

# 多元表征:学生数学思维意识有迹生长的路径寻绎

江苏连云港师范高等专科学校第三附属小学(222006) 杨宇超

**[摘要]**数学知识的抽象性较强,运用多元表征可以帮助学生降低理解难度。多元表征包括文字表征、数据表征、图形表征、符号表征等形式。通过将数学概念用不同的形式进行表征,学生可以更深入地认识和理解概念的内涵,从而建立起结构化的知识体系。

**[关键词]**多元表征;思维意识;数学概念

**[中图分类号]** G623.5 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1007-9068(2024)05-0042-04

近年来,多元表征在教育领域越来越受到关注,研究的重点也逐渐从实验情境中多元外在表征对学习的影响,转向真实课堂中如何有效运用多元表征进行教学,激发学生的数学思维意识。研究结果显示,科学地将多元表征运用到小学数学问题解决中,可以帮助学生进行有意义的知识建构。在实际教学中,教师应该灵活运用多元表征优化教学思路,以激发学生主动解决数学问题的能力,从而深化学生对数学知识的理解。

## 一、意蕴探寻:多元表征的涵义阐释与现状分析

### (一)多元表征的涵义阐释

在数学中,多元表征指的是把同一种数学知识通过不同的形式表现出来。笔者认为,可以用外在多元表征结构系统(如图1)来说明数学概念的发展过程。从教学角度来讲,小学数学学习的过程就是基础概念教学的推进,利用基础概念来解决生活中的一些问题。问题解决表征大体可以分为四种:语言或文字表征、图形或图表示征、数字或符号表征、操作或过程表征。在小学数学问题解决中,运用多元表征可以促进学生对数学问题的正确理解,帮助学生找到解决问题的最佳方法,并促进学生数学思维的发展。

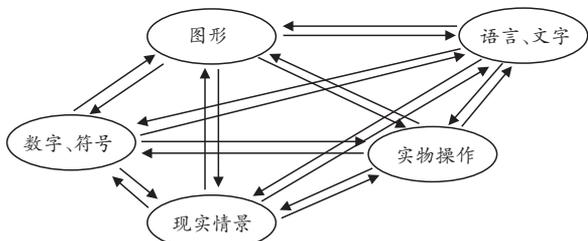


图1

### (二)多元表征的现状分析

目前,多元表征的研究已经取得了一定的成果,但也存在一些不足之处。首先,部分乡镇小学对多元表征的关注度明显不足,运用多元表征进行教学仍处于起步阶段;其次,大多数教师已经意识到多元表征的重要性,但在成果转化方面,他们仅停留在对具体课例的“见招拆招”上,缺乏经验性策略的总结和一般理论支撑的建构,缺乏深层次的思考;最后,目前的多元表征研究大多侧重于多元表征的现状和简单应用,对于表征转换和转译策略的研究相对较少,并且缺乏与学生思维意识相结合的研究,对于解决核心问题缺乏深入探讨的勇气。

## 二、理性厘析:多元表征实践诉求及价值寻绎

### (一)减少认知负荷——多元表征教学的初衷

认知负荷理论是由澳大利亚心理学家约翰·斯威勒提出的,认知负荷可以看作是完成某项任务对认知系统所造成的负荷。在小学学习阶段,学生通过单一的语言或文字表征往往难以深入理解抽象概念的内涵。因此,教师需要降低学生的内在和外在负荷,增加有效负荷。多元表征的运用可以将复杂抽象的概念分解,从而降低知识本身的内在负荷。

### (二)实现智慧课堂——多元表征教学的意义

数学学习不仅仅是知识的积累,还伴随着思维与逻辑的发展。因此,学生的数学学习应该超越课本上具体概念与知识的学习,进一步探索在思维的发散和碰撞中萌发的数学智慧。多元表征的运用



使数学知识的表征变得更加多样化,有助于深化学生对核心内容的理解。多元表征能够使知识学习变得更加紧密和系统化,有助于学生的认知结构和思维意识得到更广泛的拓展。如此,学生构建新知识将变得更加容易。

### (三)解决问题核心——多元表征教学的价值

恰当地呈现、互换和融合不同类型的数学表征,能够帮助学生发展思维意识,从而有效提升数学核心素养。不同类型的表征在解决相同问题时往往呈现出不同的效果,其中图形表征更具直观性,更能帮助学生理解问题的核心。

## 三、实践构建:基于多元表征的小学数学课堂运用及转换策略

### (一)意识凝聚:层层珠连,聚焦多元表征建模萌发

#### 1. 重视“数形+结合”,促进多元表征的转换与转译

多元表征的核心在于表征之间的转换或转译。在小学阶段,数学学习通常通过图形或实物操作等方法帮助学生理解,构建数学模型,然后使用文字或符号对数学模型进行标注。在这些过程的相互作用下,学生能够更深入地理解知识的内涵和本质。数和形之间的紧密联系能够激活学生的思维,使学生的理解模型化、具体化和清晰化,形成一系列思维碎片。然而,最关键的是如何将这些碎片进行整合,重新构建数和形的关系,将数量、结构、内涵等进行融合,形成一个完整的体系。对小學生来说,建立“形”与“数”之间的联结,以及建立“形”的结构、内涵意义与运算关系之间的联结并不是一件容易的事情。教师需要思考如何帮助学生建立这些联结。

#### 2. 重视“操作+思考”,促进多元表征学习的精致化

学习是一个需要反复强化的过程,以便形成永久性记忆。同样,多元表征学习建模过程也是如此,学生需要对多元表征信息进行多次的抽象、概括、转换、转译、加工、拓展等认知操作,才能形成深刻的记忆。在这几种认知操作中,抽象和概括是学生通过日常学习形成的能力,转换和转译经过教师的技巧传授,学生通常也能够掌握。加工和拓展则

属于学生日常积累和知识转化的过程,是多元表征整合的核心内容,这个过程是必要的,它是学生自我经验的体现,也是学生对自身知识匹配性的辩证和完善。通过将“操作”与“思考”结合,进行集合、类比、转换、转译、抽象、概括等思维过程,学生能够在细节化的思考过程中使抽象的内容越来越具体、清晰、丰满,从而实现有意义的知识建构。

#### 3. 重视“关联+类比”,促进多元表征纵深发展

多元表征与其他学习方式之间最大的区别在于多元表征的学习更加注重关联性,这更像一个系统的学习,相互独立又互为补充。多元表征的学习还具有类比化和结构化,其学习过程的多元性与丰富性也是其他形式的学习难以比拟的,各知识点都具有承上启下的作用,学习新知识的同时也在温故,温故能为学习新知识做好铺垫。在多种表征方式的对应与联结中,在丰富与拓展多元表征学习中,在不同表征方式的转换与转译中,学生头脑里的数学概念和数量关系会越来越具体和清晰,学生的理解也会越来越接近数学的本质,最终走向思维深度理解和有意义的建构。

### (二)思维扎根:巧妙设计,驱动素养生长内在动力

#### 1. 适时呈现,让知识内核“看得见”

多元表征之所以称之为多元表征,最显著的特征就是多元。多元意味着解决问题的方法多,针对不同的问题,可以通过不同的表征与手段进行解决,并引导学生分层次逐步抽象数学学习对象。通过多元化“抽丝剥茧”,揭示知识的本质属性,实现知识点自然呈现,从而让知识内核真正“看得见”,使学生更容易理解知识的要点与学习的重点。

以“升和毫升”为例,教师可以先展示一个标量为1升的立方体量杯,通过视觉表征和语言表征等方式帮助学生建立起初步的1升的直观认知;再适时出示一个长、宽、高均为10厘米的正方体量杯,并通过测量其体积以及用1升水能倒满几个500毫升量杯的操作,引导学生逐步发现1升水的体积与长、宽、高均为10厘米的正方体的体积相同,1升等于2个500毫升,即1000毫升。通过视觉表征和准确的语言表征,学生能够自然地在脑海中形成关于升、毫升及它们之间相互关系的表象。视觉、语言



和记忆的相互作用使得学生的思维方法和推导过程十分清晰,从而让知识内核真正“看得见”。

### 2. 精细关联,让思维方法“看得清”

小学数学前后学习的知识通常是存在联系的,教师在教学中应该灵活运用多元表征,引导学生发现知识点之间的内在联系,通过各个支线将知识点串联或转化合并,让思维方法“看得清”。这不仅是学生理解的标志,也是学生真正学会学习的标志。

以“认识小数”为例,教师可以先让学生使用长方形纸来表示十分之四(如图2-1),从而揭示0.4表示的实际意义;再引导学生探究1元2角是多少元(如图2-2),将分数与小数联系起来,借助两个概念之间的关联关系来丰富学生的认知。通过有层次的问题设计和多元表征的方式揭示概念的内涵与外延,就能让学生更好地认识和理解新概念。

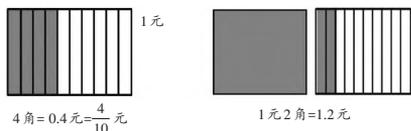


图 2-1

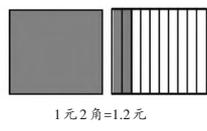


图 2-2

### 3. 多元展现,让思维过程“看得深”

以“相遇求路程的实际问题”的习题为例:小明和小芳同时从家出发走向学校,经过4分钟两人在校门口相遇,求他们两家相距多少米。教师可通过数形结合的方式(如图3),运用图形表征、数字表征与过程表征,展现思维过程,助力学生理解。这样也能通过“ $70 \times 4 + 60 \times 4 = (70 + 60) \times 4$ ”进一步验证乘法分配律,建立“形”的结构、内涵意义与运算关系之间的联结。

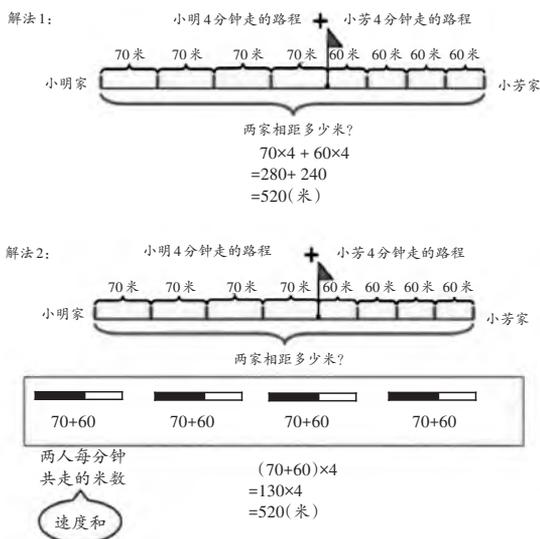


图 3

数学思维是抽象且无形的,但通过多元表征的方法可以将数学思维过程展现出来,将内在的知识外显化,即将内在的表征转化为学生数学思维的外化表征,从而帮助学生构建良好的生态学习循环系统。通过恰当的多元表征呈现、互换互译和内外融合,可以让学生的思维“看得见”,从而有效提升学生的数学素养,让思维过程“看得深”。

### (三) 品格提升:自主深入,推动思维能力提档升级

#### 1. 初窥门径:基于多元表征提高学生对概念的认识

数学概念的教学既是数学教学的重要环节,也是数学学习的核心,而多元表征教学的根本任务正是利用多种表征形式,准确地揭示概念的内涵和外延。教师利用多元表征让学生以自我实践的方式进行理解,通过多种形式让学生进行探究学习,将枯燥、难以理解的概念变得可视化、实体化、状态化,将数学概念转化为模型语言,为学生思考问题、解决问题提供助力,加深学生对概念的理解,让概念教学与学生的思维意识从表象走向深度。

以“加法交换律”为例,可以用以下四种方式进行表征(见表1)。首先,通过数据列举的形式进行表征,展现加法交换律的外在表现形式,让学生理解交换的外延,并在头脑中初步形成概念的表象;接着,用图形表征让学生更直观地观察加法交换律的交换过程,巩固数据表征的成果,加深学生对知识内涵的理解;然后,利用文字表征进行总结,将科学概念展示给学生,使意义建构得以顺利进行;最后,利用符号表征规律,并呈现一般意义上的表达式。

表 1 “加法交换律”的四种表征形式

概念	文字表征	数据表征	图形表征	符号表征
加法交换律	两个数相加,交换加数的位置,和不变	$2+5=5+2$ $256+98=98+256$ $0.17+10.8=10.8+0.17$ .....		$a+b=b+a$

#### 2. 融会贯通:基于多元表征发展学生的学习力

教师应该利用多元表征的方式进行多元化教学,将图形表征与情景表征融合,以增强学生的学习兴趣,调动学生的多种感官,进而提高他们的思维能力和学习力,增强他们的核心竞争力。

例如,教学“圆柱的体积”时,教师可以将圆柱



按照一定的方式进行分割(如图4),引导学生先发现分成的扇形越多,拼成的图形就越接近长方体,再根据体积不变,推导出圆柱的体积公式为  $V=Sh$ 。将图形表征、数字表征和符号表征深度融合,学生的思维由被动变成主动,学习动力自然产生。

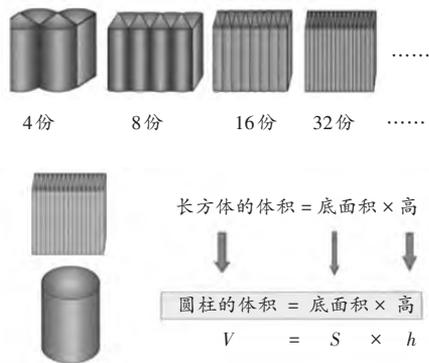


图4

### 3. 触类旁通:基于多元表征构建问题分析系统

学生对数学概念和数学算法的内化需要经历一个自我构建的过程。教师应当善于借助多元表征来激活学生的主动思维意识,通过梳理数学问题中的逻辑和因果关系,有效帮助学生构建问题分析系统,强化学生自主分析问题的能力,帮助他们找到正确的思考思路并有效解决数学问题,从而提升学生的数学核心素养。

例如,教学“乘法分配律”时,教师可先出示算式“(5+4)×3”,引导学生思考与这个算式相等的其他算式,并讨论它们为何相等;接着,引导学生发现“(5+4)×3”表示9个3相加,而“5×3+4×3”表示5个3和4个3相加,结果也是9个3相加,所以它们的结果是相等的。通过这样的语言表征,可能有些学生的思维还不够清晰,这时可以用图形表征(如图5)来引导学生更好地理解数学问题的逻辑和因果关系,激发学生的主动思维,提高学生对数学概念的理解和运用能力。

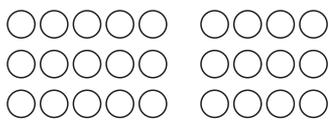


图5

综上所述,基于多元表征的小学数学教学符合学生的认知规律,能够有效降低学生理解和学习数

学概念的难度,进而提升学生的数学学习能力。在课堂教学中,教师应注重引导学生经历图形表征、符号表征等过程,同时尊重学生的个性化差异,积极做好数学多元表征教学,从学生的角度出发,注意各表征方式彼此关联、层层递进的关系。这样可以使学生的思维意识和能力从表象化逐步转为抽象化,让学生数学思维意识的生长有迹可循。这样的教学方法不仅可以提高课堂教学效果,还可以激发学生数学学习的积极性和主动性,并提升学生的数学核心素养。

### [ 参 考 文 献 ]

- [1] 张兵. 多元表征:让学生显性记录数学思考:以苏教版整数计算教学为例[J]. 数学教学通讯, 2019(1):44-45.
- [2] 李冬梅, 刘瑶. 基于多元表征理论的数学教学设计:以“函数的概念”教学为例[J]. 当代教育理论与实践, 2019, 11(2):38-41.
- [3] 李静. 哲学视野下小学数学多元表征变式教学构建及其实证研究[J]. 数学教育学报, 2016, 25(5):45-48, 91.
- [4] 陆建. 落实多元表征,优化概念教学:数学概念多元表征的调查与反思[J]. 中小学数学(高中版), 2019(5):59-62.
- [5] 邵璐露. 合理运用多元表征,有效实现深度学习[J]. 江苏教育, 2020(73):76, 78.
- [6] 杨露. 巧助多元表征,丰富计算认知:以苏教版三年级《两位数除以一位数》教学为例[J]. 数学教学通讯, 2020(31):48-49.
- [7] 陈绮琳. 借多元表征,悟数学概念[J]. 数学学习与研究, 2020(20):158-159.

【本文系连云港市中小学教学研究2021年度第十四期重点课题“基于多元表征的小学数学概念教学实践研究”(课题编号:2021LYGJK14-ZD30)阶段性成果。】

(责编 吴美玲)