

以进阶的数学活动 促进推理意识的发展

——《三角形的内角和》教学实录(二)

【教学内容】

苏教版四年级下册第 78、79 页。

【教学过程】

一、探索直角三角形的内角和

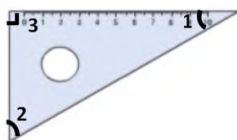
1. 认识三角形的“内角”

师：三角尺都认识，谁向同学们介绍介绍？

生：三角尺有 3 个角、3 条边。

生：这块三角尺的 3 个角分别是 60° 、 30° 、 90° ，另一块三角尺的 3 个角分别是 45° 、 45° 和 90° 。

师（呈现下图）可以用 1、2、3 分别标出这块三角尺的 3 个角，它们都在三角形内部，所以称为这个三角形的内角，三角形有 3 个内角。请从 1 号信封中拿出一块三角尺，也像这样标出它的 3 个内角，并相互指一指它的内角。



2. 探索三角尺 3 个内角的和

师：算一算，每块三角尺的 3 个内角的和是多少度？

生：第一块是 $90^\circ + 60^\circ + 30^\circ =$

180° ，第二块是 $90^\circ + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ 。

师：所有直角三角形的内角和都是 180° 吗？这节课我们一起来研究。（板书：三角形的内角和）

3. 探索直角三角形的内角和
师：怎样验证猜想？请大家根据《研究单(1)》的要求，自己研究。

研究单(1)

研究要求：

- 试一试：可以怎样得到三角形的内角和？与同桌交流你的方法。
- 比一比：哪种方法更好？
- 想一想：可以验证猜想了吗？

我选择()进行验证。

我是这样做的：

我的发现：

师（呈现下图）有两位同学是这样研究的，看得懂吗？

<p>我选择（量角器）进行验证。</p> <p>我是这样做的：</p> <p>$\angle 1 = 22^\circ$ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 182^\circ$</p> <p>$\angle 2 = 70^\circ$</p> <p>$\angle 3 = 90^\circ$</p> <p>我的发现：直角三角形内角和是 182°</p> <p style="text-align: center;">1 号同学</p>	<p>我选择（量角器）进行验证。</p> <p>我是这样做的：</p> <p>$\angle 1 = 20^\circ$</p> <p>$\angle 2 = 70^\circ$</p> <p>$20^\circ + 70^\circ + 90^\circ = 180^\circ$</p> <p>我的发现：直角三角形内角和 180°</p> <p style="text-align: center;">2 号同学</p>
--	---

生：他们都是用量角器量了每个角的度数，再算出内角和的。

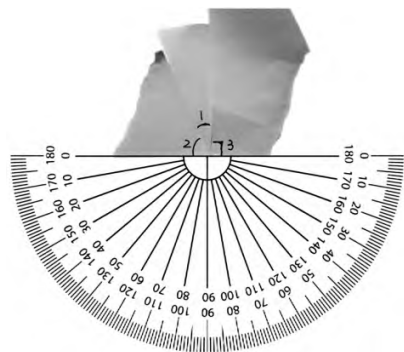
师：但是，1 号同学算的直角三角形的内角和不是 180° ，是不是这个猜想不成立？

生：有可能量得不准确。

师：有道理，量的时候确实会有误差，还有哪些同学也是用的量角器量角的方法？

（根据学生的回答板书 $20^\circ + 68^\circ + 90^\circ = 178^\circ$ ， $18^\circ + 71^\circ + 90^\circ = 179^\circ$ ）

师：尽管有的同学没有量出内角和是 180° ，但都接近 180° 。说明真的可能是测量误差造成结论的不确定性。因此，我们还要找寻不同的方法来得到三角形的内角和。（呈现下图）有同学是这样量的，能看懂吗？

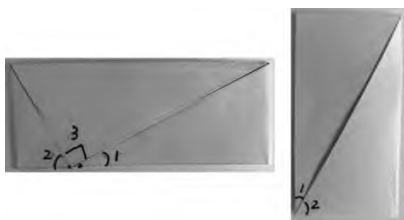


生：他是把直角三角形的 3 个内角撕下来后拼在一起，用量角器一量，正好是 180° 。

师：如果已经拼得的是 1 个

平角,还要用量角器测量吗?对!可以直接得到内角和是 180° 。这个方法避免了量角,而是把3个内角拼在一起得到1个平角,得出直角三角形的内角和是 180° 。显然,这个方法更优越。我们还可以用折角的方法拼,想不想试一试?请从2号信封里拿出与《研究单(1)》上一样的三角形折一折。

师(呈现下图)这两位同学的折法都看懂了吗?有什么不同?



1号同学

2号同学

生:1号同学把3个角拼成了1个平角,得到内角和是 180° 。2号同学把直角三角形的2个锐角拼成了1个直角,这样内角和是 $90^\circ \times 2 = 180^\circ$ 。

师:综合刚才的研究,能验证直角三角形的内角和是 180° 了吗?

(有学生说能,也有学生表示疑惑)

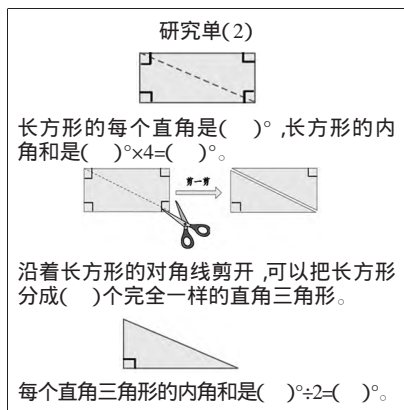
师:是啊,光凭一个例子,还不能验证猜想。请拿出3号信封内的方格纸,在方格纸上随意画一个直角三角形,剪下来,拼一拼,看它的内角和是不是 180° 。

(学生自主活动)

师:都是用什么方法得到内角和的?有没有发现反例?

师:看来直角三角形的内角和确实是 180° ,猜想是正确的。但数学是讲道理的,除了用刚才的方法验证以外,还可以借助已知

的数学结论来进行推理。请看《研究单(2)》,你会根据长方形的内角和推导出直角三角形的内角和是 180° 吗?



(学生自主研究)

师:谁能有条理地介绍推导过程?

生:长方形有4个直角,内角和是 $4 \times 90^\circ = 360^\circ$ 。沿对角线剪开长方形,得到两个完全相同的直角三角形,每个直角三角形的内角和正好是长方形内角和的一半,因此,一个直角三角形的内角和就是 $360^\circ \div 2 = 180^\circ$ 。

师:不管长方形怎样变化(电脑演示:长方形的长或宽发生变化)沿着对角线剪开,都可以得到两个完全相同的直角三角形,正好把长方形的内角和一分为二,因此,直角三角形的内角和是长方形内角和的一半,也就是 180° 。通过例证和简单的说理,可以初步确认“直角三角形的内角和是 180° ”的猜想是正确的。到了初中,还可以用更严密的推理进行证明。

二、探索锐角三角形的内角和

师:那锐角三角形的内角和是不是也是 180° 呢?想一想,可以怎样研究?

生:可以举例,先量出锐角三角形的内角的度数,再算出内角和,看是不是都是 180° 。

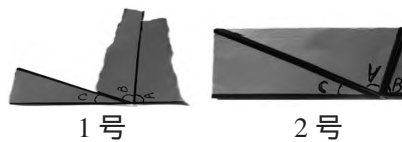
生:举例时,可以先拼再量,看能不能把锐角三角形的3个内角拼成平角。

师:请选择喜欢的方法研究。

(学生自主活动)

师:他们分别是怎样验证的?

(呈现下图)



1号

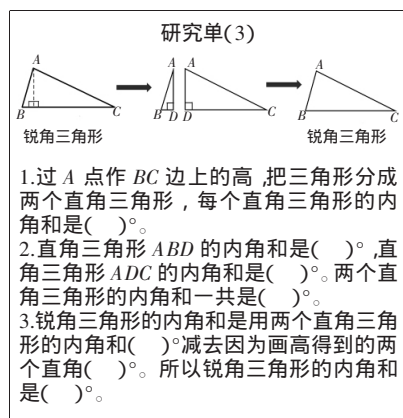
2号

生:1号同学是把锐角三角形的3个角撕下来拼成了1个平角,说明锐角三角形的内角和是 180° 。

生:2号同学把锐角三角形的3个角折在一起拼成1个平角,说明锐角三角形的内角和是 180° 。

师:虽然他们选择的锐角三角形不一样,但都可以把锐角三角形的3个内角拼成1个平角,即内角和都是 180° ,他们通过例证的方法,验证了锐角三角形的内角和是 180° 。

师:你能通过直角三角形的内角和 180° 推导得到锐角三角形的内角和吗?请根据《研究单(3)》自主研究。



师:谁介绍一下研究方法?

生:过A点作BC边上的高,把锐角三角形分成了两个直角三角形。它们的内角和是 $180^\circ \times 2 = 360^\circ$ 。有2个直角是由于画高产生的,要减掉2个 90° ,所以锐角三角形的内角和是 $360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ$ 。

师:我们从直角三角形的内角和是 180° ,类比猜想锐角三角形的内角和是不是也是 180° ,通过例证及简单说理的方式,初步验证了锐角三角形的内角和也是 180° 。同样,到了初中,运用严密的数学推理可以证明锐角三角形的内角和是 180° 。

三、探索钝角三角形的内角和

师:通过研究,我们得到直角三角形、锐角三角形的内角和都是 180° ,那钝角三角形的内角和是不是 180° ?请大家画一个钝角三角形,选择合适的方法验证钝角三角形的内角和是不是 180° 。

(学生自主活动)

师:谁介绍一下自己的方法?

生:我选取了不同的钝角三角形,它们的3个内角都能拼成1个平角,验证得到钝角三角形的内角和是 180° 。

生:我任意选择一个钝角三角形,利用直角三角形的内角和是 180° ,推导得到了钝角三角形的内角和是 180° 。

师:同学们借助研究直角三角形、锐角三角形内角和的经验,很快验证了钝角三角形的内角和是 180° 。由此,可以初步验证猜想“钝角三角形的内角和是 180° ”,初中数学运用严密的数学推理也证明

了这一结论的正确。

四、归纳一般三角形的内角和

师:刚才,我们研究了三种不同类型的三角形的内角和都是 180° ,能不能说明所有的三角形的内角和都是 180° 呢?为什么?

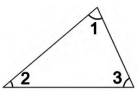
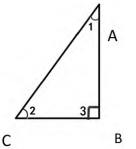
生:可以。因为三角形按角分,只分成锐角三角形、直角三角形和钝角三角形三个类型,我们把每一类三角形都进行了研究。我认为所有三角形的内角和都是 180° 。

师:是的。三角形按角分只分成三类,每类三角形的内角和都是 180° ,就可以得到三角形的内角和是 180° 。这就是数学上经常用的“分类举例验证”的方法,只有当每种类别都得到验证,才可以验证结论的正确。

五、三角形内角和的简单应用

师:三角形的内角和是 180° 在数学上有很多应用,下面我们进行几个简单的练习。

1. 计算三角形中内角的度数

<p>1. 下面的三角形中,$\angle 1 = 75^\circ$,$\angle 2 = 40^\circ$,$\angle 3 = (\quad)^\circ$。</p> 	<p>2. 三角形中,$\angle 1 = 40^\circ$,$\angle 2 = (\quad)^\circ$。</p> 
--	--

(交流第1题)

师: $\angle 3 = 180^\circ - 75^\circ - 40^\circ = 65^\circ$,你明白这位同学是怎么算的吗?

生:因为 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$,所以 $\angle 3 = 180^\circ - 75^\circ - 40^\circ = 65^\circ$ 。

(交流第2题)

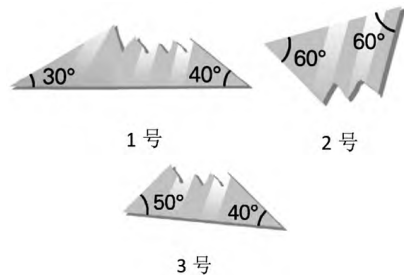
师: $\angle 2 = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ 和 $\angle 2 = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$,这两位同学都计算出了直角三角形中 $\angle 2$ 的度数是 50° ,有什么不一样的地方?

生:第一位同学,因为 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$,所以 $\angle 2 = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ 。第二位同学想到 $\angle 3$ 是直角 90° ,所以 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, $\angle 2 = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ 。

师:在直角三角形中,2个锐角的和是 90° ,要求其中的一个锐角,可以用 90° 减另一个锐角的度数。

2. 寻找直角三角形玻璃

师:下面是三块三角形玻璃,其中有一块玻璃是直角三角形。现在打碎后留下的碎片如下图,你知道哪块玻璃原来是直角三角形?



生:3号玻璃是直角三角形。因为 $180^\circ - 50^\circ - 40^\circ = 90^\circ$ 。

生:三个三角形中,只有3号三角形的2个锐角加起来正好是 90° ,所以3号玻璃是直角三角形。

师:我们既可以运用三角形的内角和是 180° ,也可以借助直角三角形中2个锐角和是 90° 的方法作出判断,同学们在解决问题时要学会灵活应用。

六、回顾反思

师:今天我们研究得到三角形的内角和是 180° ,回顾研究历程,你有哪些收获?

(作者单位:江苏省常州市新北区龙虎塘第二实验小学)

责任编辑:胡洁 扫码读课件

