

立足多元表征 培养模型意识

——一年级上册“数量关系的复习”教学片断与思考

施佳丽 (江苏省常州市新北区百草园小学)

模型意识主要是指对数学模型普适性的初步感悟,是小学阶段学生核心素养的主要表现之一。《数学课程标准(2022年版)》在第一学段“数量关系”主题的学业要求中进一步指出:“能在解决问题的过程中,体会解决问题的道理,解释计算结果的实际意义,感悟数学与现实世界的关联,形成初步的模型意识、几何直观和应用意识。”

在一年级上册期末复习阶段安排“数量关系的复习”这一教学内容,旨在帮助低年段学生在面对真实情境中的数学问题时,能够清晰地梳理数量关系并合乎逻辑地分析和解决问题。

笔者在教学“数量关系的复习”时,重视数学多元表征,有效组织学生开展数学学习活动,启发学生综合运用动作、图形、符号等方式表征数量关系,优化解决问题的思考路径,培养模型意识。

片断一:借助动作表征,感知加减法模型

1. 解决加法问题,总结加法模型。

课件出示:

(1) 原来有3只白兔,又来了5只灰兔,现在一共有多少只兔?

(2) 小熊推来5筐苹果和4筐梨,苹果和梨一共有多少筐?

师:你会解决这些问题吗?

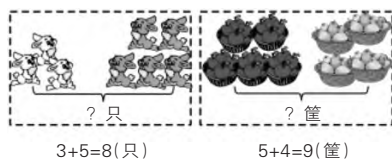
生₁:原来的3只白兔添上又来的5只灰兔,就是现在一共有多少只兔。

生₂:把5筐苹果和4筐梨合起来,就是苹果和梨一共有多少筐。

师:比较我们刚才解决的两个问题,它们有什么相同点?

根据学生回答,借助课件演示,呈现

将两个部分合起来的过程,得到下图。



生₁:这两个问题都要用加法计算。

生₂:都是把两个部分合起来,求一共有多少。

师:(做“合起来”的手势)把什么和什么像这样合起来的呢?

生:把白兔和灰兔合起来,把苹果和梨合起来。

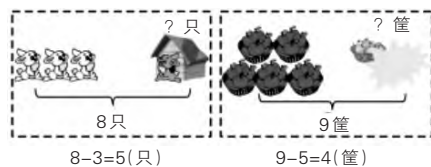
学生边说边用“合起来”的动作演示。

师:(边比划边说)是的,我们把加法的这部分叫作“分量”,另一部分也叫作“分量”,合起来一共有多少叫做“总量”。其实加法数量关系就是——分量+分量=总量。(板书:分量+分量=总量)

2. 改编加法问题,总结减法模型。

师:除了加法,我们还学过——减法。

根据条件和问题,同桌两人合作,一人看图讲故事,一人列算式。



师:观察上面两幅图,回顾解决问题的过程,这两个问题有什么相同点?

生:这两个问题都是用总量去掉其中的一个分量,等于另一个分量。

学生边说边用“去掉”的动作表示。

师:结合加法数量关系,你知道减法数量关系是怎样的吗?

生:我觉得减法数量关系是“总量-分量=分量”。(师板书:总量-分量=分量)

【思考】动作表征是指借助操作活动、数学实验、媒体动画等,帮助学生展开数学思维、促进数学理解的一种表征方式。加减法模型是小学低年段学生能够理解的主要模型。这些模型有助于沟通加法与减法之间的联系。利用加减法模型,可以解决简单的加减法以及连加、连减、加减混合等实际问题。根据皮亚杰的认知发展理论,小学一年级学生正在从前运算阶段向具体运算阶段过渡,该阶段学生以形象思维为主,对于理解抽象的“分量+分量=总量”“总量-分量=分量”等加减法模型存在一定困难。基于以上认识,在教学时,教师运用课件演示,以及让学生做“合起来”“去掉”的动作,引导他们在可视、可感的活动中感受将两个分量合起来,以及从总量里去掉其中一个分量的过程,初步感知加减法模型。其中,第一次动作表征,借助课件演示,呈现将两个分量合起来的过程,让“分量+分量=总量”的加法模型可视。第二次动作表征,建立在学生初步感知的基础上。学生在表达思考过程的同时,通过“合起来”的动作,再次感知用加法解决实际问题的相同点,使加法模型的总结水到渠成。第三次动作表征,引导学生从加法过渡到减法,在直观图的支撑下,舍去情境感悟本质,通过“去掉”的动作,由外而内感知减法模型。从加到减的过程,也使学生初步感悟减法是加法的逆运算。让学生借助动作表征感知加减

法模型,顺应了低年段学生的认知特点,让抽象的加减法模型具体化、形象化。

片断二:依托图形表征,辨析加减法模型

师:你还能再编出一些加减法的故事吗?先和你的同桌互相说一说,再画图把说的故事表示出来。

教师展示学生绘制的图形,并根据图形分享加减法故事。

图形表征(加法):



图形表征(减法):



师:看一看、比一比,加法和减法有什么相同点,又有什么不同点?

生₁:加法是“分量+分量=总量”,减法是“总量-分量=分量”,它们是不一样的。

生₂:我发现加法和减法都有两个分量和一个总量。

生₃:但是加减法中总量和分量的位置反过来了。加法里总量在等号的后面,减法里总量在最前面,等号的后面变成了分量。

师:你们的发现特别有价值!加法是根据两个分量求总量,减法是根据总量和一个分量求另一个分量。所以我们说减法是加法的逆运算。

【思考】图形表征是通过画图等方式来表征信息,可以直观表征数量关系,进而帮助学生开展内在的思维活动。可视化的图形表征有助于学生集中有效信息,快速提取异同,在辨析加减法模型的同时理解加减法内在的一致性。在上述教学片断中,首先聚焦加法模型和减法模型,引导学生主动构建图形,从抽象的模型到具体的例子,使他们在自主内化的过程中,加深对加减法模型的认识。接着聚焦加减法模型的异同,引导学生通过对相关图形的观察辨析加减法模型的异同,感知其内在关联,初步建立减法是加法逆运算的认知。本环节合理调用学生已有的图形表征经验。真实的学生作品,不仅表达了生动的数学故事,更使得加减法数量关系清晰地呈现了出来。而通过图形表征

和言语表征的相互转化,能使初步学会用数学的眼光观察现实世界,用数学的语言表达现实世界,进而感悟加减法的一致性。

片断三:聚焦符号表征,丰富加减法模型

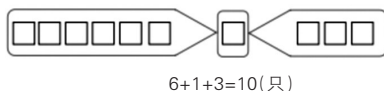
课件出示:

(1)悟空的前面有6只小猴,后面有3只小猴,一共有多少只猴?

(2)一共有8只猴,悟空的前面有3只小猴,后面有几只小猴?

师:请你先通过画一画表示题中的条件和问题,再和同桌说一说,最后用算式写一写。

课件出示问题(1)的图形和算式:



师:算式中的“6”“1”“3”分别表示什么意思?你能看图说一说吗?

生:“6”表示悟空前面有6只小猴,“1”表示悟空,“3”表示悟空后面有3只小猴。

师:是怎样想到写连加算式的?

生:因为要把6只、1只和3只这三个分量合起来,求一共有多少只猴。

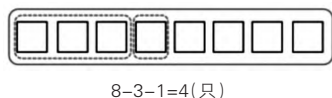
师:结合图形和算式,与之前的加法问题比一比,发生了怎样的变化?

生₁:之前只要算一次加法,现在要算两次。

生₂:加法数量关系从“分量+分量=总量”,变成了“分量+分量+分量=总量”。

师:是啊,加法就是把若干个分量合起来求总量的过程。

课件出示问题(2)的图形与算式:



师:你能结合图形介绍一下算式的含义吗?

生:从一共的8只猴里,去掉前面的3只,再去掉悟空,就等于后面有多少只小猴。

师:从算一次减法到算两次减法,减法模型什么变了、什么没变?

生₁:减法模型从“总量-分量=分量”,变成了“总量-分量-分量=分量”。

生₂:其实减法就是从总量里去掉一个或几个分量,最后剩下一个分量。

师:结合图形和算式比一比,刚才解决的连加、连减实际问题,有什么相同和不同?

生₁:都有一个总量和三个分量。

生₂:加法就是把几个分量合起来,求总量;减法就是把加法反过来,从总量里去掉一个或几个分量。

【思考】符号表征是借助符号或符号系统来表示概念、关系的一种表征方式。加减法算式就是一种常见的符号表征形式。究其根本,加法模型是若干个分量合起来的过程;相反,减法就是从总量里去掉若干个分量的过程。借助画图、写算式的过程,学生能够自然地将图形表征转换至更为抽象的符号表征,在说明算式含义的过程中深入理解加减法的本质。排队问题因其复杂的数量关系及多样的表达,时常成为困扰一年级学生的难题。上述教学片断通过三个层次聚焦用算式表达数量关系的过程,层层深入地引导学生丰富对加减法的认识。第一个层次,通过提问“算式中的‘6’‘1’‘3’分别表示什么意思”,引导学生结合图形进行说明,初步感知多个分量的合并。第二个层次,引导学生聚焦连加算式,继续感悟加法模型的本质就是将若干个分量合起来。第三个层次,在由加到减的过程中,丰富对减法的认识,并通过对加减法的再次对比,打通加减法之间的关系。聚焦符号表征,有助于学生在丰富对加减法认识的同时,促进思维的自然生长。

总之,借助动作表征从具体问题中抽象出数学模型;依托图形表征可以辨析异同,感受加减法的一致性;聚焦符号表征可以丰富对加减法的认识。立足多元表征,有利于引导学生在理解题意、表征数量关系、解决问题、反思交流的过程中感知模型,培养初步的模型意识。

★本文系江苏省教育科学“十四五”规划2023年度重点课题《基于真实情境问题解决的小学生数学多元表征学习研究》(课题编号:B/2023/03/112)的阶段性研究成果之一。

(责任编辑 王 睿)