

数学思维素养深度涵育：教学的进路与方略

王钦敏，余明芳

(福建教育学院 数学教研室，福建 福州 350025)

摘要：发展学生数学思维素养，促使知识向素养转化，正成为中学数学教学的重要导向。结合具体教学事例，分析总结涵育学生数学思维素养的教学进路与方略：从概念教学路径涵育抽象思维素养，着力深化学生对概括过程的体验与内涵的认知；从命题教学路径涵育推理思维素养，努力提高学生进行探究发现与关系建构的能力；从应用教学路径涵育建模思维素养，致力启发学生领悟数学的思想方法与策略智慧；从数学精神层面深度涵育数学思维素养，重在引导学生求真、乐善和唯美的追求意向。

关键词：数学思维素养；深度涵育；路径；方略

中图分类号：G632 **文献标识码：**A **文章编号：**1004-9894(2020)06-0056-05

引用格式：王钦敏，余明芳. 数学思维素养深度涵育：教学的进路与方略[J]. 数学教育学报，2020，29(6)：56-60.

在数学学习和研究中，需要依赖抽象思维概括数学研究对象，依据推理思维构建数学理论体系，依靠模型思维发挥数学应用价值。众多研究成果表明，数学思想是重要的文化素养，而抽象、推理与建模是数学的基本思想与思维方式，是学生适应个人和社会发展需要的关键能力与必备思维素养^[1]。

发展学生数学思维素养，促使知识向素养转化，正成为中学数学教学的重要导向。但不少身处教学一线的教师经过教学观察与分析后认为，当前许多课堂被应试需求主导，数学教学严重异化为解题的模仿与训练，大部分时间培养的只是学生进行机械运算和演绎推理的能力，很难全面且有深度地培育学生的数学思维素养。

严重异化为解题模仿与训练的数学课堂，不能真正激发学生的学习兴趣，其急功近利的行为只能让学生获得碎片的知识、零散的记忆和僵化的思维，难以让学生构筑厚实的学习基础，形成必要的探究发现能力，更难以让学生的数学思维素养得以深度涵育，助力部分优秀学生成长为有数学家潜质的数学英才。

数学思维素养是数学知识与能力的内化，植根于日常数学学习的体验与感悟。从课堂教学过程看，数学抽象、推理与建模等3个思维素养的涵育，需要教师更新教学观念，调整目标方向，分别从概念、命题与应用教学等3个进路，有针对性地实施相应促进方略。下面以“向量”章节教学为例，对此进行具体分析、探讨与总结。

1 从概念教学路径涵育抽象思维素养 着力深化学生对概括过程的体验与内涵的认知

数学抽象是人脑舍去某一类事物所有具体属性得到其相同数学属性的一种思维过程，通常可用数学符号或术语对抽象所得的共同数学属性进行概括和表达。数学抽象主要包括从数量与图形，以及数量关系和图形关系中抽象出数学概念及概念间的关系，以及从事物具体背景抽象出一般规律和结构等过程，在这个过程中，数学认识由感性上升到理性，

所得到的数学概念是人脑对实际事物中数量、空间、结构和变化等本质特征的一种意识反映，是进行数学思维和建立数学理论体系的基本构筑元素。在数学教学中，概念教学是培育学生数学抽象思维素养的主要路径。

在概念教学中，学生数学抽象思维素养的形成，基于其对诸多和概念相关联知识的整体理解与认识，需要教师适当腾出时间对引入概念的必要性和历史背景等作较详细说明。以“向量”这一概念的教学为例，在课堂上，教师可先解说引入向量概念的因由与作用，讲述与之相关的亚里士多德、威塞尔、牛顿、居伯斯等数学家所处的历史背景和思考内容。可指出：在17世纪初，代数、几何与三角等分支已形成相对完整的知识结构，但主要是以常量研究静态事物，而客观事物始终处于运动和变化状态，很需要采用变量去研究其运动与变化特征；用变量表示一个动点，可刻画动点的运动与变化属性，若要刻画动态线段的运动与变化属性，就必须引入一个和变量类似的新概念。

获得数学概念的主要思维方式是抽象与概括，抽象与概括是一种思维的体验和领悟，因而，在数学概念教学中，应尽可能地让学生亲历概念的抽象与概括思维过程，在不断的体验与领悟中将经验与概念、直觉与逻辑整体融合并凝聚、升华形成素养。例如，教学中引入向量概念，大都只对物理学中力和位移等矢量进行简单地类比与推广，概念生成过程缺少抽象与概括思维，要让学生有机会亲历抽象与概括的思维过程，就必须引导学生对物理的质量、距离、温度、密度等标量，以及力、位移、电场强度、速度、磁感应强度等矢量进行具体、细致的比较分析。

分析与抽象有着密切联系，是抽象思维过程的主要手段。辩证唯物主义认为，人对客观事物的认识是在实践的基础上，通过分析感性的具体获得理性的抽象，然后对各种理性抽象的规定进行更深刻的分析加工，进一步获得理性的具体，达到具体的再生产，从而才能把握事物的本质与内在联系。在向量概念形成之后，还需要引导学生对向量进行分类分析，并对某些特殊的向量和向量关系进行命名，如零向量、

收稿日期：2020-07-10

基金项目：2016年度全国教育科学“十三五”规划教育部重点课题——高中生数学核心素养培养的策略及评价研究（DHA160364）

作者简介：王钦敏（1970—），男，福建福清人，中学特级教师，主要从事数学教育与数学教师教育研究。

单位向量,以及直线的方向向量、平面的法向量,还有相等向量、共线向量等,让学生细化认知以进一步明确概念外延。

学习者在面对一个全新的数学概念时,认识大多是迟钝和模糊的,不能进行快捷的抽象提炼和明确的概括说明。比如,古希腊亚里士多德早已知道,对物理的“力”,需要关注其大小与方向,可以用平行四边形法则将两个力合成,但他却不懂得使用有向线段去表示力,直到17世纪,数学家牛顿才知道使用有向线段表示矢量和向量^[2]。因此,让学生亲历向量这样的概念抽象与概括思维过程,还需要教师给予充裕的时间并适时引导,直到学生通过比较分析发现:物理标量可以只用有长度的线段表示,而位移等矢量有长度与方向,必须用有向线段表示。

在概念教学中,着力深化学生对概念内涵与知识意义的认知,才能促使概念知识和思维能力在精神、思想和价值观等文化层面涵养化育成为抽象思维素养,否则,抽象思维就可能仅仅只是形式思维的游戏。如在向量概念教学中,教师应启发学生探讨向量知识在几何方面的意义,让学生能类似18世纪挪威测量学家威塞尔那样对向量的几何意义进行研究,尝试着用坐标平面上的点表示复数,然后用具有几何意义的复数运算对向量运算进行定义,把向量和坐标平面上的点进行对应,使之成为研究几何和三角问题的一种工具。

学生关于数学概念内涵及其知识意义的认知,是一个由浅入深渐次展开的过程,需要教师结合新章节学习内容逐步予以启迪深化。比如,对于向量概念,可以在复数章节教学中引导学生比较分析向量与复数的几何意义和运算法则;在解析几何教学中引导学生使用向量坐标处理图形位置关系和运算问题,认识到将向量用坐标 (x, y) 表示后,就可以成为二维变量广泛应用在代数和几何中;在立体几何教学中引导学生将平面向量知识逐个推广到空间,感悟向量知识体系本身具备的优良运算律和内在统一性。

作为数学的一个基本概念,向量的理论方法一直在不断地渗透到数学各分支领域,为使学生对向量概念的内涵与知识意义有更深的了解与认识,教师可在教学中拓展性地介绍向量概念在高等数学中的推广运用:在线性代数中,由 n 个实数(或复数)组成的有序数组可视为 n 维向量;可以将全体实系数多项式看作一个向量空间,使向量概念的外延涵盖任意数学或物理对象,让向量方法的应用范围更加广阔;等等。从以上叙述不难得到这样的结论:学生抽象思维素养的形成和发展,需要教师在各个学段的点拨与启迪,更需要学生在学习生涯中不断地思考与感悟。

2 从命题教学路径涵育推理思维素养 努力提高学生进行探究发现与关系建构的能力

数学推理是从一些事实和命题出发得出其它命题的思维过程,一般可分为演绎推理与合情推理两种。通常,演绎推理可用以判断一个数学结论是否正确,而合情推理可用以发现数学结论和探索证明思路。在数学的学习和研究中,可以通过抽象思维定义概念并明确研究对象,通过推理思维发现并论证概念间的关系,构建庞大的数学理论体系。在构建理论体系过程中获得的定义、公理、公式、性质、法则与定

理等,均可称为数学命题。命题教学大多可以围绕着概念内涵辨析、命题的发现与证明、新旧命题的关系等问题依次开展。

命题教学是培育学生数学推理思维素养的重要路径。数学的定义、公式和定理等命题前后相联,形成众多环环相扣的知识链条和错综复杂的知识网络结构。学习者在厘清概念内涵与外延的基础上,较完整地把握命题间的生成关系和逻辑关系,明了知识结构,才能较好地理解数学和应用数学。因而,在命题教学中,教师引导学生运用归纳与类比等合情推理探究发现新命题,并运用演绎推理予以证明,可以从命题的生成与论证两个角度“双向”促进学生的数学“关系性理解”,让学生的合情与演绎推理思维素养都能随着对知识关系结构的理解与感悟得到切实涵育。

合情推理是根据已有的事实和正确的结论、实验和实践的结果、以及个人的经验和直觉等推测某些结果的思维过程,数学中最常见的合情推理是归纳和类比,二者都具有猜测和发现结论、探索 and 提供思路的作用。合情推理是进行数学发现的一种具有创新意义的思维方式,是数学“再创造”学习时不可缺少的工具性方法,涵育推理思维素养,必须同步并重地培养演绎与合情推理能力。但在许多数学课堂的命题教学过程中,由于高考考查的解题能力,主要包括数学运算与演绎推理的能力,较少涉及合情推理能力,合情推理能力培养的重要性也被大大忽视。

在概念教学之后,针对概念定义进行内涵辨析,判断某个实例是否符合定义要求,列举和定义不相符的反例,探讨为什么可以这样定义,以及能否用其它方式定义,都要进行推理论证,但其中的思维形式大都是演绎推理。只关注公式、定理的演绎推导与证明,将时间移用作例习题教学,省略了在课堂“再创造”重现公式、定理的探究与发现过程,很少去研究新旧命题的联系进行知识关系建构,是当前数学课堂在命题教学中的常见现象,这样的命题教学和对概念进行内涵辨析一样,都难以使学生的合情推理能力得到培养^[3]。

为全面涵育推理思维素养,使学生的合情推理与演绎推理能力能在命题教学中得到同步并重的培养,可以在对概念进行内涵辨析的基础上,将概念间的关系探究视为教学的重要内容,引导学生运用合情推理探索概念的性质与概念关系,运用归纳与类比推理去发现新知,运用演绎推理对公式定理进行推导证明,通过探究新旧命题间的联系,进行知识关系建构。除了命题教学外,还可以在解题教学、专题探究式教学和应用教学中涵育推理思维素养,无论哪一种形式,都应努力使学生的演绎与合情推理能力获得协调发展。

以向量章节教学为例,在对向量概念进行定义、分类与内涵辨析后,应将向量与向量间、向量与其它元素间的关系探究视为教学重要内容,可以引导学生探究向量与向量间的相等与共线等关系,探究向量与向量的加法运算,探究向量与数的关系发现数乘运算法则,等等。探索数学概念知识间的关系是获得有关性质、公式和定理的重要途径。例如,探索向量与坐标间可能存在的关系,可以引导学生得到向量的坐标表示法,将向量运算转为向量坐标运算可得到大量的公式和定理。

在向量章节教学中,教师可以在很多场合引导学生运用归纳、类比推理思维去发现新知.数学的向量与物理中的力与位移等矢量存在密切的类比关系,向量概念的抽象与概括、向量加减法运算法则、向量的正交分解与坐标化、平面向量基底的概念和平面向量基本定理、向量数量积的概念与公式等结果,都可以通过类比获得,而向量数乘运算的法则,也可以通过归纳推理获得结果.在研究空间向量时,仍然可以通过类比推理,将平面向量的概念、法则、公式与定理等全面推广至空间向量.

开展探究式教学,提高学生进行探究发现与关系建构的能力,是命题教学中深度涵育推理思维素养的主要方略.在命题教学中,通过探究式教学引导学生整体发掘关联性知识,发现知识间内在、必然、直接的有意义联系,将它们连成线、结成网,形成牢固的知识结构,可以有效增强学生推理思维和运用知识解决问题的能力,而数学思维素养的涵育,离不开对概念内涵与意义的认知和对知识发展的体验,也离不开对知识关系结构的发现与掌握,以及应用知识解决问题过程中对数学思想、精神的感悟^[4].

3 从应用教学路径涵育建模思维素养 致力启发学生领悟数学的思想方法与策略智慧

数学建模一般是指在研究一个现实问题时,先从问题信息抽象出形式化的数学模型,再根据模型求解结果统一处理同类现实问题的思维过程.这个过程与数学理论形成、发展与应用的基本思想是一致的,二者都是主要使用抽象与推理思维从现实世界中概括出理想化的模型,用以描述客观事物的数形特征和内在联系,所建立的模型和众多的数学概念、公式和定理等知识一样,都可以广泛应用于现实世界.引导学生应用数学概念、公式、定理、思想方法或建立新模型去解决数学问题与现实问题,是数学课堂应用教学的主要内容.

应用教学是涵育学生数学建模思维素养的主要路径.数学建模思维素养是致力从数学视角看问题、用数学方法处理问题的一种意识与能力,也是学以致用精神的体现.在应用教学中,教师引导学生整体理解数学知识结构及其思想方法,在建模思维指导下将之活学活用到各类新的问题情境,可以让学生从中学会使用联系的观点系统地审视问题,使用转换与化归的方式灵活地处理问题,养成运用数学思想方法解决问题的意识与习惯,感受并秉承数学理论知识为人类服务的价值取向,从而不断涵育提升个人的数学建模思维素养.

广义地看,数学教材中的许多概念、公式、定理和思想方法都是重要的基本模型,如向量知识中的向量概念、平行四边形法则与向量数量积公式等,都是从物理情景中抽象出来的,抽象过程中的探究与发现,就是建模的过程.在应用教学中,引导学生应用这些基本模型证明两角差的余弦公式、正弦定理、点到直线的距离公式、柯西不等式、海伦公式等,可让学生体会到运用基本模型处理问题的便利迅捷,感受其应用范围之广,以及数学知识间的普遍联系和内在的统一性,帮助学生深刻感悟模型中蕴含的数学思想,亦有涵

育建模思维素养之效.

引导学生应用数学概念、公式和定理处理现实问题,首先需要让学生了解问题的现实意义,以及问题蕴含的数形特征,启发学生用数学符号语言将现实问题转化为数学问题,然后通过联想为问题选取适当的已学知识模型,并根据问题中参数的实际意义完善模型,最后是对模型求解并检验结果.如果无法为问题找到合适的已学知识模型,就必须通过抽象与概括,参考已学知识模型,发挥想象构造新的数学模型.以上的应用教学方式,都可以涵育数学建模思维素养,让学生学会如何应用数学知识和思想方法有策略地去解决各种问题.

在应用教学中,需要教师引导学生从数学角度观察、发现并提出有意义的好问题.一个好的问题,往往与已学的数学概念、知识和思想方法有广泛联系,能让学生更深刻理解概念内涵、意义与作用,能帮助学生知识进行关系建构,可以向多个方向推广,促人反思,耐人寻味.好问题可以活跃建模思维,让学生主动使用恰当的数学符号语言描述问题,积极运用数学思想方法进行独立思考,通过合作交流做好各个环节的研究活动,并从中认识数学建模在处理各类问题时的强大作用,领悟其中蕴含的数学思想方法与策略智慧^[5].

应用教学课程要恰当运用现代教育技术,为学生营造多维交互的数字化探究环境,适切发挥计算机数学软件的探索实验功能.在数字化环境下,教师更易于创设丰富多彩的问题情境,唤醒学生好奇天性 with 问题意识,使之全身心投入到建模思维活动.多维交互功能使合作交流更加便捷,更易于使学生在评价反馈中反思改进,获得信息化环境下的数学活动经验.在先进的智能教育环境中,还可以利用虚拟现实(VR)等新技术营造虚实互动情境、可视化影像与可进化场景,让学生进入沉浸式学习状态,身临其境地去体验和探究^[7].

建模教学课程能给予学生直接参与的机会,相对于单纯就教材理论知识进行的讲授和思考,参与中的亲身体验更易于使学生的知识与能力升华为思维素养.立足于现成性、实体性信念的知识与教学观,封闭了知识迁移、运用的空间,难以构成素养生成的实在基础^[8].美国教育家达克沃斯(Duckworth E)曾经说过:“最理想的教学应是投入式的,它应鼓励学习者与学习内容直接接触,形成一种具身体验,而不是建立在他人的理解之上.”^[9]抽象的数学概念知识都仍然和现实世界有着千丝万缕的联系,建模教学可以让学生亲身经历和直接接触现实世界的事物,使其对数学概念知识的感知与理解,有一个更为可靠和实在的基础.

致力启发学生领悟数学的思想方法与策略智慧,是应用教学中深度涵育建模思维素养的主要方略.在应用教学中,教师应致力引导学生专心致志地去探索与发现,了解数学在其它学科和科技等领域的广泛应用,赏识数学理论的和谐统一与思维的自由奇妙,让学生能有意识地运用已有知识、经验对问题进行转化与化归,思考并掌握解决问题的一般方法,并从中深刻感悟数学的思想方法与策略智慧.数学思想是数学文化素养的核心,促使学生的知识能力在思想层面内

化升华,是数学教育的一个观念追求,也是应用教学中深度涵育建模思维素养的必要过程。

4 从数学精神层面深度涵育数学思维素养 重在引导学生“求真”“乐善”“唯美”的追求意向

数学思维素养的深度涵育,须基于以上列举的概念、命题与应用教学等进路与方略,亦有赖于教师对学生数学精神等心理内在力量的激发和养育。学科的学习认知过程,是人的心智与价值、观念、习惯、情感、意志和精神等各种心理因素相辅相成的过程,而学科素养的涵育,也是一个在习得新知中充分体验、深入感悟和塑造品格的过程。在数学的学习过程中,数学精神是上述心理与品格等因素的聚焦点,它是学习者对数学经验、知识、方法、思想、意识、观念等不断概括和内化的产物,也是学习者数学思维的方式与规范、价值与追求等意向性心理的集中表征,因而是数学思维素养涵育中需要高度关注和深入研究的因素。

数学精神渗透在数学理论知识与数学文化传统中,也存在于所有的数学思维活动中,并体现为个体数学思维的主观性、目的性、选择性与价值性等。正是在数学家思维活动中存在的强烈数学精神引导下,数学理论方得以不断创生与扩张,系统性日益增强,应用日渐广泛。有意义的数学学习行为,也是一个理智认识与求真、乐善、唯美等精神追求相契合的过程,需要学习者在丰富多彩的思维方式中不断感悟数学思想,在层出不穷的困难体验中逐渐强化数学精神,继而凝炼形成以数学的精神与思想为核心的学科文化素养。其中,数学精神是数学思维体验的深化与思想颖悟的升华,也是数学思维素养得以进一步形成和持续发展的主要动力。

抽象性、逻辑性与应用的多样性是数学思维的主要特征,整体而言,数学抽象、推理与建模等思维素养与学习者思维的韧性、理性、严谨性、专注程度、问题意识之类的重要品质都存在密切联系,比如,思维韧性与专注程度不足,就无法长时间集中注意力进行连贯思考;问题意识淡薄,就难以在平凡的事物中提出新概念、发现新问题。所以,教师在引入一个数学概念之初,就必须有意识地从数学精神层面思考数学思维素养的深度涵育问题,特别重视学生学习的毅力、爱好和习惯等问题,要时常对教材进行有益地拓展与改造,增补可以促动思考、引发兴趣和激励创新的教学内容。此外,对一个概念内涵的深入理解,也需要师生都具有持之以恒的精神,能在后续学习中进行反思与提升。

从数学精神层面深度涵育数学思维素养的教学行为,可以落实在数学概念、命题与应用教学等具体环节。例如,数学推理具有显著的科学文化素养特征,曾被誉为“人类最伟大的发现”,古希腊人从最简明的公理出发,利用推理得到基于严密逻辑的几何知识系统,其中的公理化思想曾被竞相效仿,对人类理性精神与科学文明的发展产生了重大影响。教师可以在数学命题教学中涵育推理思维素养,引导学生在严谨的演绎推理和运算中养成绩密思考的习惯、求真务实的品格和崇尚理性的精神,同时帮助学生在问题解决过程中不断增强变通意识与化的智慧,在运用合情推理思维过程中养成细致观察、善于归纳与类比、勤于思考勇于创新的

精神。

从数学精神层面深度涵育数学思维素养的课内外教学,宜采用有较强挑战性的问题作为研究素材。例如,应用教学中的问题可以选自现实、数学内部和其它学科,但都应遵循有效难度法则,使所设定的研究任务具有较强的挑战性。有较强挑战性的问题,才能激发学生进行深入探究的欲望,并在长久思考后迸发的灵感与顿悟中感受到数学的乐趣^[6];才能让学生有更多运用数学策略思维战胜困难的机会,使推理思维素养得以深度涵育;才能让学生在克服困难的过程中经受情感与意志的考验,塑就不畏困难愈挫愈勇的精神品格。实践表明,有较强挑战性的教学课题,更易于促进学生的数学深度学习,使数学思维素养得以深度涵育。

数学思维素养是数学知识与思维能力的学习者在心理内化后的概括性产物,比知识与能力更深层、更稳定也更持久,它的形成,离不开可进行复杂心智操作的抽象与推理思维,也密切依赖于可带给学习者主体体验和感悟的具象思维与顿悟思维^[10]。在概念、命题与应用教学中,让学生亲历抽象与概括、探究与发现、建模与应用的过程,其所获取的体验,以及对知识结构体系的统一性、数学方法中的策略思想、思维过程中的精神力量的感悟,可以促使经验与概念、逻辑与直觉、方法与思想、理智与情感等深度融合,潜移默化地增强主体的认同感和自觉意识,让数学知识与思维能力晋升到思想、精神、价值、观念和意志层面,逐步内化并升华成为富有文化属性的数学思维素养。

从数学精神层面深度涵育数学思维素养,重在引导学生求真、乐善和唯美的追求意向。数学科学理论思维是人脑对客观事物数形特征与属性的概括与反映,它始终坚持以公理化体系反映事物本质规律,整体选择为人类服务的价值取向,苛刻追求理论的和谐统一与思想的自由简易,使得数学名副其实地成为真、善、美的统一体,也使得求真、乐善和唯美的思想品格成为数学精神的三大支柱。因而,从数学精神层面深度涵育数学思维素养,应重在引导学生求真、乐善和唯美的追求意向。数学的精神与思想同为数学文化素养的核心,从数学精神层面深度涵育数学思维素养,才能更切实地培养学生求真、乐善和唯美的数学精神品格,更完满地实现数学教育的宏大目标。

5 结语

从概念教学路径涵育数学抽象思维素养,着力深化学生对概括过程的体验与内涵的认知,可以让学生“知其然”亦“知其所以然”,更少地依赖简单机械的记忆与模仿;从命题教学路径涵育推理思维素养,努力提高学生进行探究发现与关系建构的能力,可以让学生头脑中孤立的知识形成有机体系和完整结构,走出零散型解题教学与碎片化学习的困境;从应用教学路径涵育建模思维素养,致力启发学生领悟数学的思想方法与策略智慧,可以让学生学会如何将所学知识灵活应用于现实问题情境,远离目标指向迷糊和被无意义问题填充的课堂教学;从数学精神层面深度涵育数学思维素养,重在引导学生求真、乐善和唯美的追求意向,可以让学生的思维与精神相互渗透相互促进协调发展,在忘了所学知识后

仍留有可终生受益的东西. 以上教学路径与促进方略, 既有利于激发好奇心智、提高学习兴趣, 引导学生进入专心致志的沉浸式学习状态, 也有助于学生进行知识关系建构, 有益

于学生数学精神的养育, 使学生的数学思维素养得到全方位的深度涵育^[11-22].

[参 考 文 献]

- [1] 史宁中. 数学的基本思想[J]. 数学通报, 2011, 50 (1): 1-9.
- [2] 王钦敏. 教材边上好数学[M]. 福州: 福建人民出版社, 2014: 109-111.
- [3] 王钦敏, 余明芳. 数学探究式教学的目标定位与路径选择[J]. 课程·教材·教法, 2018, 38 (4): 59-63.
- [4] 张良. 深度教学“深”在哪里?——从知识结构走向知识运用[J]. 课程·教材·教法, 2019, 39 (7): 34-39.
- [5] 章建跃. 如何使学生发现和提出有研究价值的问题[J]. 中学数学教学参考, 2014 (1): 35-37.
- [6] 王钦敏. 感受数学美的两个重要途径[J]. 数学教育学报, 2014, 23 (2): 53-56.
- [7] 于泽元, 尹合栋. 人工智能所带来的课程新视野与新挑战[J]. 课程·教材·教法, 2019, 39 (2): 27-36.
- [8] 张良. 核心素养的生成: 以知识观重建为路径[J]. 教育研究, 2019, 30 (9): 65-70.
- [9] 爱莉诺·达克沃斯. 精彩观念的诞生: 达克沃斯教学论文集[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 173-175.
- [10] 罗祖兵, 郭超华. 知识学习的体验属性及其教学意蕴[J]. 教育研究, 2019, 30 (11): 81-90.
- [11] 朱先东. 指向深度学习的数学整体性教学设计[J]. 数学教育学报, 2019, 28 (5): 33-36.
- [12] 黄秦安, 黄晓林. 论数学教育社会学的“理论背景”“体系建构”与“实践价值”[J]. 数学教育学报, 2020, 29 (2): 1-5.
- [13] 李艳, 徐章韬. 数学教育实证研究类型及问题表述[J]. 数学教育学报, 2020, 29 (2): 6-10.
- [14] 马文杰. 反思与“重构”数学学习错误矫正原则[J]. 数学教育学报, 2020, 29 (2): 11-17.
- [15] 曹广福, 刘丹. 课题式教学法探析[J]. 数学教育学报, 2020, 29 (3): 32-36.
- [16] 傅海伦, 张丽, 王彩芬. 基于 Fuzzy-AHP 质疑式数学核心素养评价指标体系的研究[J]. 数学教育学报, 2020, 29 (1): 52-57.
- [17] 王光明, 李爽. 初中生数学学习非智力因素调查问卷的编制[J]. 数学教育学报, 2020, 29 (1): 29-39.
- [18] 张侨平, 唐彩斌. 落实素养为本的数学开放题教学[J]. 数学教育学报, 2019, 28 (6): 61-64.
- [19] 赵文君, 莫雅慈, 曹一鸣. 初中数学教师新课程实施情况及影响因素研究——以成都市龙泉驿区导学讲评式教学为例[J]. 数学教育学报, 2019, 28 (6): 21-26.
- [20] 孙思雨, 朱雁. 初中生数学自我效能感及其校准性的调查研究[J]. 数学教育学报, 2019, 28 (6): 27-32.
- [21] 黄翔, 童莉, 李明振, 等. 从“四基”“四能”到“三会”——一条培养学生数学核心素养的主线[J]. 数学教育学报, 2019, 28 (5): 37-40.
- [22] 邓清, 夏小刚. 数学思维视域下“教表达”的再认识与思考[J]. 数学教育学报, 2019, 28 (5): 47-50.

The Deep Cultivation of Mathematical Thinking Competence: Teaching Paths and Strategies

WANG Qin-min, YU Ming-fang

(Department of Mathematics, Fujian Institute of Education, Fujian Fuzhou 350025, China)

Abstract: Developing students' mathematical thinking competence and promoting the transformation of knowledge into competence are becoming an important guide to mathematics teaching in middle schools. Combining with specific teaching examples, this study analyzes and summarizes the teaching paths and strategies for cultivating students' mathematical thinking competence. Those approaches and strategies include: from the conceptual teaching path to the cultivation of students' abstract thinking competence to deepen their understanding of the experience and connotation of the generalization process; from the proposition teaching path to the cultivation of students' reasoning thinking competence so as to improve their ability to explore and discover and construct relationships; from the application of teaching path to the cultivation of students' modeling thinking competence in order to inspire them to understand the thinking methods and strategic wisdom of mathematics; and from the spiritual level of mathematics to deep cultivation of students' mathematical thinking competence, focusing on guiding them in seeking truth, kindness and aesthetics.

Key words: mathematical thinking competence; deep cultivation; path; strategy

[责任编辑: 周学智、陈隼]



《数学教育学报》理事会副理事长通讯投票结果

依据《数学教育学报》董事会章程, 经全体理事、编委通讯投票, 浙江师范大学 杨敏波 教授自 2020 年 12 月起担任《数学教育学报》理事会副理事长。