还是奇数的验证过程,以“偶数+偶数=偶数”为例,有的学生更愿意用语言进行解释:“偶数就是几个2,再加上几个2,那不就是2的个数在不断累加吗?也就是有了更多个2,所以和还是偶数”;有的学生愿意写出来,他认为判断一个数是不是偶数,看个位就可以了,所以把是偶数的一位数加一加就可以了, $0+0=0$ 、 $0+2=2$ 、 $0+4=4$ 、 $0+6=6$ 、 $0+8=8$; $2+0=2$ 、 $2+2=4$ 、 $2+4=6$ ……写着写着,有学生感觉到了不方便,有没有更便捷的方式?这样的想法促成了图2的“顺产”。可还是有质疑的声音:怎样才能清楚地看出“和”是奇数还是偶数呢?图3就此“横空出世”。

加数 和	0	2	4	6	8
0	0	2	4	6	8
2	2	4	6	8	10
4	4	6	8	10	12
6	6	8	10	12	14
8	8	10	12	14	16

图2



图3

而有的学生更愿意用“式”的表征:偶数就是2的倍数,可以用 $2a$ 来表示, $2a+2a=2\times 2a$,很显然,

它还是一个偶数。数学就是要像这样给学生提供适宜的探究情境,学生根据自己的爱好和能力使出属于自己的有力的、简洁的、能表达思维的交流手段即可。

2.合理引导——规避不利因素。从上面的案例中我们可以看出,学生从“不完全归纳”到“完全归纳”的一步步跨越,正是学生间在对彼此提供的素材观察、猜想、验证中相互质疑与相互启发的结果,“说出来”“写出来”“画出来”确实能为个人想法与多样思想产生碰撞提供可见的平台。学生在听到、看到中明确了他人在学习过程中已经达到的标准,从而形成自己新的学习预期,并在逐渐雕琢的过程中获得丰富的精神生活及优质的智力活动。但我们也要注意:无指导的可视化学习任务可能是无效的。如前文所述,每一种可视化方式在课堂实践中都会有利有弊,而学生的自主选择又会缺乏理性的分析和对自身能力挑战的欲望,这会导致某些学生被一种可视化方式束缚,思维僵化。另一方面,不同的学习内容在匹配可视化方式上的效度是不同的。例如,学生初步接触图形与几何的知识,动态演示的图像更有利于帮助学生建立空间想象能力;而在概念教学的总结复习过程中,思维流程图则更有利于学生形成建构链条,寻找突破性逻辑关联;等等。所以,教师应有质量、有指导地帮助学生选择可视化学习方式,促使学生既能建构自己的解释,又能有效规避运用中可能存在的不利因素。

3.实施框架——基于问题解决。基于思维可视化的必要性,我们在教学过程中需要有一个基本的框架来帮助学生实现,这个框架至少应包含以下几点。

(1)获取资源,确定方向。通过读题、听取介绍、看图等形式获得关于数学问题的事实、信息、程序、直觉等。

(2)启发研究,执行计划。通过必要的认知冲突启发学生产生需求,并根据问题解决的需要选择语解、图解、动解其中的一种或多种形式进行研究,形成概念意象。

(3)合理控制,反思检验。调动学生元认知行为中的计划、监督、反思、评价等,引导学生回头看,对思维可视化过程中获得的初步感知进行梳理,重新形成问题。

(4)寻找联系,形成新认知。寻找表征形式与数学概念之间的联系,以及不同表征形式之间的联系,发现从过程到结果的必然性或偶然性。

从这个框架中我们可以看到,任何一种思维可视化方式的运用都是基于对问题的深刻理解和对问题解决的实际需要,既关注过程,又关注结果;既要有预设,又要有不断的反思调整,最终生成静止的结果,并能够激发学生强烈的情感反馈,才能形成真正意义上的学习。

(二)思维可视化的实施原则

1.多重通道原则——多元表征互通。多通道原则是指在学习过程中可能需要采用语言表征+图示表征+动作表征等多种表征相结合的结构形式。也就是说在设计教学过程时,应预设动态演示+语言讲解、图解展示+语言分析等多通道同时启用的方式,允许学生自愿选择适合自己的表征通道,并在展示、交流中实现不同可视化方式之间的互融互通。例如,我们创设了“小老师”交流情境,在“图解”之后,学生需要带着自己的“作品”和“思想”站到讲台的中央,担任“小老师”的角色,将自己的思考过程结合图片展示进行分享,并接受其他同学的质疑。其间,抽象性的言语材料得以可视化,具体性的言语材料得以听觉化,“图解”+“动解”+“语解”让思维看得见也听得见。像这样在“无声”的独立思考的基础上增加“有声”的共同思考,通过思想与思想的交换,可以唤醒学生主动学习的意识,学习必然真正发生。

2.适度运用原则——减少注意分散。适度运用原则是指在教学过程中不宜于在各种可视化方式之间不停切换或高密度呈现,要适时、适度、适量,给学生有足够的安静思考时间。适度运用可视化教学方式,要尽量将教学材料中的信息进行“模块化”设计,即将教学材料中需要采用同一种表征方式的环节或内容尽可能进行整合或组块,以避免不停切换可视化方式,从而引起学生的注意力分散。同时,不论采用哪种可视化方式都不能过于频繁,更不能“蜻蜓点水”,为了呈现而呈现,而要帮助学生能针对一种方式或一个思维问题深究下去。另外,需要注意的是,教学中呈现的数学信息和问题,一方面是已经设计好的教学环节释放“信息块”的过程,另一方面是根据学生在教学过程中

的生成来呈现的教学信息,所以预设的过程要有弹性,要能为“生成”留下必要的空间。

3. 目标明确原则——避免冗余效应。目标明确是指在运用可视化手段时,多元表征的方式与被表征的学习内容的数学本质保持目标一致,在此基础上还要使可视化的结构保持精简,反之就会有损有意义的学习过程。学生在面对数学问题时,如果单一的可视化方式已经可以传达完整且明确的信息意义,即可以独立呈现,无需互相参照多元表征,否则会增加外在负荷,也就是会产生冗余效应。我们常见一些教师单纯为了调动课堂气氛,在教学内容中硬性加入有趣的图片或开展无关的操作活动、游戏活动,学生或者被这些新奇、突然的信息所吸引,忘记去关注数学信息的本质,或者被无端的简单重复所累,带来不必要的精力损耗。不管选用哪种可视化方式都要帮助学生不仅关注结果,更要反思过程,把在可视化过程中获得的感知上升为对数学概念的理解,并最终形成学习能力的提升。

综上所述,将思维可视化理论运用于小学数学教学,是基于学生自我学习的需要,只要教师搭建起以学生需求为基础、以多元表征为本真的交流平台,就可以使教师与学生、学生与学生的互动更为优化。可视化方式的正确运用能引导、扶植学生思维经验的生长,锻炼与提升综合思维能力,充分发展和提升学生的数学素养,实现学习的真正发生。

Visualization of Thinking: A Practical Study on the Development of Pupils' Mathematical Thinking

Chen Yun

Abstract: The real mathematics learning activities should stimulate students' mathematical thinking, enable them to form a clear logic in the process of creative thinking, and gradually learn to use scientific thinking modes to explore, raise and solve problems. If thinking visualization is able to change the “invisible and intangible” thinking into a “visible and audible” one, if it is able to construct a communication platform with students' needs as the basis and multi-representation as the essence through the methods of language, graphic, and motion visualization, students will be able to achieve self-growth in effective learning. The method of thinking visualization has a positive effect on students' mathematics learning, but when it's applied to teaching, there is inevitably a predicament in teaching application that the form of visualization cannot be connected with its deep mathematical connotation. Therefore, there is a necessity to avoid the interference of unfavorable factors in teaching practices, and make reasonable choices based on problem solving. It is necessary to keep multi-representation and reduce distraction, so as to achieve the best effects of thinking visualization in assisted teaching.

Keywords: thinking visualization; language interpretation of mathematics; graphic interpretation of mathematics; motion interpretation of mathematics

参考文献

- [1][2]谢列勃连尼科夫.论“语言与思维”的问题[J].苏联科学院通报,文学与语言集刊,1977,36(1):7-8.
- [3][7][12]孔凡哲,曾峥.数学学习心理学[M].北京:北京大学出版社,2018,(5):198,200,123.
- [4]乌申斯基.教育人类学初探(第二册)[M].莫斯科:苏俄教育科学院,1950:633.
- [5]马克思恩格斯选集(第三卷)[M].北京:人民出版社,1972:510-513.
- [6]周菊芬.全脑教育提升英语语法教学质量的尝试[M].2013:20.
- [8]陆军.化学教学中学生科学风险认知及其能力的培养[J].课程·教材·教法,2016,(1):104.
- [9]陈宗成.初中物理概念建构思维可视化策略——以浮力概念的建构为例[J].教学与管理,2019,(11):73
- [10]陈宗成.论思维地图与初中物理概念生成的可视化表征[J].中学物理参考,2014,(12):63.
- [11]道格拉斯·H·克莱门茨,朱莉·萨拉马.儿童早期的数学学习与教育[M].张俊,陶莹,李正清译.北京:教育科学出版社,2020,(5):450.
- [13]Flanders, N. A. Intent, Action and Feedback: A Preparation for Teaching[J].Journal of Teacher Education, 1963,14(3)251-260.
- [14]汉斯-格奥尔格·伽达默尔.真理与方法——哲学诠释学的基本特征(上)[M].洪汉鼎译.上海:上海译文出版社,1999:335.
- [15]古铁雷斯,伯拉.数学教育心理学研究手册.[M].徐文彬,喻平,孙玲译.广西师范大学出版社,2009:137.
- [16]L.W.安德森.教育大百科全书:教学[M].郭华,秦春霞译审.重庆:西南师范大学出版社,2011:334.

责任编辑:曾 艳