

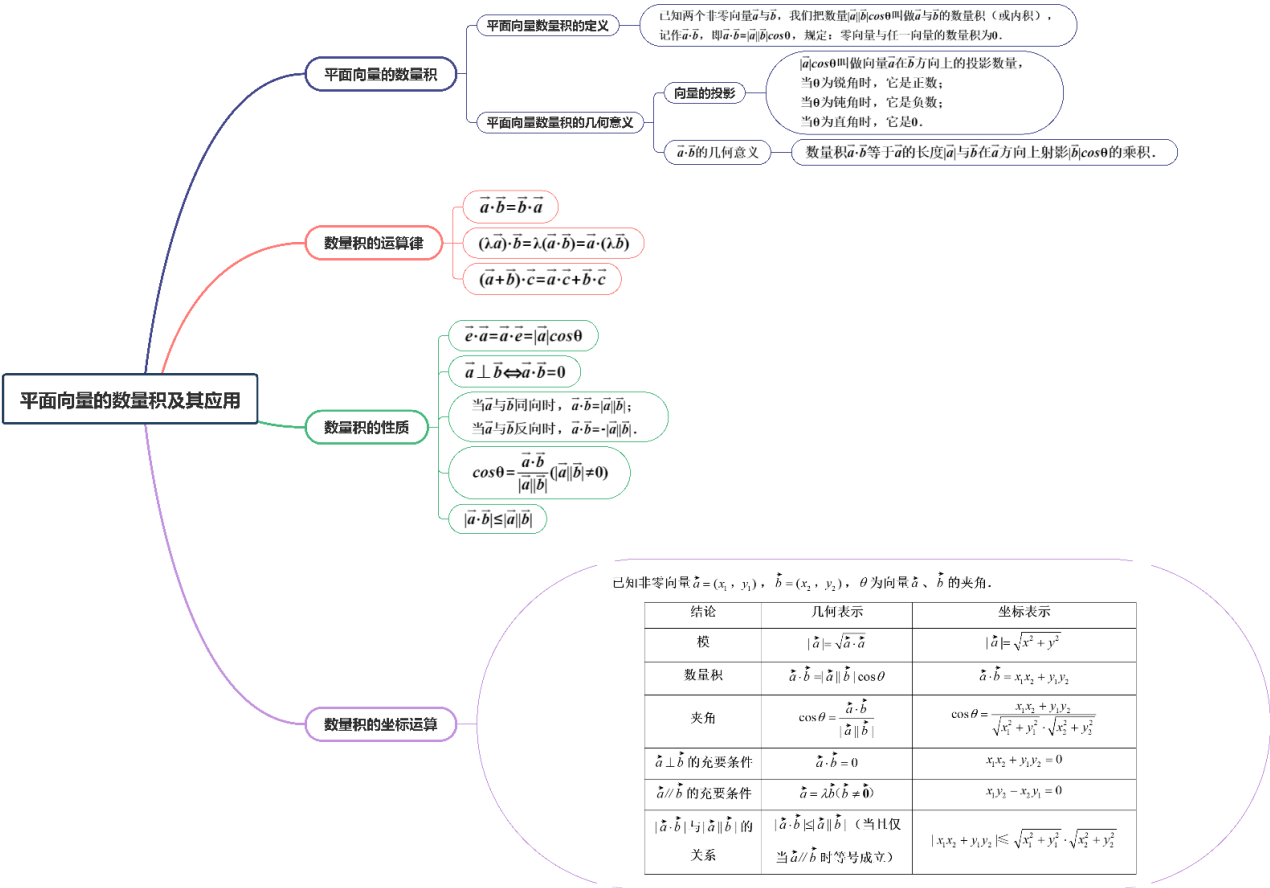
平面向量数量积的应用

执教者：顾海燕 执教班级：高三（4）班 时间：2024.9.4

【考情透视】

考点要求	考题统计	考情分析
(1) 平面向量的数量积 (2) 平面向量数量积的几何意义	2024 年 I 卷第 3 题，5 分 2024 年 II 卷第 3 题，5 分 2023 年 I 卷第 3 题，5 分 2023 年 II 卷第 13 题，5 分 2023 年甲卷（理）第 4 题，5 分 2022 年 II 卷第 4 题，5 分	平面向量数量积的运算、化简、证明及数量积的应用问题，如证明垂直、距离等是每年必考的内容，单独命题时，一般以选择、填空形式出现. 交汇命题时，向量一般与解析几何、三角函数、平面几何等相结合考查，而此时向量作为工具出现. 向量的应用是跨学科知识的一个交汇点，务必引起重视. 预测命题时考查平面向量数量积的几何意义及坐标运算，同时与三角函数及解析几何相结合的解答题也是热点.

【知识导图】



【题型探究】

目标1 平面向量的数量积运算

例 1 (1) 已知 $\vec{AB}=(4, 2)$ ， $\vec{AC}=(1, t)(t>0)$ ， $|\vec{BC}|=\sqrt{13}$ ，则 $\vec{AB}\cdot\vec{BC}=(\quad)$

- A. -8
B. -16
C. 8
D. 16

(2)(2024·烟台期中) 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=3\sqrt{2}$, $AD=2$, $\vec{AE}=\vec{EB}$, $\angle BAD=\frac{\pi}{4}$,

则 $\vec{AC} \cdot \vec{DE} = (\quad)$

- A. 2
B. $2\sqrt{2}$
C. $2\sqrt{3}$
D. 4

目标2 投影向量

例 2 (1) (2024·温州一模)已知向量 $a=(0, 4)$, $b=(-3, -3)$, 则 a 在 b 上的投影向量的坐标是()

- A. $(-2, -2)$ B. $(2, 2)$
C. $(0, -3)$ D. $(0, 3)$

(2) 已知 $|a|=2$, $|b|=10$, a 与 b 的夹角为 120° , 则向量 b 在向量 a 上的投影向量为_____.

目标3 数量积的应用

视角 1 夹角问题

例 3-1 (2023·全国甲卷文)已知向量 $a=(3, 1)$, $b=(2, 2)$, 则 $\cos \langle a+b, a-b \rangle =$ ()

- A. $\frac{1}{17}$ B. $\frac{\sqrt{17}}{17}$
C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

变式：已知 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 均为非零向量，若 $|2\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{b}|=2|\vec{a}|$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为_____.

视角 2 向量的模长问题

例 3-2 (2023·烟台期末)若平面向量 a 与 b 的夹角为 60° , $a=(2, 0)$, $|b|=1$, 则 $|a+2b|$ $=$ ()

- A. $\sqrt{3}$
B. $2\sqrt{3}$
C. 4
D. 12

【真题演练】

1. (2024年北京高考数学真题) 设 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 是向量, 则“ $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = 0$ ”是“ $\vec{a} = -\vec{b}$ 或 $\vec{a} = \vec{b}$ ”的 ().

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. (2024 年新课标全国I卷数学真题) 已知向量 $\vec{a} = (0, 1)$, $\vec{b} = (2, x)$, 若 $\vec{b} \perp (\vec{b} - 4\vec{a})$, 则 $x =$ ()

A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

3. (2024 年新课标全国II卷数学真题) 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 1, |\vec{a} + 2\vec{b}| = 2$, 且 $(\vec{b} - 2\vec{a}) \perp \vec{b}$, 则 $|\vec{b}| =$ ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

4. (2024 年高考全国甲卷数学(理)真题) 设向量 $\vec{a} = (x+1, x)$, $\vec{b} = (x, 2)$, 则 ()

A. “ $x = -3$ ”是“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”的必要条件 B. “ $x = -3$ ”是“ $\vec{a} // \vec{b}$ ”的必要条件
C. “ $x = 0$ ”是“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”的充分条件 D. “ $x = -1 + \sqrt{3}$ ”是“ $\vec{a} // \vec{b}$ ”的充分条件

新视角 极化恒等式

在 $\triangle ABC$ 中, 若 O 是边 BC 的中点, 则 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AO}|^2 - |\vec{OB}|^2 = |\vec{AO}|^2 - \frac{1}{4}|\vec{BC}|^2$.

例 4 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, P 为平面 ABC 内一点, 则 $\vec{PA} \cdot (\vec{PB} + \vec{PC})$ 的最小值是 (B)

A. -2 B. $-\frac{3}{2}$
C. $-\frac{4}{3}$ D. -1

【课堂小结】

【课后作业】配套练习