

7.1 正切

核心素养目标：

- 1、认识锐角正切的概念；
- 2、经历观察、操作、思考、求解等过程，感受数形结合的数学思想方法，提高学生运用数学知识解决实际问题的能力；
- 3、激发学生学习的积极性和主动性，引导学生自主探索、合作交流，培养学生创新意识。

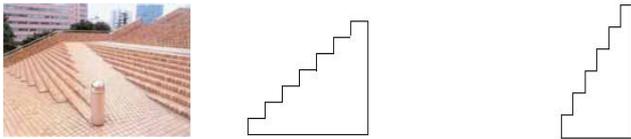
重点：计算一个锐角的正切值的方法；

难点：计算一个锐角的正切值的方法；

一、自主探究：

1. 观察：如图，是某体育馆，为了方便不同需求的观众，该体育馆设计了多种形式的台阶。

问题 1 图 7-1 中的台阶哪个更陡？你是怎么判断的？



问题 2 如何描述图 7-2 中台阶的倾斜程度？除了用 $\angle A$ 的大小来描述，还可以用什么方法？

通过测量 BC 与 AC 的长度，算出它们的比，来说明台阶的倾斜程度。

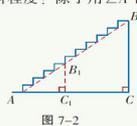
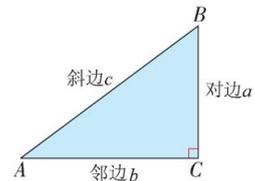
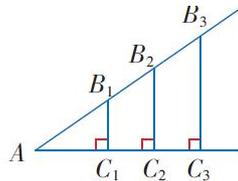


图 7-2

在台阶斜坡上另找一点 B_1 ，测出 B_1C_1 与 AC_1 的长度，算出它们的比，也能说明台阶的倾斜程度。

你同意他们的看法吗？



(1) 如图，一般地，如果锐角 A 的大小已确定，我们可以作出无数个相似的 $Rt\triangle AB_1C_1$, $Rt\triangle AB_2C_2$, $Rt\triangle AB_3C_3$ ……，那么有：

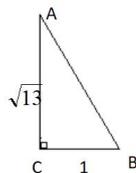
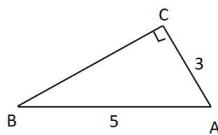
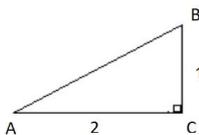
$$Rt\triangle AB_1C_1 \sim \dots \sim \dots \text{根据相似三角形的性质，得：} \frac{B_1C_1}{AC_1} = \dots = \dots = \dots$$

(2) 由上可知：如果直角三角形的一个锐角的大小已确定，那么这个锐角的对边与这个角的邻边的比值也_____。

2. 正切的定义

如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， a, b 分别是 $\angle A$ 的对边和邻边。我们将 $\angle A$ 的对边 a 与邻边 b 的比叫做 $\angle A$ _____，记作_____。即： $\tan A = \frac{\text{对边}}{\text{邻边}} = \frac{a}{b}$ （你能写出 $\angle B$ 的正切表达式吗？）

3. 根据下列图中所给条件分别求出下列图中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的正切值。



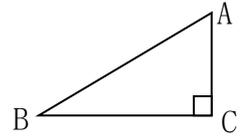
4. 思考与探索：怎样计算任意一个锐角的正切值呢？

(1) 我们可以这样来确定 $\tan 65^\circ$ 的近似值：当一个点从点 O 出发沿着 65° 线移动到点 P 时，这个点向右水平方向前进了 1 个单位，那么在垂直方向上升了约 2.14 个单位。于是可知， $\tan 65^\circ$ 的近似值为 2.14。从点 O 出发，点 P 沿 65° 线移动，当在水平方向上向右前进了一个单位时，它在垂直方向上向上前进了_____个单位。 P 点的坐标是_____ $\tan 65^\circ \approx$ _____。

(2) 思考：当锐角 α 越来越大时， α 的正切值有什么变化？_____

二、自主合作：

1. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=5$ ， $BC=\sqrt{5}$ ，求 $\tan A$ 与 $\tan B$ 的值.



2. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=12$ ， $\tan A=\frac{4}{3}$ ，求 AB 的值.

3. 求 $\tan 60^\circ$ 、 $\tan 30^\circ$ 、 $\tan 45^\circ$

三、自主展示：

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， CD 是 AB 边上的高，

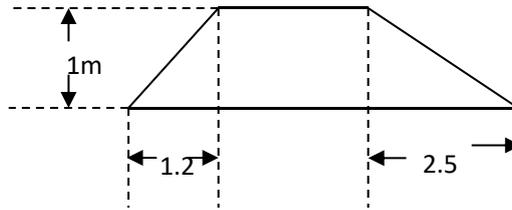
① $\tan A = \frac{\text{对边}}{\text{邻边}} = \frac{BC}{AC}$ ；② $\tan B = \frac{\text{对边}}{\text{邻边}} = \frac{AC}{BC}$ ；③ $\tan \angle ACD = \frac{CD}{AD}$ ；④ $\tan \angle BCD = \frac{CD}{BD}$ ；

2. 如图，身高为 1.6m 的某学生想测量一棵大树的高度，她沿着树影 BA 由 B 到 A 走去，当走到 C 点时，她的影子顶端正好与树的影子顶端重合，测得 $BC=3.2\text{m}$ ， $CA=0.8\text{m}$ ，求树的高度是多少？



四、自主拓展：

1. 如图是一个梯形大坝的横断面，根据图中的尺寸，请你通过计算判断左右两个坡的倾斜程度更大一些？



2. 在直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-4, 1)$ ， $B(-1, 3)$ ， $C(-4, 3)$ ，试求 $\tan B$ 的值.

五. 课堂小结：本节课你有什么收获？

六. 作业设计 1. 基础：学案； 2. 拓展：提优练习

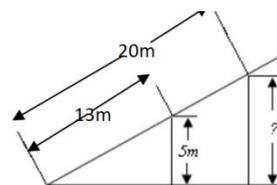
7.2 正弦、余弦（1）

核心素养目标：

- 1、认识锐角正弦、余弦的概念；
- 2、会求一个锐角的正弦值、余弦值；
- 3、感受数形结合的数学思想方法，提高学生运用数学知识解决实际问题的能力；

重点：会计算一个锐角的正弦值、余弦值；

难点：用函数的观点理解正弦、余弦；



一、自主探究

问题1：如图，小明沿着某斜坡向上行走了13米后，他的相对位置升高了5米，如果他沿着该斜坡行走了20米，那么他的相对位置升高了多少？行走了a米呢？

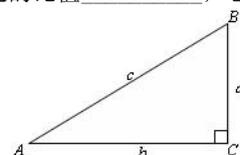
问题2：在上述问题中，他在水平方向又分别前进了多远？

思考：从上面的两个问题可以看出：当直角三角形的一个锐角的大小已确定时，它的对边与斜边的比值_____；它的邻边与斜边的比值_____。

二、自主合作

1、正弦的定义

如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，我们把锐角 $\angle A$ 的对边 a 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的正弦，记作 $\sin A$ ，即： $\sin A = \frac{\text{对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$ 。



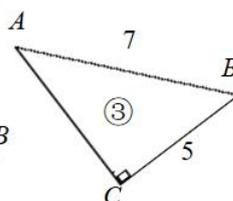
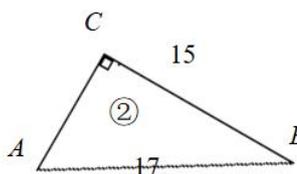
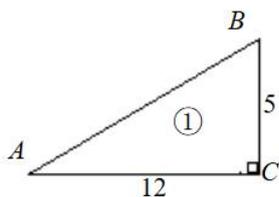
2、余弦的定义

如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，我们把锐角 $\angle A$ 的邻边 b 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的余弦，记作 $\cos A$ ，即： $\cos A = \frac{\text{邻边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c}$ 。

（你能写出 $\angle B$ 的正弦、余弦的表达式吗？）

3、三角函数的定义：锐角 A 的正切、正弦和余弦都是 $\angle A$ 的三角函数，随 $\angle A$ 的大小确定而唯一_____。

4、根据如图中条件，分别求出下列直角三角形中锐角的正弦、余弦值。



5、通过上述计算你有什么发现？

6、练习：

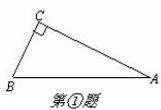
①如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=6$ ， $AC=8$ ，则 $\sin A = \frac{6}{10}$ ， $\cos A = \frac{8}{10}$ ， $\tan A = \frac{3}{4}$ 。

②如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=2$ ， $AC=4$ ，则 $\sin B = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ， $\cos B = \frac{4}{\sqrt{5}}$ ， $\tan B = \frac{1}{2}$ 。

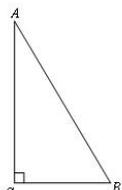
③在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AC=2BC$ ，则 $\sin C = \frac{1}{2}$ 。

④如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=10$ ， $\sin A = \frac{3}{5}$ ，则 $BC = 6$ ， $AC = 8$ 。

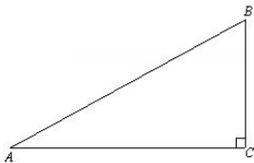
⑤在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\cos A = \frac{2}{3}$ ， $AC=12$ ，则 $AB = 9$ ， $BC = 6$ 。



第①题



第②题



第④题

三、自主展示

1、如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=12$ ， $BC=5$ ，则 $\sin A=$ _____，

$\cos A=$ _____， $\sin B=$ _____， $\cos B=$ _____

2、在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=9a$ ， $AC=12a$ ， $AB=15a$ ，

$\tan B=$ _____， $\cos B=$ _____， $\sin B=$ _____

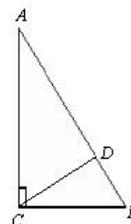
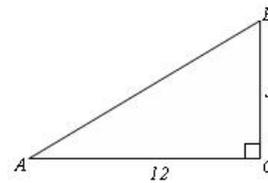
3、根据图示填空：

(1) $\sin A = \frac{(\quad)}{AC} = \frac{BC}{(\quad)}$ (2) $\sin B = \frac{(\quad)}{AB} = \frac{CD}{(\quad)}$

(3) $\cos \angle ACD = \frac{CD}{(\quad)}$ ， $\cos \angle BCD = \frac{(\quad)}{BC}$

(4) $\tan A = \frac{CD}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{AC}$ ， $\tan B = \frac{(\quad)}{BD} = \frac{AC}{(\quad)}$

4、求 $\sin 60^\circ$ 、 $\cos 60^\circ$ 、 $\sin 30^\circ$ 、 $\cos 30^\circ$ 的值



5、已知：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为 D ， $CD=8\text{cm}$ ， $AC=10\text{cm}$ ，求 AB ， BD 的长。

6. 已知在 $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 分别为 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边，且 $a:b:c=5:12:13$ ，试求最小角的三角函数值。

四. 课堂小结：本节课你有什么收获？

五. 作业设计 1. 基础：学案； 2. 拓展：提优练习

7.2 正弦、余弦 (2)

核心素养目标:

- 1、会根据直角三角形的两边求其中一个锐角的正弦值、余弦值;
- 2、会利用正弦、余弦的知识解决一些与直角三角形有关的实际问题;
- 3、激发学生学习的积极性和主动性,引导学生自主探索、合作交流,培养学生创新意识。

重点: 会利用正弦、余弦的知识解决一些与直角三角形有关的实际问题;

难点: 从实际问题中抽象出数学模型;

一、自主探究:

- 1、在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 写出 $\angle A$ 的三角函数关系式: $\sin A = \underline{\hspace{2cm}}$, $\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$, $\tan A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 $\angle B$ 的三角函数关系式: $\underline{\hspace{4cm}}$ 。
- 2、比较上述中, $\sin A$ 与 $\cos B$, $\cos A$ 与 $\sin B$, $\tan A$ 与 $\tan B$ 的表达式, 你有什么发现?

3、思考与探索

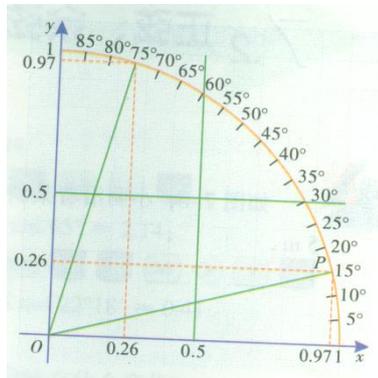
怎样计算任意一个锐角的正弦值和余弦值呢?

(1) 如图, 当小明沿着 15° 的斜坡行走了 1 个单位长度时, 他的位置升高了约 0.26 个单位长度, 在水平方向前进了约 0.97 个单位长度。根据正弦、余弦的定义可以知道: $\sin 15^\circ = 0.26$, $\cos 15^\circ = 0.97$;

(2) 你能根据图形求出 $\sin 30^\circ$ 、 $\cos 30^\circ$ 吗? $\sin 75^\circ$ 、 $\cos 75^\circ$ 呢?

$$\sin 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}, \cos 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}. \quad \sin 75^\circ = \underline{\hspace{2cm}}, \cos 75^\circ = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(3) 利用计算器我们可以更快、更精确地求得各个锐角的正弦值和余弦值。



(4) 观察与思考:

从 $\sin 15^\circ$, $\sin 30^\circ$, $\sin 75^\circ$ 的值, 你们得到什么结论?

从 $\cos 15^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\cos 75^\circ$ 的值, 你们得到什么结论?

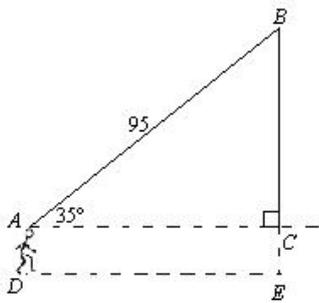
二、自主展示:

- 1、在 $Rt\triangle ABC$ 中, 如果各边长度都扩大为原来的 3 倍, 则锐角 A 的各个三角函数值 ()
A、不变化 B、扩大 3 倍 C、缩小 $\frac{1}{3}$ D、缩小 3 倍
- 2、若 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, 则下列说法不正确的是 ()
A、 $\sin \alpha$ 随 α 的增大而增大 B、 $\cos \alpha$ 随 α 的增大而减小
C、 $\tan \alpha$ 随 α 的增大而增大 D、 $\sin \alpha$ 、 $\cos \alpha$ 、 $\tan \alpha$ 的值都随 α 的增大而增大

3、在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AC=BC$ ， $\angle C=90^\circ$ ，求 (1) $\cos A$ ；(2) 当 $AB=4$ 时，求 BC 的长。

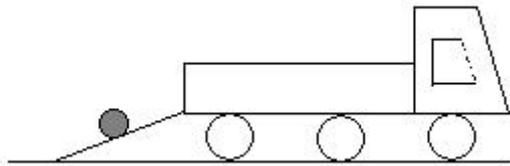
三、自主合作

例 1、小明正在放风筝，风筝线与水平线成 35° 角时，小明的手离地面 $1m$ ，若把放出的风筝线看成一条线段，长 $95m$ ，求风筝此时的高度。(精确到 $1m$) (参考数据： $\sin 35^\circ \approx 0.57$ ， $\cos 35^\circ \approx 0.82$ ， $\tan 35^\circ \approx 0.70$)



例 2、工人师傅沿着一块斜靠在车厢后部的木板往汽车上推一个油桶 (如图)，已知木板长为 $4m$ ，车厢到地面的距离为 $1.4m$ 。

- (1) 你能求出木板与地面的夹角吗？
 - (2) 请你求出油桶从地面到刚刚到达车厢时的移动的水平距离。(精确到 $0.1m$)
- (参考数据： $\sin 20.5^\circ \approx 0.35$ ， $\cos 20.5^\circ \approx 0.94$ ， $\tan 20.5^\circ \approx 0.37$)



四、自主拓展

1、等腰三角形周长为 16 ，一边长为 6 ，求底角的余弦值。

2、在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\cos B = \frac{12}{13}$ ， $AC=10$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长和斜边 AB 边上的高。

五. 课堂小结：本节课你有什么收获？

六. 作业设计 1. 基础：学案； 2. 拓展：提优练习

7.3 特殊角的三角函数

核心素养目标：

- 1、能通过推理得到 30° 、 45° 、 60° 角的三角函数值，进一步体会三角函数的意义；
- 2、会计算含有 30° 、 45° 、 60° 角的三角函数值；
- 3、发展学生推理和计算能力，培养学生创新意识。

重点：能通过推理得到 30° 、 45° 、 60° 角的三角函数值；

难点：特殊角的三角函数值的运用；

一、自主探究

活动 1. 观察与思考

你能分别说出 30° 、 45° 、 60° 角的三角函数值吗？

活动 2. 根据以上探索完成下列表格

三角函数值 三角函数 θ	30°	45°	60°
$\sin \theta$			
$\cos \theta$			
$\tan \theta$			

二、自主合作

例 1：求下列各式的值。

(1) $2\sin 30^\circ - \cos 45^\circ$

(2) $\sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ$

(3) $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ$

练习：计算.

(1) $\cos 45^\circ - \sin 30^\circ$

(2) $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ$

(3) $\tan 45^\circ - \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ$

(4) $\frac{\cos^2 45^\circ}{\tan^2 30^\circ}$

例 2. 求满足下列条件的锐角 α ：

(1) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $2\sin \alpha = 1$

(3) $2\sin \alpha - \sqrt{2} = 0$

(4) $\sqrt{3}\tan \alpha - 1 = 0$

三、自主展示

1、若 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则锐角 $\alpha =$ _____. 若 $2\cos \alpha = 1$, 则锐角 $\alpha =$ _____.

2、若 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, 则锐角 $\alpha =$ _____. 若 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则锐角 $\alpha =$ _____.

3、若 $\angle A$ 是锐角, 且 $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos A =$ _____.

4、求满足下列条件的锐角 α

(1) $\cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ (2) $-\sqrt{3}\tan \alpha + \sqrt{3} = 0$ (3) $2\cos \alpha - \sqrt{2} = 0$ (4) $\tan(\alpha + 10^\circ) = \sqrt{3}$

5. 已知 α 为锐角, 当 $\frac{2}{1-\tan \alpha}$ 无意义时, 求 $\tan(\alpha + 15^\circ) - \tan(\alpha - 15^\circ)$ 的值.

四、自主拓展

1. 等腰三角形的一腰长为 6 cm, 底边长为 $6\sqrt{3}$ cm, 请你判断这个三角形是锐角、直角还是钝角三角形?

2. 已知 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的高, $AD=2$, $AC=2\sqrt{2}$, $AB=4$, 求 $\angle BAC$ 的度数.

3. 先化简, 再求代数式 $\frac{a-b}{a} \div (a - \frac{2ab-b^2}{a})$ 的值, 其中 $a = 3\tan 30^\circ + 1$, $b = \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ$

五. 课堂小结: 本节课你有什么收获?

六. 作业设计 1. 基础: 学案; 2. 拓展: 提优练习

7.5 解直角三角形（1）

核心素养目标：

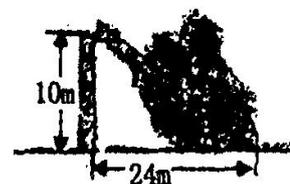
- 1、了解解直角三角形的概念，能运用直角三角形的角与角、角与边、边与边关系解直角三角形；
- 2、探索发现解直角三角形所需的条件，体会用化归思想将未知转化为已知来解决问题；
- 3、培养学生运用数学知识解决实际问题能力，渗透数学建模思想。

重点：能解直角三角形；

难点：三角函数在解直角三角形中的灵活运用；

一、问题情景：

如图所示，一棵大树在一次强烈的台风中于地面 10 米处折断倒下，树顶落在离数根 24 米处。问大树在折断之前高多少米？

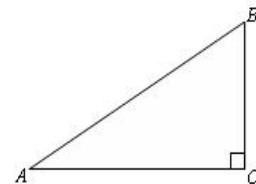


显然，我们可以利用勾股定理求出折断倒下的部分的长度为_____米，所以，大树在折断之前的高为_____米。

二、新课（自主阅读）

1. 解直角三角形：

任何一个三角形都有六个元素，三条边、三个角，在直角三角形中，已知有一个角是直角，我们把利用已知的元素求出未知元素的过程，叫做解直角三角形。像上述问题就是由两条直角边这两个元素，利用勾股定理求出斜边的长度，另外我们还可以利用直角三角形的边角关系求出两个锐角，像这样的过程，就是解直角三角形。



2. 解直角三角形所需的工具：

如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，其余 5 个元素之间有以下关系：

(1) 两锐角互余： $\angle A + \angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) 三边满足勾股定理： $AC^2 + BC^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) 边与角关系： $\sin A = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\cos A = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\tan A = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

例 1：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ， $a=5$ ，解直角三角形。

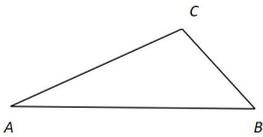
例 2：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $a=3$ ， $b=4$ ，求 (1) c 的大小；(2) $\angle A$ 、 $\angle B$ 的大小。

三、课堂练习：

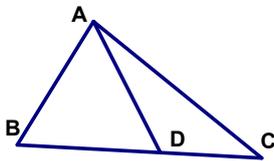
1、已知：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $b=2\sqrt{3}$ ， $c=4$ ，求 (1) a ；(2) 求 $\angle B$ 、 $\angle A$

2、已知 $\angle A=60^\circ$ ， $a-b=3-\sqrt{3}$

3、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC=8$ ， $\angle B=45^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ 。求 AB 。



4. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=60^\circ$ ， $AD=14$ ， $CD=12$ ， $S_{\triangle ADC}=30\sqrt{3}$ ，求 BD 的长。



5. 如 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=8$ ， $\angle A$ 的平分线 $AD=\frac{16\sqrt{3}}{3}$ ，解 $Rt\triangle ABC$ 。

四. 课堂小结：本节课你有什么收获？

五. 作业设计 1. 基础：学案；2. 拓展：提优练习

7.5 解直角三角形（2）

核心素养目标：

- 1、理解直角三角形中五个元素的关系，能综合运用勾股定理，三角函数等知识提高分析问题、解决问题的能力；
- 2、培养学生运用数学知识实际问题能力，渗透数学建模思想。

重点：能综合运用勾股定理，三角函数等知识提高分析问题、解决问题的能力；

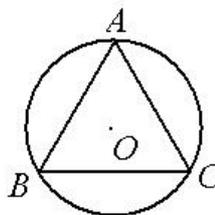
难点：能综合运用勾股定理，三角函数等知识提高分析问题、解决问题的能力；

一、【知识回顾】

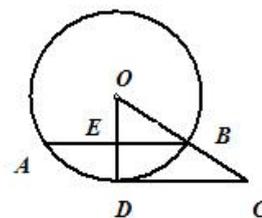
1. 解直角三角形至少需要____个条件，其条件中至少有一个条件是已知_____。
2. 根据条件，解下列直角三角形在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$
 - (1) 已知 $\angle A=30^\circ$ ， $BC=2$ ；
 - (2) 已知 $AB=10$ ， $BC=5$ ；

二、【问题探究】

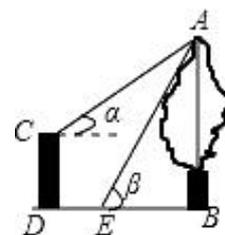
问题 1：求半径为 20 的圆的内接正三角形的边长和面积。



问题 2：如图， CD 切 $\odot O$ 于 D ，连接 OC ，交 $\odot O$ 于 B ，过 B 作弦 $AB \perp OD$ ， E 为垂足，已知 $\odot O$ 半径为 10， $\sin \angle COD = \frac{4}{5}$ ，求：
(1) 弦 AB 的长；(2) CD 的长。

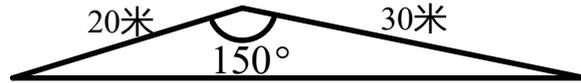
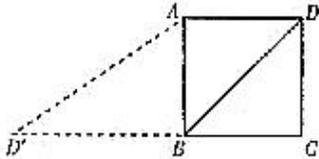


问题 3：如图， CD 是一高为 4 米的平台， AB 是与 CD 底部平行的一棵树，在平台顶 C 点处测得树顶 A 的仰角 $\alpha=30^\circ$ ，从平台底部向树的方向水平前进 3 米到达点 E ，在点 E 处测得树顶 A 的仰角 $\beta=60^\circ$ ，求树高 AB （结果保留根号）



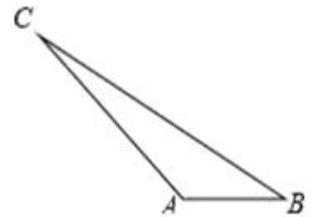
三.【反馈练习】

- 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, a 、 b 、 c 分别为 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边, 下列结论中, 能成立的是 ()
 A. $c=a\cdot\sin A$ B. $b=c\cdot\cos A$ C. $b=a\cdot\tan A$ D. $a=c\cdot\cos A$
- 如图, 已知正方形 $ABCD$ 边长为 2, 将线段 BD 绕着点 B 旋转, 点 D 落在 CB 延长线上的 D' 处, 那么 $\tan\angle BAD'$ 等于 ()
 A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $2\sqrt{2}$
- 某市在“旧城改造”中计划在一块如图所示的三角形空地上种植某种草皮以美化环境, 已知这种草皮每平方米 a 元, 则购买这种草皮至少要 ().
 A. $450a$ 元 B. $225a$ 元 C. $150a$ 元 D. $300a$ 元

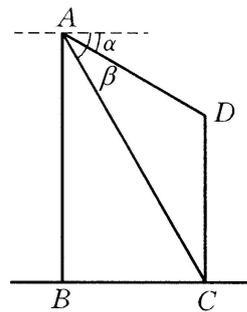


- 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, CD 是斜边上的高. 若 $AC=8$, $\cos A=\frac{4}{5}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

- 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AC=6$, $\angle B=30^\circ$, $\angle C=15^\circ$, 求 AB 的长 (结果保留根号).



- 如图, 两建筑物的水平距离 BC 为 24 米, 从点 A 测得 $\alpha=30^\circ$, 测得点 $B=60^\circ$, 求 AB 和 CD 两座建筑物的高.



四. 课堂小结: 本节课你有什么收获?

五. 作业设计 1. 基础: 学案; 2. 拓展: 提优练习

7.6 锐角三角函数的简单应用 (1)

核心素养目标:

1. 理解坡度的概念, 运用三角函数的知识解决问题;
2. 能把实际问题转化为数学问题, 并能对结果的意义进行说明;
3. 培养学生运用数学知识解决实际问题能力, 渗透数学建模思想。

重点: 能利用坡度和坡角之间的关系解决问题;

难点: 三角函数在解决实际问题中的灵活运用;

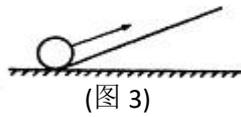
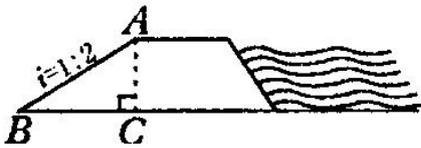
一、自主阅读:

1. 坡度的概念:

如下图, 这是一张水库拦水坝的横断面的设计图, 坡面的铅垂高度与水平宽度的比叫做坡度(或坡比), 记作 i , 即 $i = \frac{AC}{BC}$, 坡度通常用 $1:m$ 的形式, 例如下图中的 $1:2$ 的形式。

2. 坡角、坡度与坡角的关系:

坡面与水平面的夹角叫做坡角 ($\angle B$)。从三角函数的概念可以知道, 坡度与坡角的关系是 $i = \tan B$, 显然, 坡度越大, 坡角越大, 坡面就越陡。

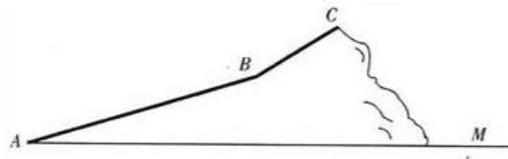


3. 练习: 如图, 一个小球由地面沿着坡度 $i = 1:2$ 的坡面向上前进。若小球升高了 10m , 此时小球沿坡面向上前进_____米; 若小球沿坡面向上前进 10m , 此时小球升高_____米。

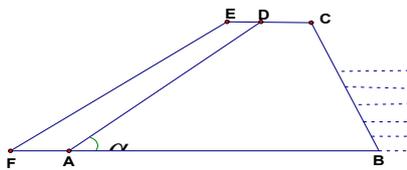
二、自主探究:

例 1. 某数学活动小组组织一次登山活动。他们从山脚下 A 点出发沿斜坡 AB 到达 B 点, 再从 B 点沿斜坡 BC 到达山巅 C 点, 路线如图所示。斜坡 AB 的长为 1040 米, 斜坡 BC 的长为 400 米, 测得 $\angle A$ 为 30° 。已知 A 点海拔 121 米, C 点海拔 721 米。

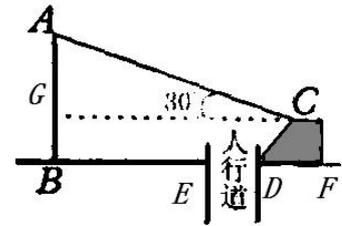
- (1) 求 B 点的海拔, (2) 求斜坡 AB 的坡度。



例 2. 如图, 某堤坝的横截面是梯形 ABCD, 背水坡 AD 的坡度 i (即 $\tan \alpha$) 为 $1:1.2$, 坝高为 5 米。现为了提高堤坝的防洪抗洪能力, 市防汛指挥部决定加固堤坝, 要求坝顶 CD 加宽 1 米, 形成新的背水坡 EF, 其坡度为 $1:1.4$ 。已知堤坝总长度为 4000 米。求完成该工程需要多少土方?

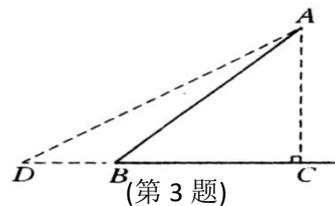
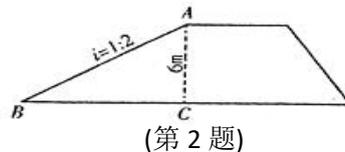
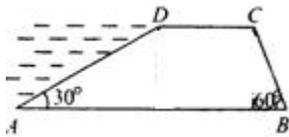


例 3. 如图, 城市规划期间, 要拆除一电线杆 AB, 已知距电线杆水平距离 14 米的 D 处有一大坝, 背水坡的坡度 $i=2:1$, 坝高 CF 为 2 米, 在坝顶 C 处测得杆顶 A 的仰角为 30° , D、E 之间是宽为 2 米的人行道. 请问: 在拆除电线杆 AB 时, 为确保行人安全, 是否需要将此人行道封上? 请说明理由(在地面上, 以点 B 为圆心, 以 AB 长为半径的圆形区域为危险区域).



三、自主练习:

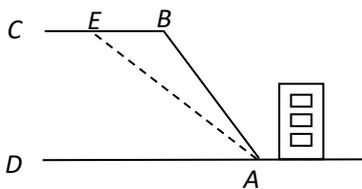
1. 如图, 水库堤坝横断面成梯形 ABCD, $DC \parallel AB$, 迎水坡 AD 长为 $2\sqrt{3}$ m, 上底长 $DC=2$ m, 背水坡 BC 长也是 2 m. 又测得 $\angle DAB=30^\circ$, $\angle CBA=60^\circ$. 下底 AB 的长是 _____, 堤坝的横截面积是 _____.



2. 如图, 防洪大堤的横断面是梯形, 坝高 AC 等于 6 米, 背水坡 AB 的坡度 $i = 1:2$, 则斜坡 AB 的长为 _____ 米

3. 如图 $Rt\triangle ABC$ 是一防洪堤背水坡的横截面图, 斜坡 AB 的长为 12m, 它的坡角为 45° , 为了提高该堤防洪能力, 现将背水坡改造成坡比为 $1:1.5$ 的斜坡 AD, 则 DB 的长 _____ (结果保留根号)。

4. 某乡镇学校教学楼后面靠近一座山坡, 坡面上是一块平地, 如图所示. $BC \parallel AD$, 斜坡 $AB=40$ 米, 坡角 $\angle BAD=60^\circ$, 为防夏季因暴雨引发山体滑坡, 学校决定对山坡进行改造. 经勘测, 当坡角不超过 45° 时, 可确保山体不滑坡, 改造时保持坡脚 A 不动, 从坡顶 B 沿 BC 削进到 E 处, 问 BE 至少是多少米 (结果保留根号)?



四. 课堂小结: 本节课你有什么收获?

五. 作业设计 1. 基础: 学案; 2. 拓展: 提优练习

7.6 锐角三角函数的简单应用 (2)

核心素养目标:

1. 能把实际问题转化为数学问题, 并能对结果的意义进行说明;
2. 培养学生运用数学知识解决实际问题能力, 渗透数学建模思想。

重点: 三角函数在解决实际问题中的灵活运用;

难点: 三角函数在解决实际问题中的灵活运用;

一、问题引入:

我校九年级某班在测量校内旗杆高度的数学活动中, 同学们设计了两种测量方案, 并根据测量结果填写了如下《数学活动报告》中的一部分. 请你把下表中计算过程和结果填写完整

课题

测量校内旗杆高度

目的

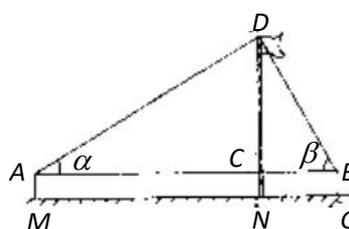
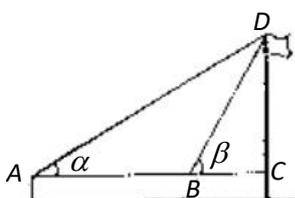
运用所学数学知识及数学方法解决实际问题——测量旗杆高度

方案

方案一

方案二

示意图



测量工具

皮尺、测角仪

皮尺、测角仪

测量数据:

$AM=1.5, AB=10$

$AM=h, AB=m$

$\angle\alpha = 30^\circ, \angle\beta = 60^\circ$

$\angle DAB = \alpha, \angle DBA = \beta$

解:

解:

计算过程 (结

果保留根号)

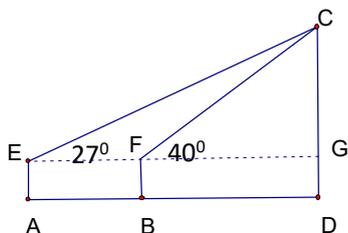
测量结果

$DN=$

$DN=$

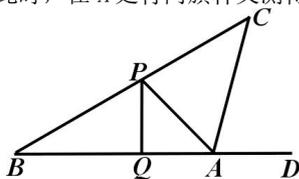
二、自主探索

例 1. 小明为了测量停留在空中的气球的高度, 他先在地面上找一点, 站在这点测得气球的仰角为 27° , 然后向气球方向走了 50 米, 测得气球的仰角为 40° 。这时他就能算出气球的高度了。他是如何求得气球的高度呢? (小明的身高是 1.6 米) ($\tan 27^\circ = 0.51, \tan 40^\circ = 0.84$, 结果精确到 0.1 米)



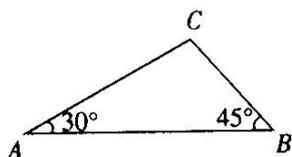
例 2. 如图, 小唐同学正在操场上放风筝, 风筝从 A 处起飞, 几分钟后便飞达 C 处, 此时, 在 AQ 延长线上 B 处的小宋同学, 发现自己的位置与风筝和旗杆 PQ 的顶点 P 在同一直线上.

- (1) 已知旗杆高为 10 米, 若在 B 处测得旗杆顶点 P 的仰角为 30° , A 处测得点 P 的仰角为 45° , 试求 A 、 B 之间的距离;
- (2) 此时, 在 A 处背向旗杆又测得风筝的仰角为 75° , 求绳子 AC 约为多少? (结果保留根号)



三、随堂演练:

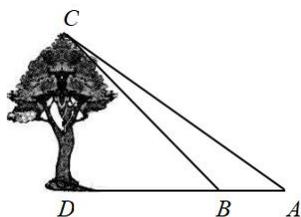
1. 某省欲将相距 2km 的 A 、 B 之间修一条笔直公路(即线段 AB), 经测量, 在 A 地的北偏东 60° 方向, B 地的北偏西 45° 方向的 C 处有一半径为 0.7km 的公园, 问计划修筑的这条公路是否会穿过公园? 为什么?



2. 在数学活动课上, 九年级某班数学兴趣小组的同学们测量校园内一棵大树的高度, 设计的方案及测量数据如下:

- (1) 在大树前的平地上选择一点 A , 测得由点 A 看大树顶端 C 的仰角为 35° ;
- (2) 在点 A 和大树之间选择一点 B (A 、 B 、 D 在同一直线上), 测得由点 B 看大树顶端 C 的仰角恰好为 45° ;
- (3) 量出 A 、 B 两点间的距离为 4.5 米. 请你根据以上数据求出大树 CD 的高度. (结果精确到 0.1m)

(可能用到的参考数据: $\sin 35^\circ \approx 0.57$ $\cos 35^\circ \approx 0.82$ $\tan 35^\circ \approx 0.70$)



四. 课堂小结: 本节课你有什么收获?

五. 作业设计 1. 基础: 学案; 2. 拓展: 提优练习