

小学数学教学中真实情境的理解与设计策略

金轩竹 马云鹏

摘要 小学数学教学中的“真实情境”是一种包含数学信息的综合问题情境。作为数学教学问题情境的重要类型之一，真实情境具有数学化、本质性、冲突性的特征，在激发学生学习动机、培养学生问题解决能力、促进学生数学知识建构及提高学生核心素养等方面发挥着重要的作用。在实践中，教师可通过深入分析内容本质、定位学生前概念，以及从多维视角选取情境类型等方法展开情境的构思与设计。

关键词 小学数学；真实情境；理解；设计策略

作者简介 金轩竹，东北师范大学教育学部硕士生；马云鹏，东北师范大学教育学部教授，博士

数学是一门高度抽象的学科。数学抽象是以抛弃其他一切特性，只保留事物的空间形式和量的关系为特点的。^[1]但数学所研究的这些“抽象事物”并不是独立于现实世界的既定真理，而是来源于真实世界中人的经验与思维。恩格斯在《反杜林论》中也提出，虽然纯数学是以现实世界的空间形式和数量关系，即极度抽象的现实材料为对象的，但这也无法掩盖它起源于外部世界这一事实。^[2]随着《义务教育数学课程标准（2011年版）》（以下简称《标准》）对由实践、探索等方式获得的直接性和过程性经验的重视，作为直接经验与抽象概念“桥梁”的问题情境日益得到重视，越来越多的教师开始在数学教学中设计和应用问题情境。但在课堂中，问题情境或成为“流于形式”的肤浅点缀，或造成教师在教学中“舍本逐末”的情况，忽视了学生知识的学习。在此背景下，清楚地界定、划分不同类型的问题情境，探讨“真实情境”在小学数学教学中的特征及有效的创设策略将有助于学生的数学学习与教师的专业发展。

一、小学数学教学中真实情境的意蕴与价值

作为问题情境的类型之一，“真实情境”的提

出与理解离不开对学生问题解决能力的培养。由经济合作与发展组织实施的国际学生评估项目（PISA）认为，“问题解决能力是个人运用认知过程来面对并解决一个真实的、跨学科情境中问题的能力。”^[3]作为个体终身发展所必备的综合能力与核心素养，问题解决能力的培养离不开具体的学科支持，义务教育阶段的数学课程标准将问题解决作为课程的重要目标之一。因此，如何在教学过程中设计并运用问题情境来培养真正实现问题解决能力是教师教学设计中的重要任务。

（一）真实情境的意蕴

理解小学数学教学中真实情境的内涵，首先要明确何谓问题情境。已有的对问题情境的界定主要侧重于两个角度：一是个体心理体验角度，即根据个体的心理状态来界定问题情境，认为“问题情境是指教学中个体觉察到的一种有目的但又不知如何达到这一目的的心理困境，也就是说学生所接触的内容用原有的知识不能解决时的一种心理状态。”^[4]二是从问题角度出发进行界定，将“问题”等同于“问题情境”，并根据问题本身的特性而将问题情境划分为符号性问题、操作性问题等多种类型。^[5]上述两种概念的界定视角虽各有侧重，但也表明问题情境的理解与个体的起始

状态、目标状态、情境中的障碍及个体心理状态等内容密切相关。

在数学教育领域中，问题情境是指由个体面临的数学问题和它所具有的相关经验所构成的系统。^[6]根据情境性质的不同，可将数学教学中的问题情境划分为两大类：一类是诸如“从式子中寻找规律”“画出长方体展开图”等直接对数学问题进行呈现的纯数学情境，另一类则是教师根据教学内容和学生特点，以实际生活为基础改编或创设的包含数学问题的现实情境。在此基础上，根据现实情境抽象程度的不同，可进一步将现实情境划分为“数学化的现实情境”与混杂着大量综合信息的未数学化的“真实情境”，亦可称之为“裸情境”（如图1所示）。

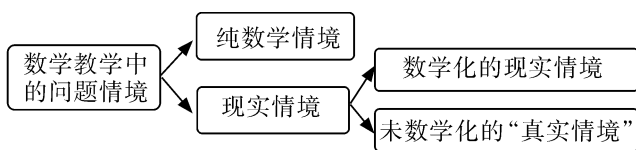


图1 数学教学中问题情境的划分

所谓数学化，是将现实的问题变成数学的问题并运用数学概念与方法解决现实问题的过程。^[7]即，数学化强调的是由现实到抽象所经历的思维过程。而经过数学化的现实情境虽以实际生活背景作为依托，但情境中已将数学条件与问题明确呈现，学生无须再对情境进行抽象与转化。如“汽车每小时80公里，从甲地到乙地行驶了6个小时，甲乙两地的距离是多少？”便是典型的数学化的现实情境，学生只须根据要求运用公式进行计算即可。而未数学化的“真实情境”则是蕴含着大量信息的综合情境，学生需要从中筛选、提炼出有用的数学信息，发现数学问题，并据此选择合适的方式解决问题。

在数学学习中，并非所有内容都可以或需要还原为完全以数量背景作为依托的“真实情境”，学生的抽象、推理能力离不开纯数学情境的培养，篇幅有限的练习题仍需要数学化的现实情境为学生尽可能多地提供现实数量背景，每一类问题情境都是培养学生数学素养所必不可少的。但在义务教育阶段，数学作为培养公民素质的基础课程，更强调对学生兴趣与思维的培养，使学生得以体验从实际背景中抽象出数学问题、构建数学模型寻求结果、解决问题的过程。^[8]总而言之，在小学

数学的教学中运用未数学化的“真实情境”能更有效地激发学生的学习动机，在促进学生数学概念建构的同时提升数学素养，使学生有机会经历问题解决的全过程，提高问题解决能力。

（二）小学数学教学中真实情境的价值

1. 激发学生的学习动机

学习动机是激发个体进行学习活动，维持已引起的学习活动，并使之朝向一定的学习目标的一种内部启动机制，^[9]它不仅能激发、维持学生的学习行为，而且能够提高学生的学习效果。学习动机的产生来源于某种需要，根据需要的不同来源可将学习动机分为外部因素激发的外在动机和学习活动本身引发的内在动机。内部动机强的学生更能够对事物表现出持久的兴趣和信心，进而表现出高成就、高创造性以及较高的满足感。在教学过程中创设未数学化的“真实情境”能够引发学生认知水平与所学内容间的不匹配，使学生产生认知冲突，激发学生的内在学习动机，从而将掌握知识、解决问题等认知需要作为学习的重要内驱力。同时，在问题解决过程中的自主活动与团队协作也使学生在产生自我活动与自我控制满足感的同时收获良好的人际关系，提升内部动机。此外，小学生的认知特点仍以形象思维为主，很难完全脱离具有实际背景的数量而直接对抽象的数进行运算。因而，在教学中创设“真实情境”能为学生提供相应的数量背景，在丰富课堂的教学形式、降低理解难度的同时，提升学生对数学学习的兴趣。

2. 促进数学知识的建构

以建构主义为代表的新学习科学认为，人类是由目标指引、积极收寻信息的行动者，他们带着丰富的先前知识、技能、信仰和概念进入正规教育，而这些已有的知识极大地影响着人们对周围环境的关注以及组织、解释环境的方式，影响着他们记忆、推理、获得新知识的能力。^[10]因此，在教学中，教师不能无视学习者已有的经验，而要把学生现有的知识经验作为新的知识生长点，引导学生从原有的知识经验中生长出新的经验。在小学数学教学中运用未数学化的“真实情境”首先能够激活学生已有的知识，“暴露”学生真实的思维水平，为教师提供了解学生思维的机会，从而有针对性地开展教学。其次，有研究表明，

专家与新手间的差距并不在于知识数量的多少，而在于专家的知识是条件化的，包括了对有用情境的具体要求，而非条件化的知识常常是惰性的，尽管关联但未被激活。^[11]“真实情境”对现实生活的高度还原有助于激活学生已有的知识，使学生得以根据相应的条件对知识进行组织与建构，从而学会何时、何地以及为什么运用相关知识，在沟通知识间联系的同时将零散的知识系统化。

3. 培养学生的问题解决能力

数学领域中的问题解决能力培养最早提出于20世纪80年代的美国，在提出伊始便成为国际数学教育中的重要议题，世界各国也纷纷将问题解决作为本国数学课程改革的核心内容。在《标准》中，问题解决不仅成为数学课程目标的重要维度之一，而且同时贯穿于数与代数、图形与几何、统计与概率和综合实践四个内容领域，并依照手段的不同对问题解决水平进行了划分，对其重视程度可见一斑。问题解决具有多种含义，全美数学教师理事会曾指出，数学教育中的问题解决是一种创造性的活动，它既包括将数学应用于现实世界并为现在和将来出现的科学理论与实际服务，也包括解决拓广数学科学本身前沿的问题。^[12]未数学化的“真实情境”与问题解决能力的培养具有内在的一致性。在面对“真实情境”时，学生要首先能从数学的角度去看待现实的问题情境，从大量无关信息中发现并抽取与数学问题相关的信息且排除与之无关的诸如背景介绍等陈述性信息；其次，学生要能够将所提取的信息从语言文字的表达层次抽象为符号层次，以数学符号作为表达形式提出问题，从而将数学作为一种语言与他人进行交流。最后，学生要能根据数学化后的问题激活相应的图式，以实现问题的解答（如图2所示）。由此可见，数学教学中的“真实情境”能使学生经历发现、提出与解决问题的全过程，在激发思考能力与质疑精神的同时提升学生的问题解决能力。

4. 培养学生的数学核心素养

数学核心素养是数学学习者在学习数学或学习数学某一个领域所应达成的综合性能力，它具有综合性、阶段性和持久性的特征。^[13]在数学教学中创设“真实情境”有利于发展学生的符号意识、模型思想与应用意识等核心素养。符号意识是学

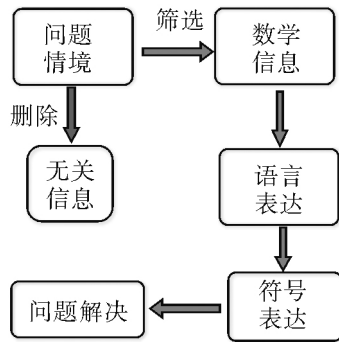


图2 “真实情境”中问题解决的心理机制

生进行数学表达与数学思考的重要形式，结合《标准》要求与符号意识的内涵可将符号意识划分为数学符号感知、数学符号运算、数学符号推理与数学符号表征四个维度，而从数学符号的角度进行数学表征是发展符号意识的关键。^[14]“真实情境”的运用使学生得以经历从语言文字的叙述过渡到运用概括化的符号对数、数量关系和变化规律进行表征的过程，从而在体验与感悟中逐步形成并发展数学符号意识。模型思想与应用意识都强调培养学生“用数学的眼光看待现实世界，用数学的思维分析与解决现实问题”的能力。在数学教学中创设的“真实情境”一方面可以使学生经历“从现实或具体的情境中抽象出数学问题并借助函数、方程等对数量关系进行表述，求出结果并对结果的意义进行讨论”的数学建模过程，发展模型思想；而在另一方面，学生亲身参与到问题解决的全过程能够使其认识到现实世界中包含着大量的数学问题，这些问题可以通过抽象转化为可解决的数学问题，从而鼓励学生用数学的眼光看待现实问题。

二、小学数学教学中真实情境的特征

对小学数学教学中“真实情境”的特征进行归纳与分析有助于进一步明确其内涵，提高实践中的可操作性。通过展示某节小数除法课中所运用的“平摊饭费情境”，对小学数学教学中“真实情境”所具有的数学化、本质性、冲突性的特征进行分析（选自国培计划示范性小学数学教师工作坊高端研修项目，执教者为吴正宪）。作为数与代数领域中的重要内容，小数除法的学习被安排在五年级上学期，要求学生能够在理解小数除法

运算道理的基础上掌握竖式的计算方法。在学习小数除法前，学生已具备熟练进行整数除法以及小数加减乘运算的相关知识基础，因此，教学中的情境要能够激活学生的已有知识，并将其与新知识联系起来，从而促使学生理解算理，提高运算能力。

(一) 聚集现实问题，体现“数学化”过程

荷兰著名数学教育家弗赖登塔尔认为“数学应该被看待为人类的一种活动”，它是从真实情境和数学范畴本身整理学科知识的活动过程，数学化一方面能够在水平层面将日常生活与抽象符号连接起来，另一方面也使得符号语言在数学范畴内得到应用。^[15]可以说，数学化反映了数学教育的本质特征，数学教育的过程应当成为数学化的过程。

在小数除法第一课“整数除以整数商是小数”的教学中，教师在课堂中以第三人称向学生讲述四名大学生毕业聚餐AA制的故事作为情境的引入：某大学同宿舍的四位同学在毕业前进行了一次聚餐，他们在一起边吃着饭，边畅想着未来的日子。等到结账的时候，甲同学说，我先替你们付吧，就给了服务员100元，服务员说“找你3元。”他们四个人呢，这次饭费打算AA制，那么现在要摊钱了，每个人要交多少钱呢？

上述“平摊饭费”的故事是教师以钱数、消费、平摊等学生理解并经历过的生活问题为依托所创设的“真实情境”。在这一情境中，学生首先要能够“数学地思考”，以数学的眼光看待情境中的信息，剔除诸如聚餐原因、时间地点、对话交流等无关信息，提炼出总钱数97元与4人消费这一有助于解决问题的已知条件，将生活用语“AA制”转化成“平均每人要缴多少钱”这一数学问题，从而实现由感性层面向理性层面的抽象。在此基础上，学生要将以现实背景为依托的数量进一步地抽象为自然数这样的符号，并根据情境中的数量关系选取恰当的关系符号进行表达，从而实现问题的解决。此外，由“真实情境”所导致的现实结果（如无法实现平摊）能够促使学生主动地对认知过程进行反思，调整问题解决策略，从而提升学生的元认知能力，增加思维的灵活性与综合性。

(二) 立足核心内容，直击“主要矛盾”

本质是事物所固有的普遍的、相对稳定的内在联系。^[16]对数学学科内容本质的分析可从内容本身所包含的知识技能、所蕴含的数学思想以及该内容与其他知识的关系这三个主要方面入手。对于数学教师而言，不仅要正确把握内容的本质，也要将其以学生所理解的方式进行呈现，从而有效地促进学生对新知识的理解与整合。因此，作为课堂教学内容的重要载体与学生认知活动的信息来源，“真实情境”的本质性一方面体现为情境中所包含的故事情节紧扣核心内容，在客观上要求学生只有理解某一本质内容、掌握某一知识点才能成功的解决问题，从而推动了教学过程的进行；另一方面，情境以所授的核心内容为基点，围绕所学内容的本质进行构思，为学生理解关键内容提供了具体、熟悉的实物，实现“以情境促理解”的目的。

小数除法学习的关键在于“分”及小数点的定位。其中“分”指的是将高级计数单位划分为低一级计数单位的过程，与整数除法的算理是相同的。因此，教学中可以借助整数除法的算理揭示小数除法的细分过程及小数点的运用。在“平摊饭费”的情境中，虽然学生可以通过有余数的除法得出97除以4等于24余1，但却无法给出每人应缴的具体钱数（如图3所示），只有将1元继续平分才能顺利解决问题，而平分余数“1”的过程正是小数除法算理的展现，也是这节课的“主要矛盾”。由此可见，“平摊”这一情节能够促使学生进行深入地思考，引出对关键问题的讨论。同时，以生活中常见的货币单位作为数量背景，将所要细分的抽象的计数单位具体为学生熟悉的、同为十进制换算关系的“元角分”能够帮助学生理解“在十进制数位下，高一级的单位是低一级单位的十倍，低一级单位是高一级单位的十分之一，当高级单位无法除尽时，要将其分为低一级的

$$(100 - 3) \div 4 = 24 \cdots 1$$

$$\begin{array}{r}
 24 \\
 4 \overline{) 97} \\
 \underline{8} \\
 17 \\
 \underline{16} \\
 1
 \end{array}$$

图3 学生尝试运用整数除法解决问题

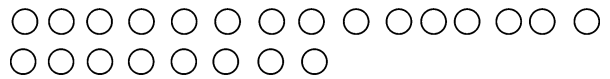
单位继续进行运算”这一重要的小数除法算理。因此，小学数学教学中的问题情境设计并不是流于表面的“生活化”，而是要紧扣数学内容、引出教学关键点，帮助学生实现由具体到抽象的思维过渡。

(三) 基于学生前概念，引发学生的认知冲突
学生并不是空着脑袋走进教室的，他们在日常生活和学习中积极地建构着他们所经历的现实。这些早期建构活动会成为学生经验世界的基础，为后续的建构活动提供了重要的支柱，不同的概念也在这一范围内被层层地建构起来。^[17] 这便使得学生即使面对从未接触过的问题，也会根据已有的概念结构形成某种合乎“逻辑”的解释。因此，教师有必要了解学生对所学内容中关键问题的看法，抽取有助于新知识学习的经验，引发学生原有认知结构与新知识间的冲突。“真实情境”正是利用了新知识与学生已有经验间的矛盾与共通之处，在促使学生意识到原有的知识经验已无法解决新问题，引发认知冲突的同时，逐步地揭示学生对关键内容的看法。

学生在学习小数除法前已能够熟练地运用竖式进行整除或有余数除法的计算，理解小数的意义并能进行小数的加减运算。其中，整数除法，特别是有余数除法为学生进一步学习小数除法提供了必备的条件。在“平摊饭费”的情境中，学生会首先运用已有的整数除法知识得到“97除以4等于24余1”这一结果，但随即会发现这一答案并无法回答每人应缴钱数的问题，原有的除法知识没有产生期待的结果。此时，学生开始主动寻求改变，根据教师提示的方向展开新的建构过程，探求“平分1元”的最佳方法。图4便是学生对“如何平分1元”的几种代表性思考。

在教师所展示的三种想法中，既包括将1元“画为”20个“5分”（后因计算错误而混乱，如想法1所示），然后通过数圆圈的方式确定钱数的方法，也包括分别将1元转化为100分与10角后利用整数除法与单位换算而得到答案的方法。这些都是学生的思考，是学生对小数除法的本质“分”的理解，具有一定的合理性的，教师可通过对不同观点的梳理与归纳帮助学生明确小数除法的算理。由此可见，“平摊饭费”的情境不仅引发了新的概念建构过程，而且使得新知识的建构过

想法1:



想法2:

$$\begin{aligned} 1元 &= 100分 \\ 100 \div 4 &= 25(分) \\ 25分 &= 0.25元 \\ 24 + 0.25 &= 24.25(分) \end{aligned}$$

想法3:

$$\begin{aligned} 1角 &= 10分 \\ 10 \div 4 &= 2(角) \cdots 2(角) \\ 2角 &= 20分 \\ 20 \div 4 &= 5(分) \\ 2角 + 5分 &= 25(分) \end{aligned}$$

图4 学生“平分1元”的方法

程在“元、角、分”换算关系的推动下更为自然、有效。

三、小学数学教学中真实情境的设计策略

基于“真实情境”所具有的数学化、本质性及冲突性的根本特征，结合数学学科的本质和学生的认知发展特点，教学实践可从学科内容、学生特点及情境类型等方面着手进行情境的构思与设计。

(一) 把握学科核心内容，深入剖析内容本质

学科核心内容是学科领域内容具有共同要素的稳定内容群，它并不是单一的知识点，而是一个知识群或一组相关内容，反应的是学科体系中的基本问题，是使学科形成稳定的内容结构而保持不变的东西。^[18] 小学数学中的“核心内容”是小学数学学科中具有共同的学科性质，相通的思维方式，一致的教学设计要素的内容，是数学思想与关键能力的中心以及连接各部分内容的纽带。基于核心内容而展开的教学设计能够将数学思想与核心素养贯穿于具体的教学内容中，学生在学习相关内容时能够体会到知识间的相同之处，从整体把握内容的本质，提高数学素养。因此，小学数学教学中的问题情境设计要以学科中的核心内容为基本立足点，深入分析相关内容的本质，使情境能够引出“大问题”。教师对核心内容的理解需要遵循从宏观到微观的过程：首先，教师要对数学课程标准进行研读，明确内容所处的学段

要求、教学中的具体目标及相关的实施建议，遵循《标准》对学生学习相应内容结果的规定设计、组织与评价教学；其次，分析所学内容的数学本质，明确其与相关知识的联系与区别，探析背后所蕴含的思想与方法。例如，对于小数除法而言，教师既要意识到其与整数除法在算理方面的一致性，又要意识到小数除法在小数点位置的确定与分割计数单位方面的难点，通过情境将两者建立起联系，促进儿童认知的转变。最后，对不同版本教材呈现方式的分析同样有助于为教师的情境创设提供不同的思路与参照，促进教师对情境的构思。

（二）开展学情分析，定位学生前概念

学生并不是一块白板，他们带着有关世界如何运作的前概念来到课堂。数学教育家斯特芬（Steffe）认为，教师应当将自身的数学知识（Own Mathematics）与学生已有的数学知识（Students' Mathematics）进行区分。^[19]学生已有的数学知识是个体通过活动在环境中获得的，这些知识与理解有些是正确的，为新知识的建构提供了基础；但有些理解是错误的，阻碍学生对科学知识的学习。教师需要对学生的数学知识做出解释（Mathematics of Students），了解学生对相关内容的看法，并以此为基础进行情境的构思，使情境能够呈现出学生对关键问题的看法，从而推动教学的展开与深入。

对学生学习情况的分析可从两个方面入手：一方面是对学生已有知识经验的分析，包括学生是否具备学习新知识的基础，以及已有的知识经验会对新知识的学习产生何种影响。例如，在学习面积内容前，学生已认识不同的长度单位并掌握了其中的换算关系，认识并能够计算长方形的周长；这些知识虽然为面积与面积单位的学习提供了一定的认知基础，但同时也会造成学生对周长与面积的混淆。如何明晰与利用不同概念所产生的可能影响是教师必须考虑的内容。因此，对学生的分析要依托于具体内容，抽取学生关于核心内容的代表性观点以及可能出现的典型错误，并据此开展有针对性的情境设计，对学生认知特点的“泛泛而谈”是无法设计出有效的“真实情境”。而另一方面，对学生的学习特点与兴趣的分析同样至关重要。对于以直观思维为主的小学生

而言，熟悉且具体的情境能够帮助学生辨别概念间的差异，为概念的建构提供依托。在认识面积的教学中，通过营造诸如划分土地、比较土地面积大小的情境，让学生体验面积与周长的区别，理解面积的意义，在激发学生在学习动机的同时推动教学过程的展开。

（三）基于多维视角，恰当选择情境类型

未数学化的“真实情境”以对现实问题的高度还原为特征，主张通过保留教学中问题情境的复杂性与真实性，而培养学生识别、筛选信息与解决问题的能力。但并非所有的真实情境都适合小学阶段的学生，教师需要综合考量多方因素，依据相关内容与学生的认知特点选取恰当的现实情境类型。

经济合作与发展组织（OECD）将学生所面临的问题情境划分为个人生活（Personal life）、工作与闲暇（Work and leisure）、社区与社会（Community and society）三个主要领域，几乎涵盖了个体全部的社会与个人生活。^[20]教师可首先结合相关内容选择适合的情境领域，在考虑多种不同因素的基础上对选定的情境领域展开进一步的细化，明确最终的情境类型。例如，相较于数与代数领域，图形与几何领域中的情境创设可更多地选取科技类、社会类的现实问题，通过在现实生活中感知与运用图形解决问题而逐步建立起空间观念。其次，由学生年龄所造成的认知能力差异同样是教师情境创设过程中所必须考虑的因素。在学习环境中营造情境的目的是期望利用一个熟悉的参考物，帮助学习者将一个要探究的概念与熟悉的经验联系起来，引导他们利用这些经验来解释、说明和形成自己的科学知识。^[21]因此，情境的设计与构思要关照学生的认知特点，符合学生的经验基础。对于小学中低年级的学生，是否理解并对情境产生兴趣是影响学习效果的重要因素，教师要尽可能地从学生亲身经历过的诸如购物、出行、游戏等个人生活方面入手，进行情境的设计与构思，便于学生理解情境，提高注意力。而对于小学高年级的学生，教师可以适当地引入一些诸如“湿地保护”“防沙治沙”等社会性、科学性的问题，在提高学生的数学素养与应用能力的同时，使学生潜移默化养成合格公民所应有的社会意识。

最后,教师可充分利用教材中的情境及公开课等资源,根据实际需要对相关情境进行改编与再创造,从而为“裸情境”的设计提供相应的思路与参照。

综上所述,数学教学中的问题情境主要包括纯数学情境与现实情境两类。其中,根据情境抽象程度的不同,又可将现实情境进一步地划分为“数学化的现实情境”与未数学化的“真实情境”。在小学数学教学中,“真实情境”的运用能够使学生经历与体验数学抽象与问题解决的全过程,为学生思维品质与问题解决能力的培养提供了切实可行的途径。教师可根据学生的需要及课程的目标对“真实情境”进行构思,并在教学实践中不断地进行推敲与打磨。

[*本文系全国教育专业学位研究生教育指导委员会教育硕士专业学位小学教育领域案例库建设项目(202215331)的研究成果。]

参考文献

- [1] [6] 《数学辞海》编辑委员会. 数学辞海[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2002.
- [2] 恩格斯. 反杜林论[M]. 北京: 人民出版社[EB/OL], 2015: 12.
- [3] [20] Organisation for Economic Co-operation and Development. The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills [EB/OL]. (2003-07-31). <http://www.oecd.org/education/school/programmeforinternationalstudent-assessmentpisa/33694481.pdf>. 2003: 199.
- [4] 吴爱武, 何永刚. 数学课堂中优化问题情境创设的策略[J]. 上海教育科研, 2005(6): 84-85.
- [5] 伍远岳, 谢伟琦. 问题解决能力: 内涵、结构及其培养[J]. 教育研究与实验, 2013(4): 48-51.
- [7] 马云鹏. 小学数学教学论[M]. 北京: 人民教育出版社, 2013: 422.
- [8] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2011年版)[S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2012: 2.
- [9] 周源源, 白学军. 论学生学习动机及其激发[J]. 天津师范大学学报(社会科学版), 2005(3): 78-80.
- [10] 约翰·D·布兰思福特. 人是如何学习的: 大脑、心理、经验及学校(扩展版)[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2016: 9.
- [11] H. A. Simon Problem solving and education [M]. Teaching and Research US, 1980: 81-96.
- [12] 俞求是. “问题解决”和中学数学课程[J]. 课程·教材·教法, 1997(8): 32-35.
- [13] 马云鹏. 关于数学核心素养的几个问题[J]. 课程·教材·教法, 2015(9): 36-39.
- [14] 朱立明, 马云鹏. “数学符号意识”研究: 内涵与维度[J]. 教育理论与实践, 2015(32): 6-8.
- [15] 张国祥. 数学化与数学现实思想[J]. 数学教育学报, 2005(1): 35-37.
- [16] 廖盖隆, 孙连成, 陈有进等. 马克思主义百科要览[Z]. 北京: 人民日报出版社, 1993.
- [17] 恩斯特·冯·格拉赛斯费尔德. 激进建构主义[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2017: 97.
- [18] 马云鹏. 深度学习的理解与实践模式——以小学数学学科为例[J]. 课程·教材·教法, 2017(4): 60-67.
- [19] L. P. Steffe, P. W. Thompson Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements [J]. 2000: 267-307.
- [21] 李卓, 于波. 小学数学教材中情境的类型及作用与原则[J]. 数学教育学报, 2012(3): 72-74.