

多元表征视域下小学数学概念教学实践

——以“认识几分之一”的教学为例

刘晓玲 (江苏省南京市雨花外国语小学花神庙分校)

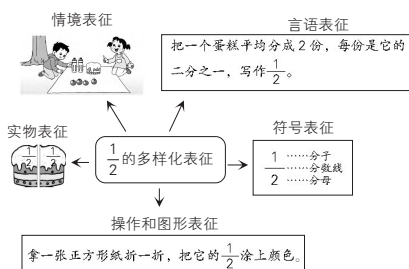
马克龙 (江苏省南京市雨花台区教师发展中心)

数学概念是客观世界中数量关系和空间形式的本质属性在人们头脑中的反映,它是用数学语言和符号揭示事物共同属性的思维形式。概念教学是小学数学教学中的核心内容。数学概念的抽象性对教学形式和方法的使用提出了更高的要求。在多元表征视域下进行概念教学,借助实物、模型、图像、语言、文字、符号等多种方式对数学概念进行表征,能有效解决概念的抽象性与学生认知直观形象性的矛盾,给学生的学习提供显性化的脚手架,助力他们建构概念、发展思维。

一、概念的多元表征方式

根据加德纳的多元智能理论,每个人都拥有相互独立的九大智能,而每种智能在不同个体身上的体现又有差异性和不均衡性。同时,每个人的认知方式也有所差异,表现为对外界信息的感知、注意、思维、记忆和解决问题的方式上有所不同。因此,教学要充分关注学生的个体差异,激发他们相应的智能成分,契合他们不同的认知风格,最终实现多元表征下的适切性教学。这一过程中,精准分析概念在教材中的多元表征是教学的前提和基础。虽然概念在教材中的表现形式各不相同,但其大体以描述式和定义式呈现方式为主。教材中概念的呈现往往是基于学生的认知发展特点,采用多样化的表征方式,从不同角度揭示同一概念的内涵与外延,以丰盈学生对概念的感知。例如,苏教版教材“分数的初步认识(一)”单元的教学,首先借助现实的问题情境提出问题,并通过多元表征方式揭示二分之一的含义,包括情境表征、实物表征、言语表征、图形表征、操作表征、符号表征(如下

图)等。在情境表征中,教材结合实例,引导学生解决把每种食品平均分给2人的问题,从平均分4个苹果、2瓶水到平均分1个蛋糕,引发认知冲突,促使他们主动产生用一个数来表示平均分结果的心理需求。之后,通过实物图表征,即直观呈现将一块蛋糕平均分成2份的过程和结果,帮助学生建立 $\frac{1}{2}$ 的表象;通过言语表征,完整描述 $\frac{1}{2}$ 的含义,即“把一个蛋糕平均分成2份,每份是它的 $\frac{1}{2}$ ”;通过符号表征,介绍二分之一的读写方法。经历上述表征过程,有助于学生深度理解二分之一的概念,并为后续学习几分之一打好基础。



二、多元建构概念的课堂实践路径

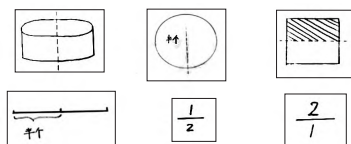
1. 基于认知起点,自主表征概念。

从数学本身的发展来看,一般认为数学概念的来源主要有两个方面:一是直接从客观事物的数量关系和空间形式的反映而获得;二是在抽象的数学理论的基础上经过多级抽象而获得。所以,数学概念既有抽象性,也有具体性。也就是说,数学概念是感官对外在活动经验的思考,是经由抽象所得到的数、量、形的性质,或是把已有的概念继续加以抽象和一般化而得到的。从学生学习的角度来看,数学概

念的获得又不完全是一个逻辑的过程,其将受到学生个体思维发展水平以及教学方式、环境等的影响。因此,教学中我们应从两个角度来分析数学概念的特点:一是作为科学对象,二是作为学习对象。从这个意义上看,能否处理好数学知识逻辑和学生认知逻辑之间的关系,决定着教学的成败。为此,我们在透彻理解教材编排意图的基础上,在教学“分数的初步认识(一)”单元之前做了一个学情调查,结果如下表:

调查班级	调查内容	人数	百分比
南京市某小学三年(2)班,学生总数28人。	知道如何读、写分数	8	28.29%
	曾经见过或听说过分数	18	64.57%
	从未听说过分数	1	3.57%
	会读、写分数且能清楚地描述分数的含义	1	3.57%

可以看出,本班级大部分学生对分数具有一定的前认知,但认知水平的差异又十分明显。如何处理这一学情现状,才能使教学基于学生的认知起点更好地展开呢?我们围绕本节课的核心问题,引导学生展开自主探究,并在多元表征中理解二分之一的含义。即,在学生结合生活经验明确“把一个蛋糕平均分给2人,每人分得半个”的基础上,引导他们思考“怎样表示这半个蛋糕”,进而自主表征“半个”蛋糕。下面是学生表征的不同方法。



不同的表征方式反映出学生的前概念中对分蛋糕情境中数量和数量关系的

不同理解水平。例如,用体积模型表征的学生,还不能从抽象的层次上去理解平均分的过程和结果,他们甚至更希望用真实的蛋糕来分一分;用 $\frac{2}{1}$ 表示的学生还不理解分数的具体含义。尽管如此,他们却无一例外地关注到“半个”与整体之间的关系。这正是进一步理解 $\frac{1}{2}$ 含义的必备条件。

2. 加强表征转译,促进概念建构。

美国NCTM在2000年4月出版的《美国学校教育的原则和标准》中指出,“不同的表征将导致不同的思维方式”。同时建议学生不仅应该学会在问题解决的过程中选择、使用与转化各种数学表征,而且能够在不同的表征之间建立联系。而建立这种联系的途径之一就是让学生将概念系统放入各种不同的表征系统之中,并进行不同表征方式的互译和转换。换句话说,在数学学习中,学生能否深度理解数学概念,能否将其纳入原有认知结构中,关键在于他们能否在同一概念系统的不同表征方式之间建立联系、进行转换。教师要适时抓住不同表征之间的联系,对比提炼其共同点,凸显概念的本质属性,同时加强概念表征内部的灵活转换,从不同角度促进学生的概念建构。

在学生自主表征“半个”的基础上,教师要引导他们在情境、操作、图形、言语、符号等不同表征方式之间进行积极的转换。例如,课堂上可以引导学生用语言来描述图形表征或解释符号表征的结果,实现言语表征与图形表征、符号表征之间的互译,由此感受“半个”蛋糕的产生过程,感受 $\frac{1}{2}$ 的具体含义。同时,还要引导学生通过比较厘清不同表征方式的异同,明确:虽然表征方式不同,但它们都表示把一个蛋糕平均分成2份,其中的1份就是“半个”,可以用分数 $\frac{1}{2}$ 来表示。在此基础上,介绍 $\frac{1}{2}$ 的读写方法,以及分数各部分的名称,帮助学生完成 $\frac{1}{2}$ 的意义建构,促进对概念的深度理解。

3. 丰富概念内涵,实现概念内化。

数学概念体系是一个内涵丰富、外延广阔的整体,是数学教材的基本构成要

素。只有明晰了每一个概念,形成一个个概念串,才能有效建立完整的数学知识体系。同时,学习数学概念也是发展数学思维的基础。数学概念教学的效果,直接影响到学生思维能力的发展,关系到其思维品质的提升。

“认识几分之一”是认识分数的基础。本节课从引导学生认识 $\frac{1}{2}$ 入手,逐步过渡到认识几分之一。在认识 $\frac{1}{4}$ 这个环节,我们充分利用教材呈现的素材,为学生提供了长方形、正方形、圆形等三种形状的纸片,引导他们自主选择材料,通过折一折、画一画、涂一涂表示出 $\frac{1}{4}$ 。对于这一任务,学生都能轻松完成,都能通过比较认识到:“不管选什么形状的纸,只要把它平均分成4份,其中的1份就表示它的 $\frac{1}{4}$ 。”下图是课堂上反馈的部分学生的作品:



在认识 $\frac{1}{4}$ 的基础上,教师让学生任意创造一个几分之一。随着学习的不断推进,学生对分数内涵的认识不断得以丰富。此刻,教师就可引导学生概括几分之一的含义,并在交流中获得对几分之一含义的一般性理解。如此,以前后关联、逐层递进的问题串,引导学生在自主表征、自主表达的过程中获得对几分之一含义的初步认识,有利于他们感悟分数的本质,积累观察与操作、思考与表达等活动经验。

三、巩固深化概念的多元练习设计

1. 在变与不变中辨本质。

研究表明,概念的本质特征越明显,学生理解起来就越容易,非本质特征越多,理解起来就越困难。因此,我们在练习设计中运用变式,即变更概念或问题的认识角度,以突出概念或问题中“不变”的本质,以此来帮助学生体会概念最根本的特征。例如,为了更有效地突出几分之一表示的是部分和整体之间的关系这一根本特征,教师让学生同时用一张完全一样的正方形纸,通过对折,各自表示出这张纸的 $\frac{1}{8}$,并在反馈时对不同的表征方法

进行对比、分析,突出它们都是把一个整体平均分成8份,取出其中的1份,这1份就可以用 $\frac{1}{8}$ 来表示。

2. 通过题组比较拓外延。

题组是指围绕核心问题的解决所设计的几个有内在联系的一组习题。题组练习能使学生在解决一系列相关联问题的过程中,主动迁移旧知,形成一种更高阶、更有概括性的思维,从而达到对问题本质的理解,并能主动进行举一反三,从而拓展知识的外延。在本节课的教学中,教师设计了三个层次的练习:首先是基本练习。引导学生看图直接写出几分之一,包括 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$ 和 $\frac{1}{8}$ 这几个分数。学生通过填分数、说思考过程,能进一步积累对几分之一具体含义的感知;通过对所填分数的比较,能进一步丰富概念的内涵与外延,加深对几分之一含义的理解。其次是围绕难点或易错点的练习。针对本节课中平均容易容易被忽略这一易错点,引导学生在对比中明确用分数表示的前提是“把一个物体平均分”。第三是拓展性练习。基于学生对分数内涵的理解,引导他们对所学知识进行适当拓展,为后续学习作一些铺垫。

3. 具身认知活运用。

具身认知理论强调身体在认知过程中的参与,重视身体与环境之间的动态交互。教学中通过增强学生对学习内容多通道感知、支持学生与学习环境的动态交互、强调学生在学习过程中的情境体验等具身认知学习方式,能促使学生更好地学活、用活所学概念。在本节课的教学中,教师十分注重调动学生多种感官参与认知活动。比如,启发学生借助一双手的10个手指头,根据教师的口令,用手指来表示相应的分数等。

多元表征在概念教学中的应用有其理论基础和现实可行性。精准分析数学教材的多元呈现方式有助于准确把握教学的方向。在教学中应采用多元表征方式引导学生多角度建构和理解数学概念,以达到减负增效的目的。

(责任编辑 毛晓芳)