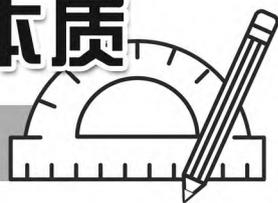


指向度量视角 把握概念本质



——“分数的意义(二)”教学实践与思考

沈虹 (江苏省常州市局前街小学)

蒋敏杰 (江苏省常州市教育科学研究院)

课前思考:

分数是义务教育阶段“数与代数”领域中一个非常重要的概念,是学生对数的认识的一次重要扩充,而“分数的意义”一直是分数内容教学的核心和关键。《数学课程标准(2022年版)》明确提出:“初步体会数是对数量的抽象,感悟数的概念本质上的一致性,形成数感和符号意识。”那么,“分数的意义(二)”的教学如何在原来分数的意义的基础上,更清楚地体现分数、整数和小数内在的一致性?如何把分数置于数的知识体系中,建构分数与整数、小数的结构关系?为了找到答案,我们进行了“分数的意义(二)”的教学实践。

在数的认识中,“计数单位”是数的意义与运算的核心概念。如何从整体视角理解分数,结合分数产生、发展的历程及对其本质内涵的理解,找到“分数的意义”的核心概念非常重要。因此,让学生从度量视角体会分数的产生,突出分数单位的计数,可丰富学生对分数的认识。

1. 是否可以扩充“分数”作为“数”的理解。

现行苏教版教材分三个阶段认识分数:三年级上册引导学生把一个物体或图形平均分成若干份;三年级下册侧重于把几个物体组成的整体平均分成若干份;五年级下册揭示分数的意义,把一个图形、一个物体、一个计量单位或由许多物体组成的整体看作单位“1”,平均分成若干份。上述认识中,均较重视对分数的“关系”意义的理解。数源于数,以度量的视角认识分数,能更好地帮助学生形成对分数作为数的意义的理解。度量强调度量单位,当用一个标准的量去度量另一个量,度量结果不够“1”这个标准的量,或者用几个标

准的量去多次度量但结果不能正好量尽时,需要把单位“1”这一标准量进行细分,产生新的度量单位(分数单位),再用新产生的度量单位去量,进而产生分数。

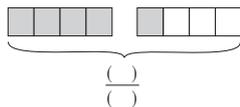
2. 是否可以突出“分数单位”的意义理解。

现行苏教版教材中,分数单位只在五年级下册“分数的意义”教学中轻描淡写提及,用“表示其中一份的数叫做分数单位”一句话带过,使得学生对分数单位的认识停留在简单的形式层面。我们知道,自然数以“1”为计数基础,每增加“1”就形成一个新的数。分数则是借助把单位“1”平均分成若干份,创造出分数的计数单位——分数单位,再累加分数单位的个数,产生其他分数。如何帮助学生从“计数单位”的视角来认识分数,把分数看成计数单位累加的结果十分重要,也是我们在以往分数的意义教学中比较容易忽视的。从度量的视角引入分数,是对原来的分数的意义的学习进行补充,能更清楚地体现分数与整数、小数内在的一致性,即都是计数单位的累加。因此,把分数置于数的认识体系中,有利于学生建构分数与整数、小数的结构关系。

3. 是否可以弥补对“假分数”理解的不足。

在日常教学中,学生能基于经验准确区分真分数和假分数,但让学生用分数表示下图的涂色部分时,往往会用 $\frac{5}{8}$ 来表示。可见,学生对假分数的认识仅停留在形式记忆层面,内涵把握不准。借助度量视角,可以帮助学生在数分数单位的过程中认识到,当分数单位的个数等于或大于分母时,就会产生假分数,假分数也是

数出来。立足于度量意义的认识,有助于改善学生对分数的意义理解的偏差。



因此,基于分数的度量意义的教学,能让学生在度量活动中丰富对分数的意义的理解,感受分数是由分数单位累加得到的,从本质上认识真分数和假分数;让学生在操作、观察、比较等活动中体会数学知识之间的内在联系,感悟分数与整数、小数在计数方式上内在的一致性,进一步培养数感,提升数学核心素养。

教学过程:

一、创设情境,在测量中产生用新单位表达结果的需求

师:同学们,我们先来看一段视频。

课件播放用绳子测量石头长度的视频:



师:量着量着,碰到了什么问题?

生:多出了一小截。

师:多出来的部分不够整段绳长了,不够“1”的部分该怎样测量呢?

二、确定标准,在测量中感悟分数是分数单位的累加

1. 实际度量,引出单位。

测量活动(一):测量红木条的长度。

课件出示:



师:我们把这条绳子的长度看作标准。红木条的长度显然比标准短,它是绳长的

多少呢?估计一下。

生₁:我觉得是绳长的 $\frac{2}{3}$ 。

生₂:我觉得是绳长的 $\frac{3}{4}$ 。

师:到底是多长呢?用老师给你们准备的绳子想办法量一量红木条的长度。

生:我把这条绳子对折再对折作为单位去量,量了3次,那么红木条的长度就是这条绳子的 $\frac{3}{4}$ 。

师:他把原来的标准对折2次,平均分成了4份,一份就是 $\frac{1}{4}$ 条。红木条的长度有几个 $\frac{1}{4}$ 条绳子长?

生:1个 $\frac{1}{4}$ 条、2个 $\frac{1}{4}$ 条、3个 $\frac{1}{4}$ 条。

师:3个 $\frac{1}{4}$ 条,就是 $\frac{3}{4}$ 条。

师:刚才这个过程中,同学们创造出了一个新的测量单位—— $\frac{1}{4}$ 条,分数 $\frac{3}{4}$ 就是用这个新单位 $\frac{1}{4}$ 量出来的。

2.继续度量,变换单位。

测量活动(二):测量黄木条和蓝木条的长度。

师:还是以这条绳子的长度为标准,黄木条、蓝木条的长度分别与绳长有什么关系呢?同桌合作量一量。

生:黄木条的长度是 $\frac{5}{4}$ 条绳长。

师:这个分数很有意思,分子比分母还要大,怎么得到的?

生:黄木条用 $\frac{1}{4}$ 条绳子正好量了5次。

师:黄木条也是用 $\frac{1}{4}$ 条绳子去量,量了5次,所以分子比分母大。

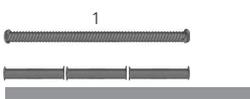
师:那蓝木条呢,用 $\frac{1}{4}$ 条绳子去量行不行?如果不行,用几分之一条绳子去量才合适呢?

生:我是这样做的:先用这条绳子去量,蓝木条还剩余一截,不够一条绳长。把绳子平均折成3份后,正好与其中的1份一样长,说明蓝木条剩余的一截是这条绳子的 $\frac{1}{3}$,所以蓝木条的长度就是 $\frac{4}{3}$ 条绳长。

师:把剩余部分和绳子去比,发现正好是 $\frac{1}{3}$ 条,所以确定以 $\frac{1}{3}$ 条为单位,这就

是策略。

课件出示:



3.迁移经验,感悟单位。

观测活动:观测绿木条的长度。

师:有了前面两个测量单位,能测量出所有木条的长度吗?你觉得还可能有什么样的测量单位?

生: $\frac{1}{2}$ 条、 $\frac{1}{5}$ 条、……

课件出示两根绿木条:

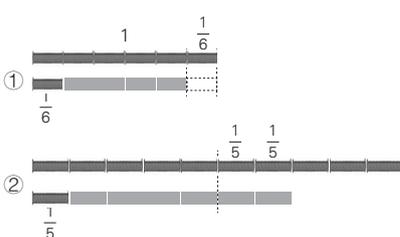


师:仔细观察,①号绿木条用什么单位去量?②号绿木条呢?

生₁:①号绿木条用 $\frac{1}{6}$ 条绳子去量,是 $\frac{5}{6}$ 条绳子那么长。

生₂:②号绿木条用 $\frac{1}{5}$ 条绳子去量,是 $\frac{7}{5}$ 条绳子那么长。

课件出示:



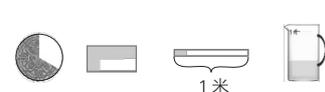
师:看来,测量对象的长度不一样,测量单位就有可能不一样。

4.比较沟通,前后关联。

师:当我们用给定的一条绳子去量,不能正好量完时,就把这条绳子平均分成,用像 $\frac{1}{3}$ 条、 $\frac{1}{4}$ 条、 $\frac{1}{5}$ 条、 $\frac{1}{6}$ 条这样的几分之一条绳子去量。如果把“条”去掉,这样的分数就叫做分数单位。

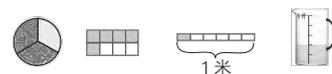
师:把一个物体、一个图形、一个计量单位等分别看作单位“1”,下面这些涂色部分分别用什么分数表示呢?

课件出示:



生:不确定。

课件出示:



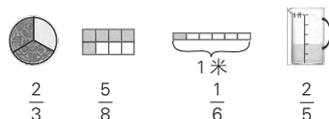
生: $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{5}{8}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{2}{5}$ 。

师:刚才不确定,现在为什么能确定了呢?

生:看到了平均分的格线,就知道平均分成了几份。

师:把单位“1”平均分会产生分数单位,有了分数单位就能数出分数,这就是分数的意义。

课件出示:



把单位“1”平均分成若干份 → 产生分数单位
表示这样的一份或几份 → 数一次或几次
分数的意义

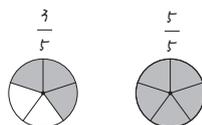
三、基于分数单位,在活动中深度理解分数的本质含义

1.画图表征,感受假分数。

课件出示 $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{5}{5}$ 、 $\frac{6}{5}$ 。

师:这些分数的分数单位分别是什么?各数了几次?如果把圆看作单位“1”,你能涂色表示这些分数吗?

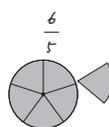
展示学生表示 $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{5}{5}$ 的作品:



师: $\frac{5}{5}$ 为什么这样涂?

生:5个 $\frac{1}{5}$ 就是1。

展示学生表示 $\frac{6}{5}$ 的作品:



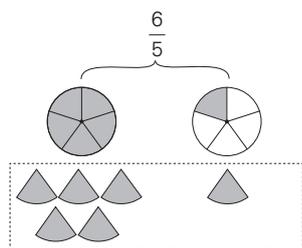
师:很多同学这样表示 $\frac{6}{5}$,为什么要在边上再画一块呢?

生:用一个圆最多只能表示出5个 $\frac{1}{5}$,边上那一块表示的是第6个 $\frac{1}{5}$ 。

师:用 $\frac{1}{5}$ 为单位去涂,一个圆里最多

只能涂5个 $\frac{1}{5}$,要表示第6个 $\frac{1}{5}$,就需要再画一个同样的圆,还是以 $\frac{1}{5}$ 为单位,再涂1份,6个 $\frac{1}{5}$ 合起来才是 $\frac{6}{5}$ 。

课件演示:

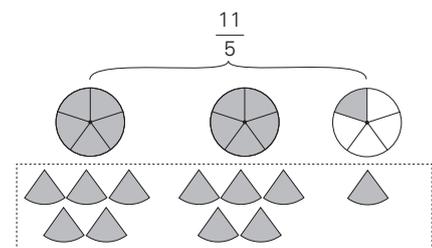
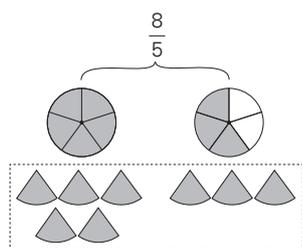


师:那如果要表示 $\frac{8}{5}$ 、 $\frac{11}{5}$ 呢?

生₁:再涂2份表示 $\frac{8}{5}$ 。

生₂:两个圆最多只能表示10个 $\frac{1}{5}$,所以需要再画一个同样的圆,还是以 $\frac{1}{5}$ 为单位涂1份,把11个 $\frac{1}{5}$ 合起来就是 $\frac{11}{5}$ 。

课件出示:



师:刚才我们以 $\frac{1}{5}$ 为单位,涂色表示了很多分数,像这样的五分之几的分数还有吗?

生:还有很多。

师:原来以 $\frac{1}{5}$ 为单位去数,能数出无数个分数。

2. 比较分类,认识假分数。

师:比较刚才我们研究的这些分数,可以把它们分成几类?

生:分子比分母小的分成一类,分子比分母大的分成一类。

师:(边指边说) $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{5}{6}$ 这样的分数是真分数, $\frac{4}{3}$ 、 $\frac{5}{4}$ 、 $\frac{7}{5}$ 、 $\frac{6}{5}$ 这样的分数是假分数,剩下的 $\frac{5}{5}$ 也是假分数。现在说说看,假分数是怎样的分数?

生:假分数是分子比分母大或分子和分母相等的分数。

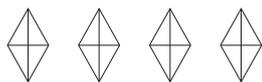
3. 自主表达,理解假分数。

课件出示 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{4}{4}$ 、 $\frac{5}{4}$ 。

师:这三个分数中,哪些是真分数?哪些是假分数?

课件出示:

下面每个 \diamond 都表示1,涂色表示 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{4}{4}$ 、 $\frac{5}{4}$ 。



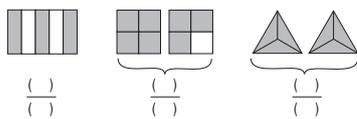
分类呈现学生的作品,并引导学生交流。

师: $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{4}{4}$ 大家表示的都一样, $\frac{5}{4}$ 有点不一样,你同意哪种表示方法?

生: $\frac{5}{4}$ 里面有5个 $\frac{1}{4}$,要把两个图形合起来才能表示5个 $\frac{1}{4}$,所以要有大括号。

课件出示:

用分数表示下面的涂色部分。



师:第一个图的涂色部分用哪个分数表示?

生: $\frac{3}{4}$ 。

师:第二个图的涂色部分用哪个分数表示?

生: $\frac{4}{4}$ 。

生: $\frac{7}{8}$ 。

师:到底是 $\frac{7}{4}$,还是 $\frac{7}{8}$,你是怎么想的?

生:把一个正方形看成单位“1”,平均分成4份,分数单位是 $\frac{1}{4}$,这里有7个 $\frac{1}{4}$,就

是 $\frac{7}{4}$ 。

师:第三个图形的涂色部分呢?

生:以一个三角形为单位“1”,平均分成3份,分数单位是 $\frac{1}{3}$,涂色部分用分数 $\frac{6}{3}$ 表示。

师:先根据单位“1”平均分的份数确定分数单位,再数出有几个这样的分数单位就可以得到分数。

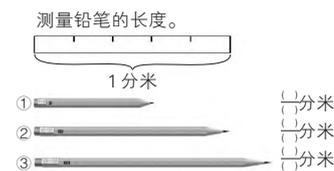
四、关联沟通,借用几何直观感悟数的意义的内在一致性

师:如果这条绳子长1分米,测量对象的长度不是整分米时,可以以 $\frac{1}{2}$ 分米为单位

去量,还可以以 $\frac{1}{3}$ 分米、 $\frac{1}{4}$ 分米为单位去量。

师:下面是以什么为单位去量的?

课件出示:



生:以 $\frac{1}{5}$ 分米为单位去量。

师:三支铅笔的长度分别是多少?

生: $\frac{3}{5}$ 分米、 $\frac{5}{5}$ 分米、 $\frac{6}{5}$ 分米。

师:第③支铅笔的长度是怎么量出来的?

生₁:先用一把“尺”量一次,做一个记号,再量剩余的部分,正好是 $\frac{1}{5}$ 分米,合起来就是 $\frac{6}{5}$ 分米。

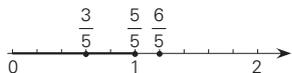
生₂:用两把“尺”合起来一起去量,正好有6个 $\frac{1}{5}$ 分米,就是 $\frac{6}{5}$ 分米。

师: $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{5}{5}$ 、 $\frac{6}{5}$ 这三个分数如果在直线上表示, $\frac{3}{5}$ 在哪? $\frac{5}{5}$ 、 $\frac{6}{5}$ 呢?

生₁:把单位“1”平均分成5份,1份就是 $\frac{1}{5}$,3个 $\frac{1}{5}$ 就是 $\frac{3}{5}$ 。

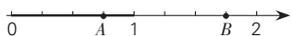
生₂:把单位“1”平均分成5份,5个 $\frac{1}{5}$ 就是 $\frac{5}{5}$,6个 $\frac{1}{5}$ 就是 $\frac{6}{5}$ 。

课件出示:



师:如果直线变成下面这样,A、B这两个点分别表示什么数呢?

课件出示:



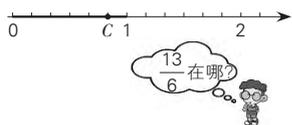
生:点A表示 $\frac{3}{4}$,点B表示 $\frac{7}{4}$ 。

师:刚才是五分之几,现在为什么变成四分之几了呢?

生:刚才把单位“1”平均分成了5份,现在把单位“1”平均分成了4份,那么分数单位就从 $\frac{1}{5}$ 变成了 $\frac{1}{4}$ 。

师:现在分数单位是多少?点C表示多少?

课件出示:



生:分数单位是 $\frac{1}{6}$,点C表示 $\frac{5}{6}$ 。

师:如果是 $\frac{13}{6}$ 呢,可能在哪儿?

生:在2的后面。

师:为什么在2的后面?

师:数到2时是12个 $\frac{1}{6}$,现在你能知道 $\frac{13}{6}$ 在哪了吗?

师:不管直线怎么变化,都能在上面找到相应的分数。

师:数数时,如果以1为单位数,就能数出整数;当用1不能正好数完时,就用小数单位去数,能数出小数。通过今天这节课的学习,我们还可以用分数单位去数,根据单位“1”平均分的份数确定分数单位,数有几个几分之一就能数出分数。原来数都是用计数单位数出来的。

教学反思:

1.突破思维定式,促使学生感悟分数是分数单位累加得到的。

分数是分数单位累加出来的,要让学生理解分数产生的过程是对度量单位(分数单位)的计数,较难从部分与整体的关系的角度帮助学生理解。因此,突破思维定式,选用适合的度量单位“度量”是关

键。教学中安排了两次测量活动和一次观测活动,即测量红木条的长度、测量黄木条和蓝木条的长度、观测绿木条的长度。第一次测量活动之所以选择“ $\frac{3}{4}$ 条绳长”,是基于两方面的考虑:一是分数单位 $\frac{1}{4}$,只需对折2次就能得到,学生操作起来比较方便;二是测量标准的 $\frac{3}{4}$,学生比较容易直观发现。选择难度较小的 $\frac{3}{4}$ 作为首次教学素材,有利于学生根据已有经验创造出新的测量单位“ $\frac{1}{4}$ 条”。第二次测量活动中,先测量黄木条的长度是对用“ $\frac{1}{4}$ 条”作单位测量的巩固,体会“ $\frac{5}{4}$ 条”是由5个“ $\frac{1}{4}$ 条”累加得到的,同时让学生感受到,当计数单位的个数大于分母时,就会产生分子比分母大的分数,为假分数的学习做好铺垫。当学生用“ $\frac{1}{4}$ 条”为单位去测量蓝木条的长度时,因为不合适产生创造新单位的需求,并找到新的单位“ $\frac{1}{3}$ 条”。学生在测量过程中逐步积累“测量对象长度不一样,所需要的测量单位也可能不一样”的经验。对于“ $\frac{5}{6}$ 条绳长”和“ $\frac{7}{5}$ 条绳长”的绿木条的长度,则采用观测的方式进行。学生在理解用“比差”的方法找分数单位的方法后,通过观测找到分数单位 $\frac{1}{6}$ 和 $\frac{1}{5}$,并在数分数单位的过程中再次感受分数是由分数单位数出来的。

2.合理运用几何直观,帮助学生经历真分数、假分数的概念形成过程。

通过测量活动,学生借助分数单位认识了 $\frac{5}{4}$ 、 $\frac{4}{3}$ 、 $\frac{7}{5}$ 这三个假分数,知道在分数单位累加的过程中,分数单位的个数大于分母时,就会数出分子比分母大的分数,初步感悟假分数是数出来的道理。其次,学生通过几何直观、画图表征进一步认识真分数、假分数。教学中让学生创造假分数,主要是考虑到由部分与整体的关系创造的分数,仅停留在把单位“1”平均分,最多只有5个 $\frac{1}{5}$, $\frac{6}{5}$ 里的6个 $\frac{1}{5}$ 无法表示,为此教师引导学生主动突破“1”,跳出原来

对分数的意义理解的束缚,再画一小块表示第6个 $\frac{1}{5}$ 。教师通过课件动态演示跟进,让学生直观感受到 $\frac{6}{5}$ 是6个 $\frac{1}{5}$,用图式规范表征 $\frac{6}{5}$,并拓展表征 $\frac{8}{5}$ 和 $\frac{11}{5}$,进一步丰富对假分数的认识。最后,再对课堂中生成的分数进行比较和分类,命名真分数、假分数,并借助拓展举例、看图说分数、涂色表示分数等学习任务巩固概念。

3.沟通意义的内在联系,体现分数与整数、小数内在的一致性。

教师在教学中主要通过前后知识对比沟通,让学生理解分数与整数、小数内在的一致性。首先是实现与分数“部总关系”的意义的沟通。学生已经在“分物”中认识了分数,明确了分数表示部分与整体的关系,本节课又在度量中认识到分数是由分数单位累加得到的,那“分物”产生的分数是不是也可以这样理解呢?练习设计从图形没有平均分的格线,到有平均分的格线,从不能很快表达分数到能快速说出分数,在对比沟通中让学生明白,将单位“1”平均分就会产生分数单位,有了分数单位就能数出分数,从而感受分数单位的重要性,丰富了对分数单位的认识,加深了对分数的意义的理解。其次是借助数轴实现分数与整数、小数的意义沟通。整数和小数都是按十进制计数法计数,通过不断累加得到新的数。在理解分数的度量意义时,学生体会到也可以通过不断累加分数单位得到新的分数。同时,教师借助数轴数出相应的数,引导学生对比沟通,感受分数与整数、小数在计数方式上内在的一致性,再次体会小数其实就是分母为10、100、1000、……的特殊分数。

本节课的教学精心设计情境,引发测量需求,通过测量与反思活动,引导学生发现要选用合适的分数单位测量,感受分数是分数单位累加的结果,并在多样体验中亲身经历真分数、假分数的生成过程,突出分数单位对分数表达的重要性,沟通知识之间的联系,促使学生对分数的意义的理解更全面、更深刻,增强了学生对数的意义的理解,提升了数感。

(责任编辑 毛晓芳)