**绝密 启用前**

**2024 年普通高等学校招生全国统一考试全国甲卷文科数学**

**使用范围: 陕西、宁夏、青海、内蒙古、四川**

注意事项:

1. 答题前, 务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上.
2. 答选择题时, 必须使用 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦擦干净后, 再选涂其它答案标号.
3. 答非选择题时, 必须使用 0.5 毫米黑色签字笔, 将答案书写在答题卡规定的位置上.
4. 所有题目必须在答题卡上作答, 在试题卷上答题无效.
5. 考试结束后, 只将答题卡交回.

**一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.**

1.集合 , 则   
(A)   
(B)   
(C)   
(D)

**【参考答案】A**

【详细解析】因为 , 所以 , 故选(A).

2. 设 , 则 )  
(A) 2  
(B) 2  
(C) 2  
(D) 2

**【参考答案】D**

【详细解析】因为 , 所以 , 故选(D).

3.若实数 满足约束条件(略), 则 的最小值为 ( )  
(A)5  
(B)   
(C) -2  
(D)

**【参考答案】D**

【详细解析】将约束条件两两联立可得 3 个交点: 和 , 经检验都符合约束条件. 代入目标函数可得: , 故选(D).

4.等差数列 的前 项和为 , 若   
(A) -2  
(B)   
(C) 1  
(D)

**【参考答案】D**

【详细解析】令 , 则 , 故选(D).

5.甲、乙、丙、丁四人排成一列, 丙不在排头, 且甲或乙在排尾的概率是( ）  
(A)   
(B)   
(C)   
(D)   
【详细解析】甲、乙、丙、丁四人排成一列共有 24 种可能. 丙不在排头, 且甲或乙在排尾的共有 8 种可能, , 故选(B).

6. 已知双曲线 的左、右焦点分别为 , 4)、 , 且经过点 , 则双曲线 的离心率是 )  
(A)   
(B)   
(C) 2  
(D) 3

**【参考答案】C**

【详细解析】 , 故选(C).

7.曲线 在 处的切线与坐标轴围成的面积为 (  
(A) 1  
(B)   
(C)   
(D)

**【参考答案】A**

【详细解析】因为 , 所以 , 故选(A).

8.函数 的大致图像为 ( )

**【参考答案】B**

**【详细解析】选(B).**

9.已知 , 则 )  
(A) 3  
(B)   
(C) -3  
(D)

**【参考答案】B**

**【详细解析】**因为 , 所以 , 故选(B).

10.直线过圆心, 直径

**【参考答案】直径**

【详细解析】直线过圆心, 直径.

11.已知已知 是两条不同的直线， 是两个不同的平面: (1)若 , 则 ; (2)若 , 则 ; (3)若 与 可能异面, 也可能相交, 也可能平行; (4)若 与 和 所成的角相等, 则 , 以上命题是真命题的是( )  
(A)(1)(3)  
(B)(2)(3)  
(C)(1)(2)(3)  
(D)(1)(3)(4)

**【参考答案】A**

【详细解析】选(A).

12.在 中, 内角 所对边分别为 , 若 , , 则   
(A)   
(B)   
(C)   
(D)

**【参考答案】C**

【详细解析】因为 , 所以 . 由余弦定理可得: , 即: , 所以 , 故选(C).

**二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.**

13.略

14. 函数 在 上的最大值是

**【参考答案】2**

【详细解析】 , 当且仅当 时取等号.

15. 已知 , 则 .

**【参考答案】 64**

【详细解析】因为 , 所以 , 而 ,故 .

16. 曲线 与 在 上有两个不同的交点, 则 的取值范围为 .   
【参考答案】

【详细解析】令 , 则 , 设 在 上递增, 在 上递减. 因为曲线 与 在 上有两个不同的交点, , 所以 的取值范围为 , 1).

**三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第 17 题 第 21 题为必考题, 每个考题考生必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.**

**(一)必考题: 共 60 分.**

17.(12 分)已知等比数列 的前 项和为 , 且 .

(1)求 的通项公式;

(2)求数列 的通项公式.

【参考答案】见解析.

【详细解析】(1)因为 , 所以 , 两式相减可得: , 即: , 所以等比数列 的公比 , 又因为 , 所以

(2) 因为 , 所以 .

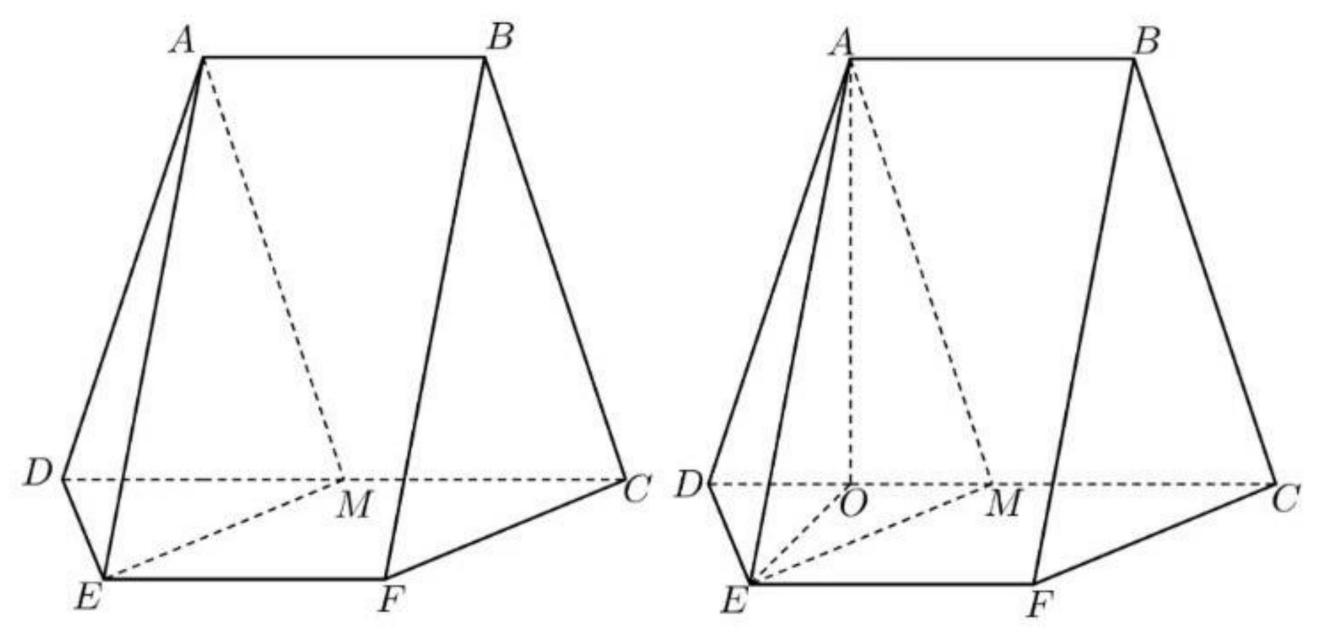
18.(12 分)题干略.  
【详细解析】(1) , 没有 的把握;

(2) , 故有优化提升.

19.(12 分)如图, 已知 , 为 的中点.

(1)证明: 平面 ;

(2)求点 到 的距离.



【参考答案】见解析

【详细解析】(1)由题意: , 而 平面 平面 , 所以 // 平面 ;

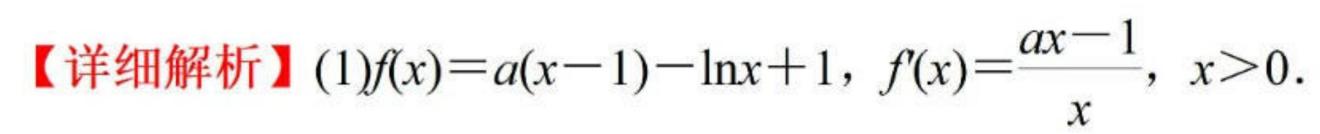
(2)取 的中点 , 连结 , 则 , 而 ,故 . 因为 , 所以 设点 到平面 的距离为 , 所以 , 故点 到 的距离为 .

20.(12 分) 已知函数 .

(1)求 的单调区间;

(2)若 时, 证明: 当 时, 恒成立.

**【参考答案】见解析**



若 的减区间为 , 无增区间;

若 时, 当 时, , 当 时, , 所以 的减区间为 , 增区间为 ;

(2)因为 , 所以当 时, . 令 , 则 . 令 , 则 在 上递增, , 所以 在 上递增, , 故 在 上递增, , 即: 当 时, 恒成立.

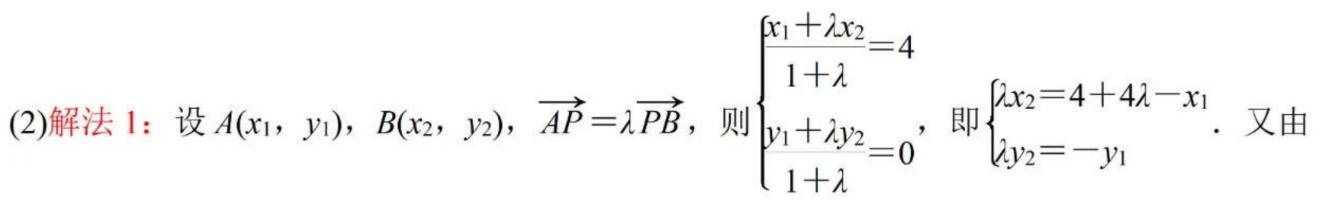
21.(12 分) 已知粗圆 的右焦点为 , 点 , 在椭圆 上, 且 轴.

(1)求椭圆 的方程;

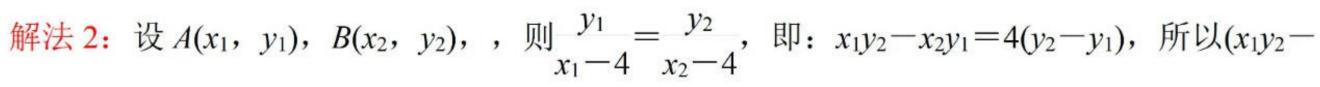
(2) , 过 的直线与椭圆 交于 两点, 为 的中点, 直线 与 交于 ,证明: 轴.

**【参考答案】见解析**

【详细解析】(1)设椭圆 的左焦点为 , 则 . 因为 轴, 所以 , 解得: , 故椭圆 的方程为: ;



可得: , 结合上式可得: , 则 , 故 轴.



,即: , 则 , 故 轴.

**(二)选考题: 共 10 分. 请考生在第 题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔将所选题号涂黑,多涂、错涂、漏涂均不给分, 如果多做, 则按所做的第一题计分.**

22.[选修 4-4: 坐标系与参数方程](10 分)在平面直角坐标系 中, 以坐标原点 为极点, 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 的极坐标方程为 .

(1)写出 的直角坐标方程;

(2)直线 (t 为参数)与曲线 交于 两点, 若 , 求 的值.

**【参考答案】见解析**

【详细解析】(1)因为 , 所以 , 故 的直角坐标方程为: , 即: ;

(2) 将 代入 可得: ,解得: .

[选修 4-5: 不等式选讲](10 分)实数 满足 .

(1)证明: ;

(2)证明: .

【解析】(1)因为 , 所以 ;

(2) .