

在小学数学教学中培养学生的类比推理能力

刘德宏

(射阳县教育局 教研室, 江苏 射阳 224300)

摘要:推理能力是义务教育数学课程标准提出的十个核心概念之一。类比推理是合情推理的重要形式,对于引发猜想、启迪思维和发现结论具有非常重要的作用。因此,教师要结合教学内容,引导学生探寻知识间的本质联系,利用生活中的原型启发,大胆进行联想猜测,巧妙采取数形结合,重视结论的检验修正等,以逐步提高学生的类比推理能力。

关键词:小学数学;类比推理;教学策略

中图分类号:G623.5 **文献标志码:**A **文章编号:**1002-0845(2016)06-0033-03

推理能力是《义务教育数学课程标准》提出的十个核心概念之一。类比推理是合情推理的重要形式之一,它因两个或两类思考对象在某些属性上相同或相似,从而推出它们在其他属性上也可能相同或相似的推理。

类比推理是在比较分析的基础上,从特殊到特殊的一种推理形式,它是引发猜想和发现结论的有效途径,是发展数学思维和培养创新意识的重要方法。因此,在小学数学教学中必须高度重视类比推理能力的培养。

一、类比推理的主要形式

小学数学中的类比推理主要有下面三种形式。

1. 外部形式上的类比

根据数学对象表面上的相似而进行的推理,是一种从形式到形式的类比,这种类比得出的结论,具有较大的或然性,但有利于建构知识之间的联系。比如,由 $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ 能够类比出 $a \times (b-c) = a \times b - a \times c$;学习了长方体的体积=底面积 \times 高,就能类比出正方体、圆柱体的体积=底面积 \times 高。

2. 内在实质上的类比

通过比较分析数学对象之间的实质性的内在联系而得出的推理属于内在实质上的类比。这种

推理根据两类对象在本质属性方面的相似之处,类推出其他方面的相似,从而认识新数学对象的本质,此种推理,得出结论的正确性相对较高。比如,在六年级,学生学习了比与分数及除法的关系,就可以根据商不变的规律和分数的基本性质主动类比出比的基本性质。这样的教学,既突出了学习的主动性,又体现了思维的创造性,更加强了知识的连贯性。

3. 过程方法上的类比

数学教学要重视让学生充分经历知识的形成过程,以获得深刻的探究体验,感悟数学思想方法,积累思维活动的经验,促进技能方法的迁移。如,学生在五年级学习“圆的面积公式推导”时,把一个圆平均分成若干个小扇形,再拼成一个近似的长方形,从而推导出圆的面积公式。经历了这样的学习过程,掌握了这样的推导方法,到了六年级,学生学习“圆柱体积公式推导”时,就会自然地想到把圆柱的底面等分成若干个小扇形,再沿着半径切开,将圆柱转化为一个与它等体积的长方体,再进行两者的比较分析,从而推导出圆柱的体积公式。

4. 根源知识上的类比

小学数学中有许多基础知识和技能分散于不同单元、不同册次的教材之中,这些知识技能,看似零零散散,但它们之间是有内在联系的,即有相关的根源性知识。在教学新知识时,教师要设法

收稿日期:2016-03-04

作者简介:刘德宏(1967-),男,江苏盐城人,中学高级教师,从事小学数学教学研究。

激活相关的根源性知识和技能,引领学生找出新旧知识在根源上的相似性和一致性,从而进行有效类比和迁移。如“100以内的加法”和“1000以内的加法、10000以内的加法”有着相同的计算法则——相同数位对齐,个位加起,满十进一。这一计算法则就是维系三者联系的根源性知识,利用这一根源性知识,可实现计算方法的有效迁移和类比。“两位数乘一位数”的计算原理就是学习“两、三位数乘两位数”的根源性知识,学生根据“两位数乘一位数”的计算经验与技能,能够主动尝试和探索出“二三位数乘两位数”的计算方法。“异分母分数加减法”与“整数加减法、小数加减法”之间有根源性的计算原理——相同数位上的数才能直接相加减。因此,教学“异分母分数加减法”时,要紧扣这根线,引导学生利用已经形成的数学认识与积累的计算经验,主动将“异分母分数”转化为“同分母分数”,然后再计算。

二、培养类比推理能力的教学策略

1. 探寻本质联系,搭建类比支架

数学知识之间有密切的内在关联。在学习新知识时,要求学生头脑里具备同化新知识的上位概念或相似概念,类比推理才能顺利进行。因此,教师要充分激活学生的已有知识和经验,寻找维系新旧知识的主线,探寻新旧知识的内在联系,在最近发展区为学生搭建类比的支架,为实现知识迁移和类比推理打好基础。如“异分母分数加减法”与“整数加减法”“小数加减法”及“同分母分数加减法”都有本质上的根源性知识——相同数位上的数,才能直接相加减,这一计算原理,就是维系知识联系的主线,也就是类比的支架。学生在学习整数、小数、同分母分数加减法时,已经形成了这种计算认识,积累了这种计算经验。因此,在教学时,可以先口算整数加减法、小数加减法、同分母分数加减法的几道试题,然后归纳出此类计算过程中隐含的共同核心原理——相同数位上的数,才能直接相加减。学生受这个原理的启发,便能类比尝试将异分母分数转化为同分母分数,然后直接相加减。归纳出异分母分数加减法的法则后,再次进行新旧知识的对比,以突显此类计算的共同点,强化新旧知识之间的本质联系。这样的类比教学活动真正促进了学生对知识的深刻理解和灵活运用,构建了比较完善的知识结构,培养了学生的推理能力。

2. 基于生活原型,启发类比抽象

在数学学习中,小学生常常受实物原型的启发,主动展开联想,引发猜测,产生灵感,建构数学模型,抽象概括出数学概念。小学生的思维以直观形象为主,生活中的实物原型对他们学习新知有很大的启发作用。因此,从原型启发开展类比学习显得尤为重要。例如,教学“认识线段”时,教师让学生两手分别捏住毛线的两端,绷紧拉直,自然构成了“线段”的实物原型,进而有机地抽象出“线段”的图形,揭示出“线段”的本质特征。教学“认识平行”时,让学生观察跑道线、操场上的双杠、秋千架上的两根立柱,再根据实物原型,画出三组直线,抽象出共同点——永不相交,从而概括出平行线的定义。在二年级“角的认识”教学时,引导学生观察剪刀图、钟面上的时针和分针组成的角及五角星等实物图,在此基础上,再抽象出“角”的几何图形。

这种基于生活原型、展开类比抽象的学习方式,让学生在类比中能进行数学抽象,主动建构出数学概念,积累一定的思维经验,培养学生的推理能力。

3. 鼓励联想猜测,实现直觉类比

联想与猜测是类比推理常用的两种方法,其实,类比的实质就是一种联想。在教学中,要启发学生找出新旧知识之间的相似性和本质联系,展开联想,大胆猜测,凭借直觉进行类比推理。类比可以是知识的联想类比(包括概念、关系、性质、定律、法则等),也可以是思想方法的联想类比,还可以是解决问题思路与方法的联想类比。

例如,学过加法的交换律和结合律后,学生就能够由此联想猜测到乘法的交换律和结合律。在五年级学习“圆的周长”时,启发学生由长方形的周长是长与宽之和的2倍、正方形的周长是边长的4倍,联想猜测到圆的周长可能也与直径存在着固定的倍数关系,进而指导他们通过测量实验、分析比较找出共同点,有机地抽象出“圆周率”的概念,这些都是知识之间的联想类比。

教学“长方形面积计算公式”时,让学生用1平方厘米的正方形拼摆出不同的长方形,发现正方形的总个数正好等于长与宽的积,由此推导出长方形的面积公式。有了这样的过程和方法,学生在学习长方体的体积公式时,就会主动联想到这个方法,用1立方厘米的小正方体拼搭长方体,通过比较,主动探索出长方体的体积公式。学习“平

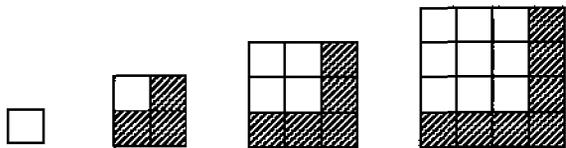
面图形的面积计算”时,可由三角形面积公式推导方法联想到梯形的面积公式推导方法。这就是过程与方法的类比,同时也渗透着数学思想方法的类比。

在教学中,教师要引导学生善于观察比较、敢于联想猜测,长于借助直觉,勇于类比发现,从而培养学生的创新意识。

4.利用数形结合,促进类比迁移

数与形是数学研究的两个对象,借助图形描述数式,利用数式解释图形,这样的数形类比能启迪思路,发现规律,发展数学思维,培养学生的创造性思维。

例如,计算 $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19$ 。解题时,先让学生尝试计算,然后引导学生观察图形,发现规律,最后再利用规律,简便计算。



$$1=1\times 1 \quad 1+3=4=2\times 2 \quad 1+3+5=9=3\times () \quad 1+3+5+7=16=()\times ()$$

这样的解题过程,将数转换成形,学生受到图形的启发,进行数形类比,能够发现“从1开始,连续奇数相加的和,正好等于奇数个数的平方”这一数学规律,最后利用发现的规律,简便地算出了得数。数形类比能起到了化繁为简、化抽象为直观、启迪解题思路和发现数学规律的作用。

5.重视验证修正,减少类比失误

类比推理是一种合情推理,它是根据新旧数学对象之间的相似性,类推得出的结论,但其结论具有或然性,未必全部正确,有时会出现形式主义错误。例如,学生根据 $a-b-c=a-(b+c)$ 类推 $a\div b\div c=a\div(b\times c)$ (b, c 都不等于0),这个结论是正确的,但根据 $a\times b+a\times c=a\times(b+c)$ 类推 $a\div b+a\div c=a\div(b+c)$,这样的结论就是错误的。解答“圆珠笔价格比圆珠笔多 $\frac{1}{3}$,圆珠笔价格比钢笔少几分之几?”这道题目时,学生会错误地以整数计算的,得出“圆珠笔价格比钢笔少 $\frac{1}{3}$ ”这一错误的结论。学习“平行四边形的面积公式”时,有的学生往往根据长方形的面积=长 \times 宽,错误地类推平行四边形面积=底 \times 邻边。

学生之所以出现上面的类比错误,就是因为未能找到知识间的本质联系,且没有经过检验。

为减少类比失误,提高类比结论的可靠性,教师要让学生学会举例验证猜想,用反例揭示猜想中不合理的部分,逐步修正完善,以提高类比推理结论的正确性。比如,在五年级学习“3的倍数的特征”时,学生往往根据2、5的倍数的特征,类比猜想:个位上是0、3、6、9的数,这个数就是3的倍数,显然,这个结论是错误的。教师可引导学生用10、13、16、19、23、26、29等反例来验证,证明猜想是错误的。接着,再让学生分别用3颗数珠、4颗数珠在计数器上拨出不同的两位数,再与百数表中的3的倍数相对照,说说自己的发现。学生经过讨论能够发现,拨出的数是不是3的倍数,而与所用数珠的颗数有关这一结论,继而让他们再拨一些100以内是3的倍数的数和不是3的倍数的数,并分别数出所用算珠的个数,通过观察和比较,再次做出猜想,如果一个数各个位上数的和是3的倍数,那么这个数可能就是3的倍数,最后再让学生举出多个不同的多位数,并且及时用计算器逐一进行验证,得出结论证明第二次猜想是正确的,从而发现了3的倍数的特征。通过这样的教学,学生充分经历了初次猜想 \rightarrow 举例推翻猜想 \rightarrow 再次猜想 \rightarrow 验证猜想 \rightarrow 归纳结论的过程,使其感受和体验更加深刻,对特征的理解更加透彻,也会积累丰富的数学思维经验。

类比推理可以获得猜想,发现结论,但要使结论具有可靠性,还要与演绎推理有机结合,进行猜想的验证和结论的证明,从而提高类比推理结论的正确性。如经过猜想和验证,得到了3的倍数的特征后,还可以进行演绎解释,证明结论,让学生从数理上理解特征。先以15为例,借助小棒演示,把15中的10,分成9和1,9一定是3的倍数,因此,只要看余下的1和5合起来的数是不是3的倍数,就可以判断15是不是3的倍数了。经过这样的合理解释,学生对“3的倍数的特征”的理解会更加深刻,也使获得的结论更具说服力。

上面的探索过程,既应用了类比推理,也体现了类比推理与演绎推理的有机结合,保证了结论的可靠性。

参考文献:

- [1]中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2011年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2012.

[责任编辑:赵 滨]