

数学核心素养视角下情境的理解维度与设计路径*

卢城波¹ 王罗那^{2,T} 周双¹

(1.湖州师范学院教师教育学院,浙江湖州,313000;2.湖州师范学院理学院,浙江湖州,313000)

摘要 新颁布的义务教育数学课程标准主张通过情境设计与问题提出培育学生的数学核心素养。数学核心素养视角下,情境的类型、真实性与数学关联性可以作为理解情境三个重要维度。情境设计路径应从整合教学资源、开发多样情境,融入自然需要、挖掘真实情境,关联学科本质、搭建必要情境三个方向展开,以此实现数学核心素养的生成、发展与评价。

关键词 数学核心素养;教学情境;情境设计;情境构建

引用格式 卢城波,王罗那,周双.数学核心素养视角下情境的理解维度与设计路径[J].教学与管理,2024(13):42-45.

2022年4月,以“核心素养”为特色的义务教育课程方案和各科课程标准颁布。其中,《义务教育数学课程标准(2022年版)》(以下简称数学课程标准)从课程目标的设立(总目标、学段目标),课程内容的编排(数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践),课程实施的组织(教学、评价、教材编写)方面对情境提出了具体的指导意见。此外,数学课程标准还明确指出“注重发挥情境设计与问题提出对学生主动参与教学活动的促进作用,使学生在活动中逐步发展核心素养”^[1],并从多方面描绘如何创设真实情境,情境的重要性可见一斑。随之而来的问题是,在数学核心素养的视角下,教育者应该如何理解情境以及如何设计情境。

一、数学核心素养视角下情境的理解维度

新课程改革以来,大量生活化、情境化的素材涌入课堂,为孤立、抽象的数学知识赋予了现实意义,但也暴露了一些问题,譬如“教材问题情境的成人化、城市化倾向,忽视了地区之间的差异”^[2]等。因此,需要对情境进行系统梳理以完善人们的有关理解。

1.情境的类型

根据情境距离学生由近及远的原则,国际学生评估项目(Programme International Student Assessment,

简称 PISA)将情境划分为个人的(Personal)、职业的(Occupational)、公共的(Public)和科学的(Scientific)^[3],PISA认为情境距离学生越远则难度越大。在 PISA 看来,真实、多样的情境下学生所表现的能力与态度才是数学核心素养的真正体现。

我国教育部颁布的《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》(以下简称“高中数学课程标准”)则将情境划分为现实情境、数学情境、科学情境三类^[4]。对比 PISA,高中数学课程标准对情境的划分较为笼统,但强调现实情境与科学情境仍有目的指向。现实情境与科学情境关注数学在现实生活和自然科学中的重要价值,此类情境凸显数学的广泛应用性,发展学生的应用意识。此外,我国课程标准更关注纯粹的数学情境。“数学一经构造出来就具有‘形式客观性’和‘相对独立性’,从而又可以成为后继的进一步抽象的‘具体原型’。”^[5]数学情境就是由“具体原型”整合而成,强调对抽象后的数学产物进行推理的过程,突出数学对严密逻辑思维训练的价值。近年来,数学文化作为一个热门话题逐渐兴起,有研究者专门划分文化情境作为情境的主要类型之一^[6]。文化情境是指一些渗透数学史、数学文化相关的情境,也包括中国传统文化、文学及历史学等相关的情境。此类情境往往还原了数学发展历程的真实情境,能够帮助学生了解数学知识形成

* 该文为浙江省教育科学规划课题 2024 年度一般规划课题“数字化转型背景下儿童几何高阶素养的区域提升研究”(2024SCG042)、湖州师范学院 2023 年研究生科研创新项目“指向空间观念发展的问题情境教学案例研究”(2023KYCX18)的研究成果

T:通讯作者

的来龙去脉,从中感悟理性的精神与文明,有助于形成积极的学习情感。

综合来看,PISA 强调在真实情境下的问题解决中反映学生的数学核心素养水平;我国课程标准则要求创设真实情境以激发学习兴趣与锻炼数学思维,从而培育数学核心素养。二者均关注情境的真实性。那么,什么是情境的真实性?为什么要关注情境的真实性?

2.情境的真实性

情境的真实性是指:情境应当来源于人的活动和行为赖以存在的真实世界,而不是想象世界中的情境或头脑中虚构的情境(即便虚构的情境也应包含真实性),或只存在于个体主观世界中的某种情境^[7]。这一界定意味着真实性情境是一个源于复杂现实的动态性、开放性环境。

“整合教学法”的倡导者罗日叶从两个角度来考虑情境的真实性(见表1)。一方面,教师所呈现的是自然的(真实的)情境还是建构的情境;另一方面,学生所提供的是真正的解决还是模拟的解决^[8]。不同程度的情境构建需求与问题解决模式制约着情境的真实性水平。

表1 情境的真实性水平划分

情境	真正的解决	模拟的解决
自然的情境	回应某个真实的需要,真实地解决问题	回应某个真实的需要,出于训练为目的,模拟地解决问题
建构的情境	回应为学习的目的创造的需要,真实地解决问题	回应按照一组学习确定的特征,模拟地解决问题

可见,情境的真实性依托于情境的创设意图,如果只是对学生进行数学建模训练,可以建构情境进行模拟解决;而如果要解决实际问题,则需要提供真实的情境。当下,学校教育面临的困境是与现实世界的隔离,学生一方面无法对生活的既有经验展开充分运用,另一方面无法在现实问题中将学校所学进行内化、迁移。因而制定了数学核心素养的培养目标,要求学生具备在真实情境下解决数学问题的必备品格与关键能力。在培育数学核心素养的视角下,情境的真实性水平越高,其中所蕴含的问题更具复杂性,对学生而言更具吸引力和参与性,可以帮助学生经历完整的现实问题解决过程,积累数学学习经验^[9]。

3.情境的数学关联性

为避免“贴标签式”的情境设计误区,数学关联性也应成为解读情境的重要维度。在这一方面,PISA 数学测评构建了三级水平^[10],结合我国情境教

学的实践与理论,可从“表达、应用、阐释与评估”三方面进行本土化解读。

“表达”是数学关联性的一级水平,指将现实情境表达(转化)为数学问题,也就是“在情境中审题”的过程。具体包括:阅读、理解情境中的问题或任务;简化或分解问题情境,使其便于数学地分析;识别问题情境中的关键变量;将问题情境中的各环节与数学问题的程序相对应。因而,“表达”是对问题情境的解构与重构,要求学生从真实情境中提取关键元素加以整合形成数学问题。这一过程考查在情境中发现问题、提出问题的能力,强调对现实世界的简化和抽象。

“应用”是数学关联性的二级水平,指通过一系列的数学推理获取答案,即“在情境中解题”的过程,可以将其分解为:观察数字、代数式、图形或统计数据,从中提取关键的数学信息;使用数学算法和算理进行运算,对数学求解的结论进行概括说明;呈现其中的数学结果并阐明解决方案。不难发现,“应用”环节主要包含两部分内容,一部分关注通过数学运算和逻辑推理获取数学结论,另一部分则要求由数学结论提出解决方案,考查在情境中分析问题与解决问题的能力。

“阐释与评估”是数学关联性的三级水平,强调将数学结果还原到现实情境中,即“在情境中答题”的过程。它主要包含:用数学结果解释现实情境;确定数学结果对问题情境是否有意义;根据问题情境,评估解决方案的合理性与局限性;基于问题情境,交流和解释数学结论。“阐释”实则是一种数学交流能力,指通过书面化或口语化的形式,表达思维过程与数学结论,并对数学结论所反映的现实意义加以说明;而“评估”则是从现实角度出发,检验数学问题解答的有效性,这一环节体现的是学生在情境中“解释结论”和“检验结论”的能力。

二、数学核心素养视角下情境的设计路径

1.整合学习资源,开发多样情境

(1)面向生活经验,沟通现实情境。数学源于生活,也应用于生活。引入与教学内容相适应的生活情境,其作用是打通直接经验与间接经验的隔阂,引发共鸣,使学生更易将复杂、抽象的数学知识内化吸收。因此,应关注生活中的每一个细节,从学生的生活实际和现实素材出发。例如,在阐释初中数学不等式组“大大小小无解答”抽象思想时,教师可以提出这样的问题:有一个人,他的身高比姚明高,

又比老师本人矮,现实生活中存在这样的人吗?

答案显然是否定的。诸如此类的现实情境起到了润滑剂的作用,“化解”原有数学概念的抽象性,帮助学生体验现实生活的数学思想,增进学习乐趣。

(2) 体验学科融合,创设科学情境。数学课程标准重视跨学科内容,要求整合数学与其它学科的知识 and 思想方法,让学生感受从数学角度观察、思考和解决其他学科的问题的过程,体验学科融合的真实情境。要设计好跨学科情境,首先要求教师理清学科间的知识交叉点,整合相关的学习资源来创设情境。例如,学习导数概念的过程中,可以让学生感受经济学中“数据的增长率”,物理学中“车辆的加速度”“体积的膨胀率”等科学情境,并为数学的应用提供大量科学背景。

(3) 回溯数学史实,营造文化情境。数学史主要研究数学概念、定理、思想方法的历史源流,展现数学家刻苦钻研的精神,彰显数学的文化内涵。遵循数学历史、营造文化情境旨在引导学生回溯知识应用背景与知识产生的必然规律,体验数学知识发展的历史顺序与演变脉络。要设计好文化情境,教师需要做好史料的筛选和准备,针对具体的教学内容提前明确数学史在课堂中的引入之处和研究重点,分析数学文化对学习的促进作用。

2. 融入自然需要,挖掘真实情境

(1) 呈现自然需要。自然需要是指学生在现实生活中所遭遇的真实存在的解决数学问题的需要。与传统的基于知识获取与成绩提升所产生的数学学习需要相比,自然需要更具有现实性与必要性。出于自然需要,学生能够保持解决问题的动机并理解数学学习的意义——这对于义务教育阶段的学生是尤为关键的。因此,在数学实践活动的初期,应设计真实的驱动型问题,以确保实践的必要性,体现学习价值与自我价值。例如,上海某高中的项目学习活动“共享单车中的数学”设计了如下的驱动性问题。

活动一:共享单车中的速度问题。

共享单车的车型多种多样,不同型号的共享单车,其(前后)链轮及车轮是否有区别?哪些型号的共享单车速度更快?

活动二:共享单车优惠券中的门道。

优惠券是共享单车公司盈利的方式之一,那么目前市场上有哪些优惠券形式呢?公司如何利用优惠券来平衡开支与营收,是否有相关函数模型?^[11]

该案例中诸如“哪些型号的共享单车速度更

快”等驱动性问题是学生在使用共享单车的过程中自然引发的现实疑问,即自然需要。此类问题切中好奇心,彰显现实意义,为数学实践活动的顺利开展提供价值驱动。

(2) 确保真实解决。真实解决与模拟解决的差异体现情境的开放性,具体包括开放性问题、开放性思路与开放性结论等要素。而模拟解决的过程难以体现真实情境的开放性与复杂性,无法全面发展基于真实情境的问题解决能力。

为确保实践活动的真实解决,一方面教师应注重对活动实施展开过程评价,明确各阶段的子任务,并实施全程监控。这里的过程评价不仅关注学生数学知识的掌握情况,还应致力于通过思路讨论、过程证明、结论呈现等行为来展示学生的表达能力、应用能力、逻辑推理能力与数学思维水平。另一方面,还应关注实践活动的成果展示,展示的成果可以是论文、报告等形式,尤其需要关注学生是否对所涉及的数学核心概念达成深度理解。

(3) 结合教育技术。随着现代教育技术的发展,仿真情境走进课堂已经成为现实,借助虚拟环境实现数学实践活动。诸如VR、AR、元宇宙等技术,将图像、音频和其它感知增强功能从计算机屏幕叠加到实时环境中,将虚拟世界融入真实世界,能够让学生在虚拟环境中体验真实情境^[12]。例如,北京师范大学教育技术学院蔡苏团队自主研发了一项AR教学项目。该项目让学生使用AR技术复现抛硬币的实验过程,为学生带来身临其境的体验感。实验结果表明,实验组的表现一定程度上优于对照组,并显著提高学习积极性^[13]。

3. 关联学科本质,构建必要情境

(1) 提供抽象背景。情境作为抽象背景而存在,是情境最为基础的应用。要求情境背景设置与数学元素有机融合,从而为学生提供理解情境背景与提取数学信息的机会。此外,情境背景中往往含有自身的现实逻辑,能够作为隐含的数学条件,是学生在解读现实逻辑的基础上提炼数学问题。例如,2021年浙江省中小学教育质量监测数学学科卷中设计了这样一个情境背景。

我们日常使用的口罩长18cm,尺寸如图1所示。为方便佩戴时展开,口罩加工时中间要做三条折叠,每条折叠折进的宽度为1cm(图1中B点到C点的长度)。根据这些信息,请你回答:将这个口罩的全部折叠都展开平整后,它的面积是多少?

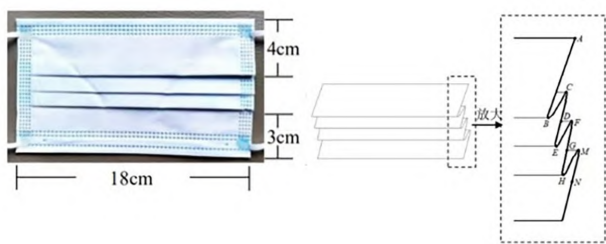


图1 日常使用口罩尺寸图

在该问题情境中,“口罩具有折叠部分”符合客观事实且隐含数学条件。要明确口罩真正的宽度,学生需要考虑点B到点N之间经历了几次折叠,总长为多少。这一环节设计不仅考查学生对面积公式的基本运用,更体现了学生抽象能力的发展水平。

(2)关注推理过程。这一环节的情境设计要求显现清晰的数学逻辑以链接完整问题的各个要素,学生在剖析数学逻辑的基础上分析、解决数学问题,发展数学思维。然而解决现实情境问题的数学逻辑的并非单一的方法路线,基于不同思路能够得到多样化的开放性答案。因此,教师应着重设计能够实现“一题多解”的问题情境,以锻炼数学思维水平,强化分析问题、解决问题的能力^[14]。此外,对推理过程的考察应当采用满意原则,为创造性的思维加分。例如,国家基础教育质量检测中心曾设计题目。

有一条道路连接了两个居民小区,现在要在路边为小区居民修建一个超市,你认为应当修建在哪里,并说明理由^[15]。

在该题的评分思路中,提出应建在中间位置以确保公平,可得满分;提出应视两个居民区的居住人数而定,可额外加两分;提出应视两地区居民去超市的需求而定,可以再加两分。可见,不拘泥于固定回答模板和思路,鼓励开放性的回答、高水平的数学思维是推理过程考查的必要宗旨。

(3)设计反馈任务。情境任务的设计不仅要得出数学结论,还应当布置具有现实意义的反馈任务,从而将由数学结果在现实逻辑中得以验证。反馈任务可以是对现实情境的合理推断、决策建议或缘由解答等。学生在解释数学结论的过程中强化数学语言的表达,将数学作用于现实生活。例如,2020年嘉兴市、舟山市中考数学卷设计了试题。

小吴家准备购买一台电视机,小吴将收集到的某地区A、B、C三种品牌电视机销售情况的有关数据统计如下(如图2)。你建议小吴家购买哪种品牌的电视机?说说你的理由。

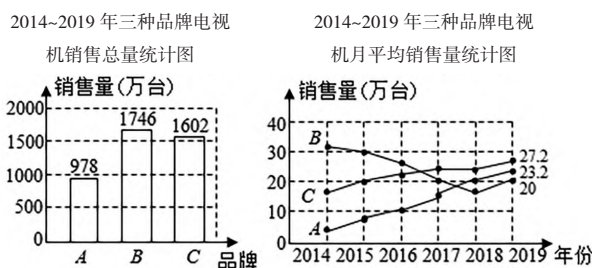


图2 2014-2019年三种品牌电视机销售情况统计图

该情境设计了有关购买建议的反馈型任务,脱离传统以得到数学答案为最终结果的问题设计,考查学生从数学的角度对问题进行分析并做出判断以及将数学结论翻译到现实世界的的能力。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[S]. 北京:北京师范大学出版社,2022:85-87.

[2] 章建跃. 高中数学教材落实核心素养的几点思考[J]. 课程·教材·教法,2016,36(07):44-49.

[3][10] OECD. PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK(DRAFT)[EB/OL]. (2019-07-16).<https://www.oecd.org/pisa/sites/default/document/PISA-2021-mathematics-framework.pdf>.

[4] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)[S]. 北京:人民教育出版社,2020:81.

[5] 沈林,黄翔. 数学教学中的情境设计:类型与原则[J]. 中国教育学刊,2011(06):48-51.

[6] 李保臻,陈国益. 高中数学教科书中数学建模问题情境的比较研究[J]. 数学教育学报,2022,31(03):6-14.

[7] 张琼,胡炳仙. 知识的情境性与情境化课程设计[J]. 课程·教材·教法,2016,36(06):26-32.

[8] 罗日叶. 为了整合学业获得——情境的设计和开发[M]. 汪凌,译. 上海:华东师范大学出版社,2010:44.

[9] 王学伟. 高中数学教学中问题情境创设的几点思考[J]. 湖州师范学院学报,2014,36(08):114-116.

[11] 孙煜颖,黄健,徐斌艳. 核心素养指向下中学数学项目学习活动探究——以“共享单车中的数学”为例[J]. 课程教学研究,2019(03):81-86.

[12] 王罗那. 增强现实技术(AR)在数学教育中的应用现状述评与展望[J]. 数学教育学报,2020,29(05):91-97.

[13] 蔡苏,张晗,薛晓茹,等. 增强现实(AR)在教学中的应用案例评述[J]. 中国电化教育,2017(03):1-9.

[14] 丁淑琳,王罗那,黄韬. 基于“一题多解”的初中数学核心素养培养[J]. 湖州师范学院学报,2021,43(08):112-116.

[15] 史宁中,林玉慈,陶剑,等. 关于高中数学教育中的数学核心素养——史宁中教授访谈之七[J]. 课程·教材·教法,2017,37(04):8-14.

【责任编辑 王泽华】