**《高中数学HPM案例的二次开发和实践研究》**

**课题研究中期评估报告**

**执笔人：侯卫婷**

**一、研究基本情况**

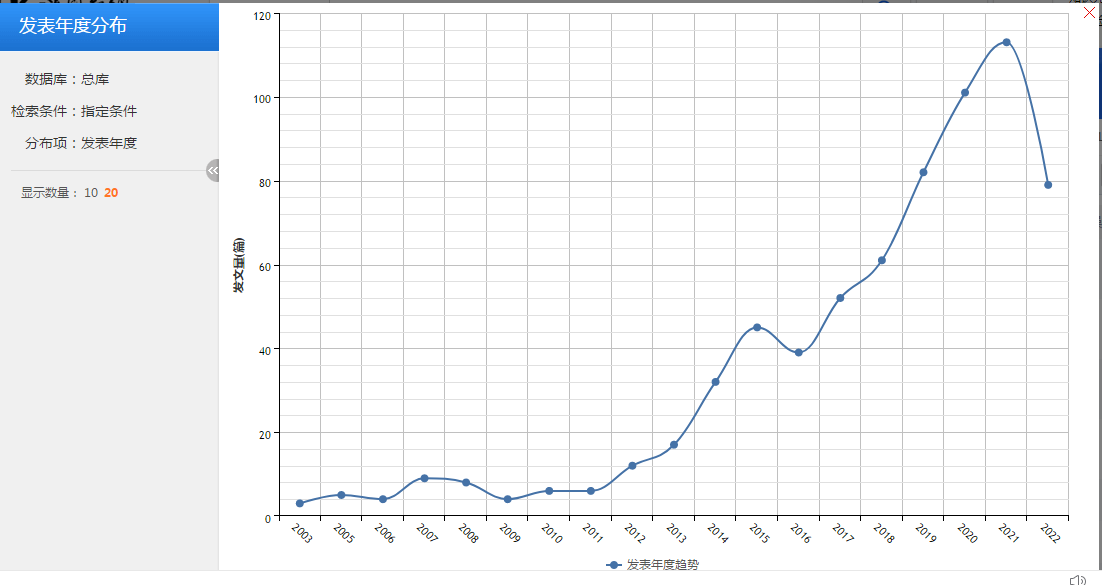
**（一）研究现状与发展趋势**

国外：1972年，琼斯，罗杰斯等组建“数学史与数学教学之关系国际研究小组”，标志着数学史与数学教育之关系作为一个学术研究领域的诞生。四年后，在德国卡尔斯鲁尔举行的第三届国际数学教育大会上，HPM正式成立，隶属于国际数学教育委员会。此后，人们从单纯的理论探讨转向HPM课堂实践。1991年，英国数学史家福韦尔基于已有的研究文献，总结了数学史15种教育价值。2000年，扎纳基斯和阿卡维总结了数学史对丰富教师知识储备的重要意义。2004年，美国数学史家卡茨带领团队编写了《用于数学教学的历史模块》一书，供数学教师使用。2004年，希腊学者左姆巴拉和扎纳基斯给出历史相似性研究成果。

国内：1.数学史家钱宝琮先生（1892-1974）于20世纪20年代相继在南开大学、浙江大学、华东师范大学开设数学史课程。2.1998年，张奠宙教授飞赴马赛参加了HPM会议。张教授回国后撰文呼吁重视数学史在科学教育中的应用，并在国内第一次提出“HPM”这个术语。

3.华东师范大学汪晓勤教授团队具体探讨了HPM的历史渊源、研究内容和方法，以及有关HPM的一些案例。汪教授团队研究成果斐然，提出了基于数学史的教学设计的范式，具体来说，在设计中对史料的应用主要有点缀式、附加式、复制式、顺应式、重构式五种，是目前国内关于HPM的最先进理论。4.2004年，西北大学举办第一届全国数学史与数学教育会议，此后一直到2020年，共举办了十届。

从98年至今，HPM的研究已经走过了二十多年，一大批高校研究人员和一线教师的参与，使得国内的HPM研究从无到有，从理论到实践，积累的大量的资料和实践案例。笔者在知网数据库以主题“HPM教学研究”进行搜索，共有672篇相关文章被收录。



其中，12年到15年，18年到21年两个时段，是HPM研究较为火热的时期。12年到15年发表的文章，比较集中于HPM的课堂教学案例，侧重于史料在课堂教学设计、课堂教学实践中的应用和反思，这个阶段的研究以实践为主，较少涉及到系统性的研究。在第二个时段中，除了教学案例的稳步增长外，HPM研究还体现出了视角，方法和高度的变化。

2017年，李学良等在《测量与分析HPM教学方式对学生数学成就动机的影响》中研究了HPM教学对学生数学成就动机的影响。2018年，余庆纯在《HPM微课在和角公式教学中的应用》中研究了HPM在微课中的应用方式和作用，为HPM应用打开了一个新天地。2019年，樊斌霞在《教师开展HPM教学的策略研究》中通过分析数学史融入数学教学过程中存在的问题:数学史教学材料不足、教师无法灵活应用HPM教学方法。提出针对性的解决方案:师范教育中开设数学史与HPM方面的课程、教师要明确HPM教学准则,分层次循序渐进地发展HPM教学能力。2020年，郭莎在《HPM视角下的小学数学规则教学研究》中将视角下探到了数学规则的教学，认为HPM有利于学生多层次，多角度的理解数学的发生发展过程。2021年，张继明在《从知识本位到素养导向：HPM与小学数学教学模式的革新》中提出HPM对教育模式革新的重大影响效应，教学中引入HPM,把知识、教学与学习者直接或间接的生活体验相联系,建立数学知识的"境遇性",重构和优化了数学教学体系,教师专业发展能力得以提升,学生数学素养得以发掘。2022年，齐春燕在《HPM教学实践对高中教师HSCK影响的实证研究》中提出HPM研究与高中教师HSCK的正相关性，HPM的理论与实践研究能大幅提升教师的HSCK。

基于上述文献，我们可以看出教育领域越来越重视HPM，HPM不仅有利于教师的教，也有助于学生的学，能更好地展现数学的本质。笔者在对上述文献进行了研究的基础上发现目前大部分的研究是高校中教师进行的理论研究，基于高中课堂教学实际的案例偏少，认为以下几个方面需要进一步深入研究：(1)史料的收集，整理和解读的方法与效率问题。（2）结合实际学情，对现有案例的学习研究和二次开发问题。（3）研究适合本校学情的HPM教学案例的整理和编写问题。（4）基于本校学情的HPM校本课程开发。

**（二）意义与价值**

HPM研究表明，数学史对于学生的数学学习和教师的专业发展都有着重要的促进作用，数学史营造了不一样的数学课堂，改变了学生，改变了教师。因此HPM受到广大一线教师的喜爱。在未来，实践研究和教师专业发展仍将是HPM领域的研究课题。

要开发一个理想的HPM课例，既需要有好的历史材料，也需要有好的教学设计，就像一道好菜，既需要有好的食材，也需要有好的烹饪技术。中学数学教师手头往往缺乏合适的历史材料，而一个刚刚进入HPM领域的新手往往对于史料的运用方式不甚了了。于是，在国内HPM领域出现了“高评价，低应用”的现象。知易行难，我们何曾缺少过理论和理念？我们缺少的是精彩的教学案例。就HPM实践而言，教师的困难主要体现在心中无信念、手头无史料、课上无时间、胸中无方法、身边无同道这五个方面。

事实上，做HPM研究必须要高校研究者和中学实践者互相合作，进行“大兵团作战”，方能建功，其投入是巨大的。作为一个小团队，很难像汪晓勤教授团队那样做先驱者和领路人。所以我们选择做追随者，通过学习汪晓勤教授团队已经开发出来的教学案例，进行二次开发。其好处有：1.减少了寻找和研究史料的成本，同时还充分保证了史料的适切性，降低了准入门槛。这样一来，我们可以将精力更多的投入到精读史料，充分理解史料的数学和历史内涵，互相讨论对史料的学习心得，解构史料的各个部分对教学的作用以及整体性的意义提取上。另外，对这些“面向教学的数学史知识”的研读，也对团队成员以后自己在寻找和辨别史料上提供了宝贵的经验，让他们站在巨人的肩膀上，更好更快的发展，为后续的深层次学习和实践打下基础。2.团队成员大都是工作5年以上的有经验的成熟教师，对于案例中的教学设计的部分，能做到独立判断而不盲从照搬。我们注意到汪教授团队中的一线教师来自全国各地，教授班级的学生水平也大不相同，差异性明显。我们的研究范围较小，面向的学生水准也基本一致，这样就能在这个细分领域内更充分的展开对个性化问题的研讨，以点对点用力的方式进行更精细化的教学设计，更好发挥史料的价值。

基于以上两点，本课题的研究价值：

1.能够让学生提高数学学习的兴趣，扩大视野，以更全面，更客观，更丰富方式参与到数学学习中来。这对于培养学生的核心素养，实现立德树人的教育总目标，是有巨大的加成作用的。

2.通过研究、实践和总结，不仅可以为广大一线教师的后续学习和实践提供可参考的教学案例，教学时事半功倍。同时，也能积累一批教学案例资源，为后续的更深入研究打下基础。

3.为校本课程提供丰富的课程资源。数学史料的价值是巨大的，要充分发挥其价值，就要多维度的开发它。在校本课程中，数学史料的使用可以更自由，观点可以更开放。如果说，在常规教学设计中，数学史料作为一个知识平台能够让学生更充分感受数学的理性之光，那么校本课程上，作为一个历史环境，它也可以让学生更真实的感受到数学文化的历史演进。

**（三）概念与界定**

**1．核心概念**：

（1）HPM

通常，我们把数学史与数学教育的研究统称HPM。其研究的课题包括理论探讨（为何与如何）、教育取向的数学史研究、数学史融入数学教学的实践研究、历史相似性实证研究、教师专业发展研究、数学史融入数学教材研究等。

（2）HPM教学案例

数学史融入数学教学的实践和案例开发是HPM研究的重要方向之一。所谓“HPM视角下的数学教学”，是指借鉴数学知识的发生发展、再现历史上的数学思想方法、充分利用数学历史资源的数学课堂教学，所涉及的数学史料包括人物、事件、概念、术语、公式、定理、问题、思想、方法、符号、工具等。其运用方式有附加式、复制式、顺应式和重构式四种。

HPM案例，是指以解决某个教学问题为主旨、将数学史融入具体知识点教学的案例，包括教学的源起、设计、改进、实施、反馈和评价整个过程。

（3）二次开发

对于已经使用过的资源，从更深的层次来进行挖掘其价值，以更多的维度来丰富其功能，用更广的角度来辨析其情景，从而达到资源的充分利用以及使用者对资源内涵和功能认识的进一步提升。

（4）HPM教学案例的二次开发

指对已经实践过的HPM教学案例进行再次的全面研究，剥离其中的史料部分进行二次研读，务求全面深入，分析其前次教学实践的优点和不足，找到其成功的原因并争取在二次实践中复现，复盘其不足找到改进的方案并在二次实践中进行检验。

**2．本课题界定**: 本课题中的研究依托历史文献研究，立足教学实践。研究对象为我校学生，通过对HPM已有案例的分析，拆解，结合我校学情，进行案例的二次开发，最终形成一批适合我校学生的HPM教学案例。

**（四）目标与内容**

**1.研究目标**

（1）深度攫取HPM案例中的史料价值，完成基于本校学生实际情况的史料解构和意义提取。

（2）多元开发HPM教学案例，同课异构，同构异课，找到史料使用的一般性方法范式。

（3） 提供校本课程的课程资源，多角度开发史料，提升史料价值。

**2.研究内容**

（1）HPM史料精读。

对于案例中的史料，通过文献搜索找到相关资料进行横向和纵向对比，为历史相似性研究做好充分的知识和理论储备。同时，对史料进行二次加工，通过切割、裁剪和补充，找到最适合本校学生的史料集。既为教学设计做准备，也为校本课程提供资源。

（2）HPM案例分析，找出适合我校学情的一般性范式。

主要工作是将案例中的史料与教学设计拆开分析，探究基于史料的教学设计中的“为何”与“如何”的问题。因为有较为详实的课例资源，所以可以从课前准备，课中实践和课后反思三个方面来复盘案例教学的得与失。

（3）二次开发的实践研究。

给出适合本校学生的HPM教学案例并进行实践。主要内容有:①已有课例中的优点能否在实践中复现（同构异课），如果可以，归纳其一般性；如果不能，问题出在哪里，该如何解释和解决。②对比分析对于史料的不用运用方式其效果如何（同课异构），检验基于本校的新HPM教学设计是否达成预期效果并进行归纳总结。

（4）校本课程资源积累。

将史料进行至少两个维度的收集和裁剪，做成两个史料集。校本课程中的数学史课程，可以以更充分，更人文，更全面的方式展示数学在历史上发生发展的过程，展示数学家矢志不渝、攻坚克难、求知求智的精神气质。

**3. 研究方法**

（1）文献研究法

通过文献研究，了解与课题相关的问题的研究情况和素材，充分吸收和借鉴别人的研究成果，制定适合课题的研究方案。

（2）案例研究法

通过广泛收集的高质量HPM案例，充分学习其中的两个核心部分“史料”和“设计”，以及两者之间互为因果的有机联系。

（3）问卷调查法

通过前测和后测问卷，对师生进行问卷调查，了解二次开发案例实施后的效果和影响，为总结和改进提供现实依据。

（4）归纳提炼法

通过对二次开发案例和原始案例的对比分析，结合教学实践，总结归纳成功的部分并上升到一定的理论高度，对于存疑和暂时失败的部分进行归因分析，为以后的研究储备素材。

**二、研究过程**

**（一）研究历程的概述**

第一阶段(2021年5月～2020年8月)为研究准备阶段。主要做以下工作：

（1）5月：组织申报，完成申报报告。

（2）6月：筹备队伍，任务分解、制定实施方案并交流研讨。

（3）5月～8月：HPM理论研究：资料准备、提出研讨学习的书籍目录、理论学习体会总结等。

第二阶段(2021年9月～至今)为研究实施阶段。主要工作有：

（1）召开课题组成员会议，布置课题研究任务。

（2）完成“HPM”理论指导作用这部分内容的研究，总结其成果。

（3）重点研究“高中数学HPM案例的二次开发和实践研究”在课堂教学中的应用。主要内容有： ① 课堂教学调研：通过听课、说课、评课，加强对各年级数学学科的过程管理、理论学习，对高中数学HPM教学在课堂教学的实践进行调研，并予以评价。

② 专题研讨，设置的专题主要是围绕“高中数学HPM案例的二次开发和实践研究”的基本内容、模式、学习方式等。

③组织课题组老师参加各级各类培训，听课活动活动，开阔视野，拓宽思路。侯卫婷老师参加江苏省卓越教师培训，所有老师积极参与校内外的公开课活动和教研活动，向学科专家和优秀同行学习。

④ 形成“高中数学HPM案例的二次开发和实践研究”在课堂教学中的阶段成果总结。

**（二）研究内容的展开**

**1、做好开题论证，明晰研究内容**

课题于2021年6月24日顺利开题，课题组邀请了教授级高级教师李金蛟、高级教师刘林才、高级教师万春锦参与本次开题会。通过开题论证，明确课题研究内容、课题方案、课题研究实施计划以及每一位成员的分工等。周宇航负责现状调查，刘红艳、王苑、谈佳丽、王逸楠负责课例收集，侯卫婷、范云、张新胜、姚素娟负责理论研究。刘林才、万春锦分别对课题组报告要点进行了点评，并提出建议。并一致认为本课题选题很有价值，很有意义，目标定位准确，研究内容针对性强。李金蛟教授指出目标内容很具体，但可以更加细分，有侧重点，要具有前瞻性、创新性、现实性、可能性。根据李教授提出的意见，我们经过研讨后重新细化我们的研究内容，所研究案例先适应本校学生，然后再辐射到其他学校，并且把具体史料的收集内容细分给个人，每人研究一项内容，比如说数列，解析几何等，再分享给其他老师。

**2、设计调查问卷，了解本校师生的史料素养。**

为便于实施HPM教学，开展精准教研活动，课题组通过问卷调查了解高一高二学生以及全校数学教师对数学史的了解情况。问卷内容设计包括数学历史，数学名人，对数学史融入课堂的看法等等。采取网络匿名调查形式，参与调查总人数为524人。

学生问卷中提取的主要数据有：学生对数学史的了解程度（通过几个典型案例），学生对数学史的兴趣，学生对本课引入的数学史内容的评价，学生对借助史学史进行数学教学的效果评价，学生在课堂教学后的教学效果评价，学生对本课的感受和建议。

教师问卷中提取的主要数据有：教师对数学史的了解程度，教师对数学史引入数学教学的态度，教师对本课所引用的数学史材料的评价，教师对本课中数学史材料对教学所起作用的评价，教师对本课的感受和建议。

![D:\Documents\Tencent Files\944094102\FileRecv\MobileFile\Image\A[8B6VIEQ3J6U~B1](MKAG3.png](data:image/png;base64,)



通过学生问卷和教师问卷，我们发现，学生和教师对HPM引入的数学课堂教学都高度认可。学生普遍反映，通过HPM来完成的教学，概念清楚，印象深刻，课堂生动，内容丰富，效果跃升。老师则普遍认为，通过HPM来完成的教学，不仅提高了课堂的效率，增进了师生的学习互动和情感交流，同时也大大提升了师生双方的文化内涵，实现了互相的成就和成全。

调查问卷见附录1

**3、开展研讨沙龙，提升教师的HPM理论水平**

本团队认为，HPM研究，至少需要二个方面的理论学习：一是数学史，二是数学思想。两者互为表里，没有史料作为载体，数学思想就是空洞的话语，没有思想的指引，数学史料就是机械的文字。我们把史料的收集工作分给每一位成员自行完成，筛选的工作则在沙龙上共同讨论。提供史料的成员，既要把自己的收集内容介绍给全体成员，还要对史料背后的数学思想做一个个性化的解读。然后，全体成员针对这份“生鲜”进行广泛讨论，既要从中选择能真正进入课堂的“熟菜”，也要对材料背后的数学思想进行脉络梳理和理念统一。为此，团队要求每一位成员认真学习《数学思想发展简史》（袁小明，胡炳生，周焕山著），《古今数学思想》（M.克莱因著）《数学史与高中数学教学》（汪晓勤，沈中宇著）等著作并在沙龙中进行心得交流。通过这些学习，成员的理论素养有了实质性的提升，在结合具体史料的讨论中，往往能做到有的放矢，切中肯綮。

第一次沙龙(2021.09)：张新胜老师主讲，他主要研究了椭圆的概念，现在课堂教学中椭圆概念的引入方式丰富多样，有的是基于旦德林双球模型引入，这样很好地将椭圆的截线定义与轨迹定义衔接起来. 有的是通过折纸活动引入，这种引入方式充满趣味性，而且很好地体现了圆锥曲线的统一性. 还有的是基于“椭圆是压扁的圆”这一直观现象来导入，这种导入方式很符合学生对椭圆的直观印象，体现了圆与椭圆的密切联系. 但是在教学过程中较少涉及数学史角度，偏重于解题方面的研究. 张老师结合现在椭圆的教学现状及学生的认知基础，对椭圆的概念的教学设计研究遵循数学知识发生、发展历程，考虑学生个体认知水平、心理特点，恰当地将数学史融入教学中，采取的是发生教学法.通过研究椭圆的历史可以发现，椭圆概念的发展经历了椭圆的发现、截线定义的产生、椭圆的基本性质的发现、焦半径性质的发现、轨迹定义提出、椭圆方程的推导. 张老师以“阿波罗尼斯圆”引入，学生通过动手操作、总结归纳等探究性活动得到椭圆的定义. 再结合数学史引出“旦德林双球模型”，既让学生感受亲身经历知识形成的过程，体验和享受数学发现的快乐，又激发了学生思考和探究的兴趣.

第二次沙龙(2021.11)：范云老师主讲，她主要研究了指数函数的概念，指数函数的概念大致经历了四个发展阶段。第一阶段：正整数阶段，早在公元前2700年左右，两河流域泥板书上就已记录了等比数列的问题，中国古代和古印度数学文献都有记载，如《孙子算经》中的“出门望九堤”问题。第二阶段：实数指数阶段。在解决与幂相关的实际问题时，难免出现幂指数不是实数的问题，古人采用线性插值问题加以解决。1637年法国数学家笛卡尔创用正整数指数符号，牛顿等人又将负指数，分数指数加到笛卡尔的记法中。第三阶段：指数规律的几何研究。1661年荷兰数学家惠根斯绘制了指数曲线，并证明了它的指数性质。第四阶段：指数函数的形成阶段。1748年欧拉在《无穷分析引论》中将“指数为变数的幂”称为指数函数。我们在教学中可以通过古人研究过的问题进行引入，带着学生顺应指数函数的发展阶段，以发生的方法引入教学概念，在帮助学生更好理解概念的同时，营造探究之乐。

第三次沙龙(2022.03)：侯卫婷老师首先通报了上学期的研究情况：1、课题组侯卫婷老师，范云老师，周宇航老师在高二开设了校本课程《数学史》。2、在高一，高二两个年级进行了问卷调查，了解学生的数学史修养。3、上学期所有老师都开设了研究课，但文字成果略有欠缺。4、课题组内谈佳丽老师，郭影影老师，刘红艳老师在学校组织的青年教师基本竞赛获奖。其次，侯卫婷老师带领组内老师学习了《HPM视角下的指数函数概念教学研究》、《基于HPM视角下的对数教学探索》、《HPM视角下深度学习课例开发》这三篇文章，探讨了课题相关文章的撰写模式，对各位组员提出要求，争取把研究成果文字化，促进自己的专业发展。

第四次沙龙(2022.05)：刘红艳老师主讲，她主要研究了对数的概念。从16世纪开始，天文学，航海贸易呈现出了迅猛的发展，对于科学家来说，每天最为繁重的任务就是大量复杂的计算，因此简化计算成了迫切需求。纳皮尔发明了对数，其后布里格斯对其进行改造，退出了常用对数。对数公布于世之后，经历了三个阶段：1、简化运算的想法；2、对数表的发明；3、指数对数之间的关系。教学中可以通过重构历史的方式帮助学生理解对数，使学生了解对数的发生背景及演变过程，体会数学家坚持不懈的精神。

第五次沙龙（2022.09）：侯卫婷老师向各位成员分享暑假参加"省卓越教师”培训心得。主要分享了两个讲座，第一个是南通教师发展学院副院长冯卫东的讲座《与中小学优秀教师谈教学主张》，他指出成为优秀教师那就是要凝练出自己的教学主张，这样不仅促进了自己的专业发展，还能让学生受益，一举两得。其实对教育教学每位老师都有一些自己的想法和经验的，只是相对零散，不够系统和深度，后面我们要加强理论学习，从教育基本理论，教材教法分析，教学课例研究等方面，用不同层级的教育理论来凝练自己的教学主张，并应用于实践，实现师生共同发展。第二个是启东市教师发展中心主任王晓东的讲座《核心素养时代的数学教学与评价》，他提醒我们要转变观念，重视概念教学，在教学中要发展学生的辩证思维，批判性思维，创造性思维，要为理解而教。在课堂中要进行有意义的师生交流，把学生思维的提升放在首位。在作业设计的时候要减少死记硬背和机械性刷题的现象，要注重问题的开放性。

**4、围绕课题开课，研究史料使用的一般性范式**

实践是检验真理的唯一标准，也是团队成员最用心用力的研究部分。由于本团队的定位是二次开发，也就是已经有珠玉在前，团队成员既要能很好的理解和继承前面案例中的优点，又要能结合本校学生的实际情况进行调整和改变，所以在进行教学设计时，我们要求每节课的开课老师在教案中回答以下问题：

1. 我对案例中史料使用的理解是：
2. 我根据本班学生实际做出的设计是：
3. 我的教学预期是：

而在每次听课结束后，全体成员要对这些问题做出讨论，提出意见和建议，最后由上课老师行成案例。

数学史料的使用方法：

数学史料

工具与符号

思想与方法

公式与定理

问题与求解

概念与术语

人物与事件

重构式

附加式

复制式

顺应式

HPM视角下的教学设计

数学史料选取的原则：趣味性、科学性、有效性、人文性、可学性

例：《等比数列的前n项和》

刚开始的设计：附加式

让学生了解等比数列的前n项求和的历史发展，学生惊叹于古人的智慧，但是对于等比数列到底怎么求和，学生还是不清楚。

讨论之后的设计：复制式和顺应式



从莱茵德纸草书上的一个问题： ，



祭司们发现： ，引导学生思考，发现



从而求出 ，再推广到一般情况。

直接采用历史上的问题，稍作改变以适应课堂教学，学生通过自己发现，探索

得出结论，这样的过程有效，可学，科学，效果较好。

评课记录见附录2

**5、开设校本课程，激发学生学习兴趣**

我们在高二开设了“数学史”校本课程，受到学生的欢迎。开设HPM的校本课程，既是为了弥补常规课程中的缺憾，也是增加教师HPM实践研究的必须。常规课程，受到课时、进度、时序等诸多限制，团队成员往往压力较大，担心准备不充分，设计不全面，效果不可逆。校本课程很好的弥补了这些缺憾，团队成员可以更充分，更全面的使用素材，多角度、多层次的与学生展开互动，更从容，更专注于HPM本身。使得团队研究的素材更丰富，机制更健全，研究、教学、反思的循环更良性化。

学生学习感受

生1：最早选课的时候，我不想选这个的，因为我数学水平一般，兴趣也不大，是我同学拖着我一起上的。上过之后，我觉得这个课和我想象的不太一样。首先，它不枯燥，不是让我们做高考数学题或者奥数题；其次，它不是简单的讲故事，我第一次知道数学原来不是天才数学家的发明，也不是按照定义和性质，使用方法和技巧去做千百道题目。我很喜欢老师讲的那句话：数学家也不是24小时都是数学家。

:生2：这个课很有意思，因为我能跟着老师一起研究数学知识的创造过程。历史是古人和今人的对话，数学史就是我们和数学家的对话。上过这个课后，有时学到新的知识，我还能想起老师在校本课程上讲的一些典故和思想，这增加了我对数学知识的理解。

数学史校本课程纲要见附录3

**6、成立校名师工作室，寻求校际合作**

为了扩大课题研究成果的影响，主持人侯卫婷老师成立了校名师工作室，召集了校内一批业务精湛，教研能力强的年轻教师参加到这个研究中来。众人拾柴火焰高，组员们用高效的工作，把研究带到了一个新的高度，多元的想法，创新的教法，务实的做法，使得工作室积累了大量的第一手资料，这又鼓舞了大家的干劲，工作室目前研究氛围浓厚。成员们在内部交流之余，也把目光放到了更广阔的天地，如果能得到更多的指导，更多的资源，必能把研究推向一个新高点。所以，主持人侯卫婷老师积极寻求校外合作，与市内其他高中的工作室形成联动，以期用他山之石，来攻本课题的研究之玉。本学期，计划在11月下旬邀请联盟校的老师来校开展同题异构活动。

**三、阶段成果**

教师在教学实践中“数学HPM”意识普遍增强，课题研究促进了学生的个性发展与教师的专业发展，带动了教学质量的提升.组员们对史料的解读能力增强，对史料的解构以及史料的教学切入能力也在稳步提升，是“来料加工”的一把好手。课题组成员紧紧围绕课题方案，积极开展课堂教学实践研讨活动，形成了浓厚的教学研究氛围.对于多元开发已有案例，是全组工作的核心，也产出了丰富的成果。通过采用同课异构和同构异课的方式，我们已经能把握住HPM教学的脉络。同时，积极发挥骨干教师课堂实践和课题研究的引领作用，形成研究课堂、研究评价的浓厚氛围.鼓励教师积极进行教学回顾、反思活动，每节研究课都要形成教学案例与教学反思，并在组内开展充分的研讨、交流活动，促使教师在教学过程中不断思考自己的教育理念和行为，不断总结得失、深化认识，从而提高教学质量,促进教师的专业成长.这些资源又成为新一阶段研究的起点，在校本课程等多个领域发挥新的作用。

**（一）理论成果**

**（1）论文发表**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 作者 | 文章 | 刊物 | 级别 |
| 侯卫婷 | 《循史探源，借古法为今知——HPM教学课例》 | 《教育周刊》2022.10 | 省级 |
|  | 《让数学抽象拾级而上——数学抽象能力培养的实践研究》 | 《数学教学通讯》2021.11 | 省级 |
| 张新胜 | 《HPM视角下“点到直线的距离”的教学实践》 | 《高中数学教与学》2022.08 | 省级 |
| 姚素娟 | 《论高中数学课堂中合作学习的培养》 | 《教师博览》2021.07 | 省级 |
|  | 《利用三射线定理巧求空间角》 | 《高中数学教与学》2022.02 | 省级 |
| 范云 | 《关于高中数学教学情境创设适切性的探究——以《任意角》的教学为例》 | 《数学之友》2022.01 | 省级 |
|  | 《一道解析几何题的解法探究和反思》 | 《新智慧》2021.09 | 省级 |
| 刘红艳 | 《注重探究学习，发现数学核心素养——以“二项式定理”教学设计为例》 | 《中小学数学》2021.10 | 省级 |
|  | 《基于数学核心素养的数学可视化教学设计——以“外接球”为例》 | 《教学与研究》2022.10 | 省级 |
| 郭影影 | 《借高考题探单项选择题解题策略》 | 《数学之友》2022.01 | 省级 |
|  | 《基于高中数学核心素养的教学情境创设——以“基本不等式”情境引入为例》 | 《中学数学研究》2022.04 | 省级 |

**（2）论文获奖**

2021年7月暑期新高考案例评比中

郭影影：《聚焦单元 凝炼方法 直击高考-“单项选择题解题策略”案例分析》二等奖

谈佳丽：《课堂教学素养为本，综合考查思维先行》三等奖

王逸楠：《引领自主学习 发展核心素养》三等奖

**（3）形成案例（见案例集）**

刘红艳 《二项式定理》 张新胜《点到直线的距离》

侯卫婷《等比数列的前n项和》 张新胜《椭圆及其标准方程》

范云《任意角》 谈佳丽《任意角的三角函数》

王逸楠《函数的单调性》 王苑《同角三角函数》

郭影影《抛物线定义》 周宇航《向量》

王苑《同角三角函数》 李寅《椭圆几何性质》

**（二）实践成果**

**（1）公开课：**

**校际**

范云 《抛物线的几何性质》 党建“双培工程”四校联合开课2021.10

郭影影《对数的概念》 常州市第三中学，三河口高中联合开课 2022.09

**校内**

王逸楠《试卷讲评》2021.05 刘红艳《直线与平面垂直》2021.05

范云《解析几何复习》2021.05 王苑《复数复习》2021.06

侯卫婷《圆与圆的位置关系》2021.09 郭影影《直线的方程及位置关系》2022.01 侯卫婷《随机变量的均值》2022.03 姚素娟《习题课》2022.03

王苑《二项式定理》2022.05 李寅《二项式定理的应用》2022.05 谈佳丽《古典概型》2022.06 王逸楠《立体几何习题》2022.06

刘红艳《离散型随机变量》2022.06 谈佳丽《圆的方程》2022.09

周宇航《指数函数的应用》2022.09 谈佳丽《双曲线的定义及标准方程》2022.10

王逸楠《双曲线的几何性质》2022.10

**（2）教师专业发展**

张新胜：常州市高中数学教师基本功竞赛市区二等奖 2021.08

刘红艳：校年度能手2021.09，校青年教师基本竞赛三等奖2021.12

王逸楠：校年度新秀2021.09

范云： 校教学之星2021.09

谈佳丽：校青年教师基本竞赛二等奖2021.12

**四、问题与展望**

通过近一年多的研究与实践，我们取得了初步的成效，但我们深知我们的课题研究工作还有一些不尽如人意的地方；由于本课题组成员都是一线老师，对课题的理论建构能力显得不足，对于“HPM”教学的理论研究没能站在一定的高度去实现。

**（一）研究存在的问题**

1.理论深度不够，导致史料的深挖和课堂教学中出现的新问题不能及时有效的回应。我们深知，这不是一时一日之功，但要靠每时每日之功。

2.史料收集的能力有限，对中国古代史料的解读能力和国外资料的收集常常有心无力，只能寄希望于较为成熟常用的那些，或者眉毛胡子一把抓。

3.使用的场景和范围较为有限，虽然针对本校学生较为有效，但无法形成更普适性的案例。

4.成员间对史料和数学思想的理解有时存在较大差异，也因此导致课堂评价上无法生成更高的总结。

5.对本课题研究的实践价值、理论价值如何进行进一步的总结提升，形成具有较大影响力的理论和实践成果。

（二）**下阶段研究计划**

1.继续深化理论学习，做好知行合一的必要准备工作。

2.邀请专家进行课例点评，提高团队整体的认识程度，做到让研究不僵化，不形式化。

3.增加课堂教学观察的角度和评价的维度，让课例的价值最大化。

4.积极撰写论文，形成更有价值的资料。

**附录1：**

高中数学教师数学史调查问卷

尊敬的老师，您好！为了了解数学史在高中数学教学中的融入情况，我们编制了这番调查问卷，您的回答是我们研究的重要资料，请您根据自己的情况如实填写，诚挚地感谢您的帮助！

你的年龄段

A.20-30 B.30-40 C.40-50 D.50-60

你任教的班级

A.高一 B.高二 C.高三

1. 你认为有必要在教学中融入数学史吗啊？[单选题]

A.很有必要 B.比较有必要 C.不太有必要 D.没有必要

1. 你认为数学史对学生的学习有帮助吗？[单选题]

A.很有帮助 B.比较有帮助 C.不太有帮助 D.没有帮助

1. 你认为教学中榕树数学史做好的方式？[多选题]

A.重构知识的发生发展历史，以发现法来呈现? [多选题]

B.利用历史名题，古算题编制数学题

C.利用数学史创设情境，帮助学生理解

D.穿插在教学中，装饰点缀教学活动

1. 你是否给学生介绍过教材中的数学史阅读材料？[单选题]

A.全部介绍过 B.大部分介绍过

C.小部分介绍过 D.没有介绍过

1. 你是否有意识的再课堂中使用数学史料? [单选题]

A.经常结合教学内容使用 B.偶尔想起时使用

C.很少使用 D.从来不使用

1. 你在课堂中使用的数学史内容主要有? [多选题]

A.数学家故事 B.经典数学游戏

C.经典数学名题 D.数学知识的发展历史

1. 在数学教学中融入数学史，可以提升学生学习数学的兴趣？[单选题]

A.赞同 B.基本赞同

C.中立 D.反对

1. 在数学教学中融入数学史，可以帮助学生加深对数学概念、方法、思想的理解？[单选题]

A.赞同 B.基本赞同 C.中立 D.反对

11.最早把π计算精确到3.1415926至3.1415927之间的人是( )。 [单选题]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A.祖冲之 | B.刘徽 | C.秦九韶 |

12.负数最早产生于哪个国家？( ) [单选题]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A.中国 | B.古印度 | C.古希腊 |

13.《几何原本》的作者是( ) [单选题]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A.欧几里德 | B.柏拉图 | C.欧道拉斯 |

14.在你的心目中牛顿是( ) [多选题]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A.数学家 | B.物理学家 | C.化学家 |

15.历史上“代数学之父”指的是数学家( ) [单选题]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A.婆什迦罗 | B.花拉子米 | C.丢番图 |

16.法国数学家( )发表的《方程的认识》阐明了方程的根与各项系数之间的关系。 [单选题]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A.帕斯卡 | B.韦达 | C.帕西奥里 |

17.在国外，数学家们把a2+b2=c2叫作( ) [单选题]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A.毕达哥拉斯定理 | B.拉格朗日定理 | C.费尔马定理 |

18.勾股定理在中国最早记载在( ) [单选题]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A.《周髀算经》 | B.《九章算术》 | C.《海岛算经》 |

19.阿拉伯数字是由( )人发明的. [单选题]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A．阿拉伯 | B.印度 | C.中国 |

20.黄金分割数是( )发现的. [单选题]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A.杨辉 | B.欧多克斯 | C.莱布尼茨 |

21.一次方程组的研究最早收入在我国哪一部数学著作中？( ) [单选题]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A.《周髀算经》 | B.《九章算术》 | C.《孙子算经》 |

22.契丹算法亦称中国算法、万能算法，指的是( ) [单选题]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A.天元术 | B.盈不足术 | C.重差术 |

**高中生数学史素养调查问卷**

同学,你好！为充分地了解和掌握你的数学史素养,更好地开展教学工作,促进教学改革,为广大同学服务,特进行此次问卷调查，此次调查仅限于科学研究,采取不记名填写方式,请同学认真地作答！在此表示感谢！

您的性别 [单选题] \*

|  |
| --- |
| ○男 |
| ○女 |

您所在的年级 [单选题] \*

|  |
| --- |
| ○高一 |
| ○高二 |
| ○高三 |

1.你喜欢数学的历史吗？(　) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.喜欢 | ○B.无所谓 | ○C不喜欢 |

2.你读过有关数学家的传记吗？( ) [单选题] \*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ○A.没有 | ○B.读过，不多 | ○C.读过很多 | ○D.没时间 |

3.你认为数学教材中数学史的内容是否丰富? ( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.丰富 | ○B.还可以 | ○C.不丰富 |

4.你希望数学史的知识以怎样的形式穿插在数学教材中?( ) [多选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| □A.以阅读材料的形式 | □B.在教学内容的正文中穿插 | □C.以注解或傍注的形式 |

5.你认为数学课上介绍数学史有无必要? ( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.有 | ○B.没必要 | ○C.无所谓 |

6.你所阅读过的数学趣闻轶事，对你的数学学习习惯有影响吗?( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.有 | ○B.没有 | ○C.没感觉 |

7.你的数学科任教师以什么方式开始一节课？( ) [单选题] \*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ○A.生活事例 | ○B.小故事 | ○C.直接讲解 | ○D.都有 |

8.你希望数学老师在课堂中经常穿插一些结合该堂课内容的数学史料吗？( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A．希望 | ○B．不希望 | ○C．无所谓 |

9.如果你的数学教师经常用结合课堂内容的趣闻轶事开始新课讲授,你的学习效果是否会变好?( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A．会 | ○B.不会 | ○C.无所谓 |

10.对数的发明者是( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A．笛卡儿 | ○B.纳皮儿 | ○C.布里克斯 |

11.能否用尺规三等分任意角？( ) [单选题] \*

|  |  |
| --- | --- |
| ○A.能 | ○B.不能 |

12.最早把π计算精确到3.1415926至3.1415927之间的人是( )。 [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.祖冲之 | ○B.刘徽 | ○C.秦九韶 |

13.负数最早产生于哪个国家？( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.中国 | ○B.古印度 | ○C.古希腊 |

14.《几何原本》的作者是( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.欧几里德 | ○B.柏拉图 | ○C.欧道拉斯 |

15.在你的心目中牛顿是( ) [多选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| □A.数学家 | □B.物理学家 | □C.化学家 |

16.历史上“代数学之父”指的是数学家( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.婆什迦罗 | ○B.花拉子米 | ○C.丢番图 |

17.法国数学家( )发表的《方程的认识》阐明了方程的根与各项系数之间的关系。 [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.帕斯卡 | ○B.韦达 | ○C.帕西奥里 |

18.在国外，数学家们把a2+b2=c2叫作( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.毕达哥拉斯定理 | ○B.拉格朗日定理 | ○C.费尔马定理 |

19.勾股定理在中国最早记载在( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.《周髀算经》 | ○B.《九章算术》 | ○C.《海岛算经》 |

20.阿拉伯数字是由( )人发明的. [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A．阿拉伯 | ○B.印度 | ○C.中国 |

21.黄金分割数是( )发现的. [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.杨辉 | ○B.欧多克斯 | ○C.莱布尼茨 |

22.一次方程组的研究最早收入在我国哪一部数学著作中？( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.《周髀算经》 | ○B.《九章算术》 | ○C.《孙子算经》 |

23.契丹算法亦称中国算法、万能算法，指的是( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.天元术 | ○B.盈不足术 | ○C.重差术 |

24.你最希望得到的是哪方面的数学史知识? ( ) [多选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| □A.数学知识的产生 | □B.数学家的事迹 | □C.数学的新发现 |

25.你平时通过什么途径获取数学趣闻轶事?( ) [单选题] \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ○A.课外书 | ○B.网络 | ○C.同学谈论 |

26.你认为数学具有那些方面的美学价值?( ) [多选题] \*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| □A.简洁美 | □B.结构美 | □C.语言美 | □D.质朴美 |

27.你认为数学史料能培养你那些方面的品质?( ) [多选题] \*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| □A.爱国主义 | □B.唯物主义 | □C. 开拓创新 | □D.坚韧不拔 |

附录2：评课记录《等比数列的前n项和》

侯老师：这节课的准备过程中，通过研读史料和案例，我有几个收获。

人类很早就发现了等比数列及其求和问题，莱茵德纸草书和泥版书问题，都说明等比数列求和是一种现实需要，那么早期的问题必然不会太困难，而发现结论的过程和方法也不会太困难，这是我认为的教学起点。

由于早期的求和公式是靠猜想和归纳得到的，那么在带领同学们体验过这个过程之后，就可以帮助学生去寻找内部的规律性。考虑到我带的班级水平层次较弱，所以我设计了这个提示，学生就能低起点起步，再去归纳的时候就显得轻松多了。而对于公比是1这个特殊情况，考虑到这个就是常数列，古人应该也不会为了数学上的完整性把它归类到等比数列中，所以根据发生教学法的原则，我采取了直接告知，降低难度，也为后面的教学节省了时间。

在给出等比数列的求和公式以后，下面的教学重点就是多种方法的学习，感悟和比较。所以我根据历史演进的顺序，选择了具有代表性的几个例子。为了增加趣味性，我把用机械工具求和的这个例子用视频的方式进行了播放，目的是让学生感受到求和方法的多样性，丰富灿烂的数学史和数学文化。学生看到机械求和工具的这个视频还是很震惊的，应该是颠覆了他们对数学的认识，同时也从德育的角度对他们进行了教育。

在多种方法的罗列之后，必须要有一个比较和评价的过程。客观说，让学生在课堂上完全自主构建多种求和方式是不切实际的，但让他们学习和理解这些方式是有可能的，所以我把教学的重心放在了帮助学生更好的理解这些求和方法，梳理各个方法之间的联系和区别，回归各个方法的本质内涵上。这样，学生就能更好的理解和评价各种方法，最终，历史选择了错位相消法，学生也选择了错位相消法，我觉得这不是偶然，同时这也是HPM的价值所在。

教后反思。首先是这节课，我觉得我讲的还是太多了，留给学生思考、讨论和表达的时间太少。因为每个方法都需要给学生说明原理，为了完成整节课的教学，有学生举手想说的也被我忽视掉了，所以可能这里搞出了夹生饭。同时，学生虽然知道了这么多方法，但是对于方法的理解到底达到了一个什么程度，我还是不清楚的，这个要通过作业和后面的教学来发现和弥补了。

组员评课汇总意见

视频占用的时间过长了，其实可以作为课后学习的材料，让学生选择性观看，提高课堂时间的利用率。

每种方法都是由老师从头讲到尾的，即使个别提问也是一些无足轻重的问题，未能有效调动学生的积极性和思维力。

虽然是多种方法的比较，但由于这些方法本质逻辑是一样的，只是在技巧形式上有区别，那能不能通过精讲一两个来实现一通百通的效果呢？

q=1是教师直接说出来的，还是应该先问问学生，能不能发现这个问题，因为将来的学习和考试中，学生漏掉q=1这种情况还是很多的，可能根源就在于此。所以在新课之处，要让学生有体验，这也是最深刻的一次体验。

以前我们的课堂，基本都是直接给出错位相消法，然后就是针对性练习，这样做确实是不妥当的，但也不是没有好处，至少效率是很高的。本课学生的眼界是开阔了，但是每种方法都是蜻蜓点水，就算思维上认识到错位相消法最好，但我们也知道，这个方法在实际操作中，错误率很高，如果没有相应的练习量，是不可能掌握好的。这一点是本课的不足，甚至我觉得已经走到了反面。

总结

1. 视频作为选择性学习材料放到最后。

2 .q=1如何给出，应该视学生的水平和当时的课堂效果随机应变。

3 .方法的比较是必要的，但要详略得当，不能一碗水端平。

4 .错位相消法必须要有练习。

附录3：数学史校本课程纲要

一、课程背景

长期以来，传统的数学教学中，只注重知识的传授，却忽视知识形成过程中的数学思想方法的现象非常普遍，它严重影响了学生的思维发展和能力培养。随着教育改革的不断深入，越来越多的教育工作者，特别是一线的教师们充分认识到:中学数学教学，一方面要传授数学知识，使学生掌握必备数学基础知识;另一方面，更要通过数学史这个载体，挖掘其中蕴含的数学思想方法，更好地理解数学，掌握数学，形成正确的数学观和一定的数学意识。

二、课程目标

数学教材已经过千锤百炼，是在科学性与教育要求相结合的原则指导下经过反复编写的，是将历史上的数学材料按照一定的逻辑结构和学习要求加以取舍编纂的知识体系，这样就必然舍弃了许多数学概念和方法形成的实际背景、知识背景、演化历程以及导致其演化的各种因素。

因此本课程旨在弥补数学教材学习中被忽视的数学的原貌和全景以及那些被历史淘汰掉的但对现实科学或许有用的数学材料与方法，帮助学生形成完整的数学知识体系，同时能够让学生明白数学学习并不是枯燥无味，而是严谨而具有趣味性。 具体目标为：

1、全面了解数学历史的发展过程，了解各个时期主要数学家的生平贡献，掌握重要的数学事件。

2、理解主要的数学理论的形成过程以及历史文化背景，能够以数学的、历史的眼光分析数学发展的内在原因。

3、了解数学发展历史的概貌，帮助学生树立正确的数学观。

4、通过课程学习，学生能正确的理解数学概念以及相应的思想方法的产生、发展过程。为学生以后进一步学习打下基础。

三、课程内容及安排：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 课时 | 培 训 内 容 | 主讲教师 |
| 课时1 | 萌芽时期的数学 | 周宇航 |
| 课时2 | 初等数学的发展历史 | 侯卫婷 |
| 课时3 | 变量数学的发展历史 | 周宇航 |
| 课时4 | 近代数学的发展历史 | 周宇航 |
| 课时5 | 现代数学的发展历史 | 侯卫婷 |
| 课时6 | 古希腊数学 | 周宇航 |
| 课时7 | 古埃及数学 | 周宇航 |
| 课时8 | 数学家的故事 | 侯卫婷 |
| 课时9 | 三次数学危机（1） | 周宇航 |
| 课时10 | 三次数学危机（2） | 周宇航 |
| 课时11 | 中国数学发展史（1） | 侯卫婷 |
| 课时12 | 中国数学发展史（2） | 侯卫婷 |
| 课时13 | 《九章算术》 | 周宇航 |
| 课时14 | 《九章算术》中的几何问题 | 周宇航 |
| 课时15 | 世界七大数学难题 | 侯卫婷 |
| 课时16 | 笛卡尔与解析几何 | 周宇航 |

四、课程实施

1、实施对象和课时安排

本课程在高二年级开设，将纳入课时计划，保证师资和时间。实施过程中做到计划落实，人员落实，措施落实，要求实施教师精心备课，认真上课，确保达到预期的课程目标。

2、完善课程的管理机制，促进课程的和谐发展

成立校本课程开发领导小组，具体领导组织、协调校本课程的开发与实施。根据课改规划，制定学校校本课程开发方案，建立相关的课程管理制度和工作制度，确保课程有序运行。

3、加强校本课程、校本教材的科学研究。

就这一课程的开发实施，设立相关课题，组织教师参与，以提高课程开发和实施的能力，提高教师的教科研水平。

五、课程评价

加强对校本课程开发和实施的评价，是提高校本课程开发与实施质量的保证。课程评价的目的不仅仅是为了考查学生学习目标的达成度，更是为了检验和改进校本课程的目标和内容，以及学生的学习和教师的教学，改善教学设计，优化教学过程，从而促进学生的发展和课程建设的发展。

1、评价内容：

①对课程本身的评价:在实施过程中，分析评价课程目标、内容、方法的科学性、合理性，以便及时调整。

②对学生的评价:不仅要关注学生课堂上的学习过程，还应重视课外活动中能力的体现，尤其是要关注创新精神和实践能力方面的水平的进步和提高。

③对教师的评价:对教师实施这一课程的态度，水平和绩效的考核评价

2、评价主体：主要采用学生的自我评价，学生间的互评，教师评价多种形式相结合的评价模式。

3、评价方式和办法：把结果评价和过程评价、定性评价和定量评价结合起来。对学生学习的评定，及学分的认定以平时课堂表现+课外活动表现+考试成绩的方法进行测评。