

礼嘉高级中学2024-2025学年
第一学期高一年级数学阶段教学质量调研试卷

命题人：白奕波 审卷人：金立亚

(总分 150 分 考试时间 120 分钟)

一、单项选择题：(本大题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请在答题纸的指定位置填涂答案选项。)

1. 设集合 $M = \{x | -1 < x < 1\}$, $N = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()
A. $\{x | -1 < x < 2\}$ B. $\{x | 0 \leq x < 1\}$
C. $\{x | 0 < x < 1\}$ D. $\{x | -1 < x < 0\}$
2. 不等式 $(x-1)(x-3) \leq 0$ 的解集是 ()
A. $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ B. $(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$
C. $(1, 3)$ D. $[1, 3]$
3. 命题 $p: \forall x > 2, x^2 - 1 > 0$, 则 $\neg p$ 是 ()
A. $\forall x > 2, x^2 - 1 \leq 0$ B. $\forall x \leq 2, x^2 - 1 > 0$
C. $\exists x > 2, x^2 - 1 \leq 0$ D. $\exists x \leq 2, x^2 - 1 \leq 0$
4. 若 $a \in \mathbf{R}$, 则 “ $a = 2$ ” 是 “ $(a-1)(a-2) = 0$ ” 的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 既不充分又不必要条件 D. 无法判断
5. 下列结论正确的是 ()
A. 若 $a > b > 0$, 则 $ac^2 > bc^2$ B. 若 $ab > 0, a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
C. 若 $a > b, c > d$, 则 $a - c > b - d$ D. 若 $a > b, m > 0$, 则 $\frac{b+m}{a+m} > \frac{b}{a}$
6. 已知 $t > 0$, 则函数 $y = \frac{t^2 - 4t + 1}{t}$ 的最小值为 ().
A. -4 B. -2 C. 0 D. 2
7. 集合 $A = \{x | 2a < x < a + 2\}$, $B = \{x | x < -3 \text{ 或 } x > 5\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 范围为 ()
A. $\left[-\frac{3}{2}, +\infty\right)$ B. $\left(-\frac{3}{2}, +\infty\right)$ C. $\left[-\infty, -\frac{3}{2}\right]$ D. $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$
8. 若两个正实数 x, y 满足 $4x + y = xy$, 且存在这样的 x, y 使不等式 $x + \frac{y}{4} < m^2 + 3m$ 有解, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $(-1,4)$ B. $(-4,1)$ C. $(-\infty,-4)\cup(1,+\infty)$ D. $(-\infty,-3)\cup(0,+\infty)$

二、多项选择题：（本大题共3个小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分，请在答题纸的指定位置填涂答案选项．）

9. 设 $A=\{x|x^2-5x+4=0\}$, $B=\{x|ax-1=0\}$, 若 $A\cup B=A$, 则实数 a 的值可以是 ()

- A. 0 B. $\frac{1}{4}$ C. 4 D. 1

10. 下面命题正确的是 ()

- A. “ $a>1$ ”是“ $\frac{1}{a}<1$ ”的充分不必要条件
B. 命题“若 $x<1$, 则 $x^2<1$ ”的是真命题
C. 设 $x,y\in\mathbf{R}$, 则“ $x\geq 2$ 且 $y\geq 2$ ”是“ $x^2+y^2\geq 4$ ”的必要不充分条件
D. 设 $a,b\in\mathbf{R}$, 则“ $a\neq 0$ ”是“ $ab\neq 0$ ”的必要不充分条件

11. 若 a, b 均为正数, 且满足 $2a+b=4$, 则 ()

- A. ab 的最大值为 2 B. $\left(a+\frac{1}{a}\right)\left(b+\frac{1}{b}\right)$ 的最小值为 4
C. $\frac{4}{a}+\frac{a}{b}$ 的最小值是 4 D. a^2+b^2 的最小值为 $\frac{16}{5}$

三、填空题：（本大题共 3 小题，每小题 5 分，计 15 分．不需要写出解答过程，请把答案写在答题纸的指定位置上．）

12. 若“ $x\geq 1$ ”是“ $x\geq m$ ”的充分不必要条件, 则实数 m 的取值范围为_____.

13. 已知集合 $A=\{1,3,\sqrt{m}\}$, $B=\{1,m\}$, $B\subseteq A$, 则 m 的值为_____.

14. 设 m,n 为正数, 且 $m+n=2$, 则 $\frac{2m+3}{m+1}+\frac{3n+7}{n+2}$ 的最小值为_____.

四、解答题：（本大题共 5 小题，共 77 分，请在答题纸指定的区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）

15. (13 分) 已知集合 $A=\{x|-1\leq x\leq 4\}$, $B=\{x|x<1$ 或 $x>5\}$.

(1) 若全集 $U=\mathbf{R}$, 求 $A\cup B$ 、 $(C_U A)\cap B$;

(2) 若全集 $U=\mathbf{R}$, 求 $A\cap(C_U B)$.

16. (15 分) 已知不等式 $ax^2 - 3x + b > 4$ 的解集为 $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 解不等式 $ax^2 - (ac + 2)x + 2c < 0$. ($c \in R$)

17. (15 分) 设全集 $U = R$, 集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, 非空集合 $B = \{x | -1 - 2a \leq x \leq a - 2\}$.

(1) 若 “ $x \in A$ ” 是 “ $x \in B$ ” 的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若命题 “ $\forall x \in B$, 则 $x \in A$ ” 是真命题, 求实数 a 的取值范围.

18. (17 分) 某企业为响应国家节水号召, 决定对污水进行净化再利用, 以降低自来水的用量. 经测算, 企业拟安装一种使用寿命为 4 年的污水净化设备. 这种净水设备的购置费 (单位: 万元) 与设备的占地面积 x (单位: 平方米) 成正比, 比例系数为 0.2, 预计安装后该企业每年需缴纳的水费 C (单位: 万元) 与设备占地面积 x 之间的函数关系为 $C(x) = \frac{20}{x+5} (x > 0)$, 将该企业的净水设备购置费与安装后 4 年需缴水费之和合计为 y (单位: 万元).

- (1) 要使 y 不超过 7.2 万元, 求设备占地面积 x 的取值范围;
- (2) 设备占地面积 x 为多少时, y 的值最小?

19. (17 分) 已知 $a > 0$, $b > 0$, 且 $a + b = 2$, 证明:

- (1) $a^2b + ab^2 \leq 2$;
- (2) $\frac{a^3+b}{a+1} + \frac{b^3+a}{b+1} \geq 2$.