**指向数学抽象核心素养的概念课教学**

**——以“抛物线的定义”为例**

**常州市第三中学 郭影影**

**摘要**：数学概念是数学学习中最基础的知识，也是教学的重点难点.搞好概念教学是实现数学抽象核心素养的落脚点和着力点.指向数学抽象核心素养的概念课教学，目标是学生能够在具体情境中归纳概括出数学概念，并且形成理解性记忆概念.

**关键词**：核心素养 数学抽象 概念课

《普通高中数学课程标准》（2017年版2020年修订）中给出数学学科六大核心素养包括：数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析.核心素养始终是数学学科的指导思想，是学生应该具备的促进个人终身发展和适应社会发展所必须的品质与能力.而数学抽象依然居于首位，一直被各位教学专家和高中数学教师广泛重视，教学中以培养核心素养为宗旨.数学本身就是一门高度抽象的学科，数学概念、定理、公式都是数学家们研究总结出的结论，作为学者的我们，若是能够深度理解并灵活应用，需要了解知识的来源，能够自主推导并总结概括出结论.简单讲，想学好数学，就要贴近生活实际，认真观察、学会思考想象、充分发动思维.

数学抽象是指数学研究对象通过对数量关系和空间形式的抽象来完成的.它主要包括:从数量与图形的关系中抽象数学概念和概念之间的关系，从事物的具体背景中抽象出一般规律和结构，并用数学语言概述.2009年4月，李邦河院士在中国数学会厦门学术年会上做公众报告《数的概念的发展》，提出一个在教学中被忽略的思想：数学根本上是玩概念的，不是玩技巧，技巧不足道也！但是，概念是什么呢？概念是高度抽象的东西，但它却涵盖了大量具体的事物，一个概念越是抽象涵盖的具体事物就越多，也就是说它的外延越广.数学概念是从古至今无数数学家们智慧的结晶，它是知识体系的基础性内容，一切的数学思维都以数学概念为奠基石，成功的概念教学对加强学生的基本知识和基本技能训练、拓展学生的思维、培养核心素养具有重要的作用.

公元前4世纪，古希腊数学家梅内克谬斯（Menaechmus）利用垂直于母线的平面去截顶角分别为锐角、钝角和直角的圆锥，发现了三种圆锥曲线。之后数学家亚里士塔欧以及欧几里得等对圆锥曲线进行了深入研究。阿波罗尼斯则在前人工作的基础上，对圆锥曲线进行了更为系统的研究，写出来经典之作——《圆锥曲线论》。阿波罗尼斯采用的是原始的截线定义，他对圆锥曲线的焦点和准线性质一无所知，甚至只字未提抛物线的焦点。直到3世纪末，帕普斯才在其《数学汇编》中首次证明：与定点和定直线的距离成定比的点的轨迹是圆锥曲线。解析几何的创立，使人们对圆锥曲线的研究进入了一个新阶段。为了自然地呈现抛物线的概念，在教学过程中需要让学生经历其发现过程，并了解焦点和准线的来源；同时应该引导学生发现与定点和定直线距离成定比的点的轨迹。在此基础上制定本节课的教学目标，接下来笔者以《抛物线的定义》一节公开课的教学为例，就数学抽象核心素养如何具体落实在概念课教学中，谈谈笔者的做法，求教于同行.

**一、基于核心素养下的教学设计思路**

1.利用动画实验培养数学抽象概括能力

在各学科中，实验都是具体与抽象最直接的作用过程.利用直观实例，分析实例属性，从而抽象概括出数学对象的本质属性，形成数学概念和结论是抽象的过程.然而在概念课教学中，教师往往由于赶课时，忽略了从具体情境中抽象概括概念的过程，通常直接给出概念，再做简单的介绍和定义的几点说明，然后用大量的练习题对概念进行应用，然而这样的教学模式往往收效甚微，学生无法做到真正的理解以及举一反三的应用.本节课课题是《抛物线的定义》，在人教A版、人教B版、北师大版的教材中不约而同的提到了实验法抽象抛物线的定义，可见实验操作或利用信息技术手段，让学生直观感受抛物线的形成过程是非常重要的.本节课笔者通过画抛物线实验，学生自主观察，发现实验中直尺和图钉是不动的，铅笔是动的，从而抽象出定直线、定点和动点.再观察绳子的变化情况，抽象出动点到定直线和定点的距离的数量关系.课堂中用约一半的时间在引导学生从实验中抽象出概念中的各个知识点，进而概括出定义.

2.在概念应用中提升数学抽象概括能力

数学知识的魅力在于实际应用.课堂中，教师往往通过例题及变式练习引导学生从不同思路和角度认识问题，将同一问题抽象为不同模型，培养学生发散思维，实现以一变多的目的.有时也可以多题一解，培养学生的归纳概括能力，实现多变归一的目的.深度学习已经将高中数学教学与核心素养相关联，通过具体的应用以达到深度学习的目的.本节课，笔者通过探究过定点F且与直线l相切的圆的圆心轨迹，实施抛物线定义的应用.让同学们自己寻找方法作出圆心，实现对抛物线定义的深度理解，教师通过GeoGebra软件画出图象实施验证.再通过两个例题，对抛物线的定义巩固练习，在具体应用中提升数学抽象概括能力.

**二、学习目标**

1.经历、体验抛物线的概念的形成过程；

2.在概念形成的过程中，培养学生的联想类比、数学抽象的能力，实现学生思维能力的提升.

**三、教学重难点**

教学重点：理解并掌握抛物线的定义与相关概念，

教学难点：从画抛物线实验中抽象概括出抛物线的定义.

**四、教学过程**

环节一：课堂导入

问题1：请问投篮时篮球的运行轨迹是什么呢？

问题2：回顾初中学习的一元二次函数图象也是抛物线.

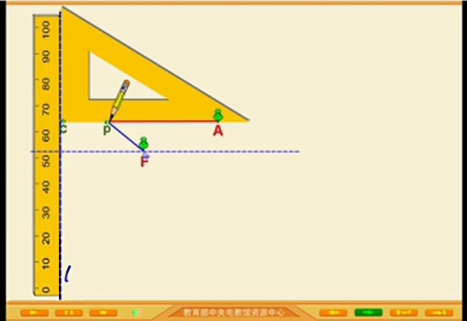
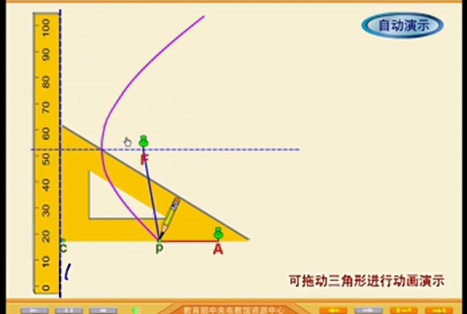
师：那么到底什么是抛物线呢？是怎么定义的呢？

【设计意图】通过生活中的抛物线以及初中已经学习的知识使学生认识到抛物线是我们“最熟悉的陌生人”.而问题的提出，通过已有的认知无法解决二次函数的图象真的是抛物线吗？激发学生探究新知的欲望，对本节课充满学习兴趣.引导学生联想类比已知的椭圆和双曲线的概念，都提到定点、动点与定点距离的数量关系，猜想抛物线有没有类似的定义呢？复习回顾旧知，实现知识迁移，同时引导学生发现圆锥曲线的定义之间的关联，使知识体系化，实现大单元教学法.

环节二：情境创设（播放短视频介绍抛物线的画法）

实验用具：直尺、三角板、一根细绳（无弹性）、一支铅笔、两根图钉.

作图规则：把直尺固定在画板上，将直角三角板的一条直角边紧靠住直尺边缘，取长度等于三角板另一直角边长的绳子，将绳子的一端用图钉固定在A处，另一端用图钉固定在画板F处，用铅笔尖扣紧绳子，使绳子绷直，拖动三角板沿着直尺上下移动.如下图所示：

【设计意图】俗话说“好的开端是成功的一半”，好的概念课教学需要有一个精彩的情境引入，精彩新颖的引入，既能抓住学生眼球又能促使知识的自然生成.鉴于课堂上让学生动手操作画抛物线难度较大，所有课前录好短视频播放.采用视频的方式引入吸引学生注意力，让学生带着问题去看视频更具有针对性，观察有方向性.数学实验是具体情境与数学抽象最直接的作用过程.利用直观情境，分析实例属性，总结概括数学对象的本质属性，形成数学学概念和结论，这是数学抽象的过程，旨在培养学生的抽象概括能力.

问题3：在实验过程中，哪些实验用具是固定不动的，哪些是动的？（播放视频）

问题4：在实验过程中，绳长（AC），AP，PC，PF，哪些量没有变，哪些量变化了？（再次播放视频）

问题5：在实验中，这些量之间有怎样的数量关系？始终不变吗？（视频暂停在某个时刻）

问题6：平面内，点与线的位置关系有哪些呢？若是点F在直线*l*上呢？

问题7：请同学们总结，平面内满足什么条件的点的轨迹是抛物线？尝试给抛物线下定义.

【设计意图】用动画视频演示抛物线的形成过程，让学生经历动态观察、问题思考、数学抽象、问题总结，有利于学生在动态变化中强化对概念的认识，也体现数学抽象核心素养在课堂中的落实.问题3学生通过观察实物的动与不动，抽象出定点、定直线和动点，问题4通过观察线段长度的变化发现它们的数量关系，找到其中恒等不变的量，抽象出动点到定点的距离等于动点到定直线的距离，并且始终相等.问题6促使细微观察发现细节，定点与定直线的位置关系.问题7的设置让学生尝试将以上问题的结果总结概述出抛物线的定义.通过问题串的设置，提高学生在课堂中的参与程度，容易激起学生的求知欲，激发学生不断思考，活跃其思维，使学生感知到概念中的细节知识点，层层递进引导学生发现问题、解决问题、生成概念，实现学生思维能力的提升.学生通过动态实验经历、体验抛物线的概念的形成过程，进而抽象概括出抛物线的定义，体验数学探索的乐趣，另外学生自己总结概括抛物线的概念获得知识，具有成就感并且构成理解性记忆.在问题探索中培养学生的数学抽象和直观想象素养.

环节三：概念生成

平面内，到一个定点F和一条定直线*l*（F不在*l*上）距离相等的点的轨迹叫做抛物线.其中定点F叫做抛物线的焦点，定直线*l*叫做抛物线的准线.

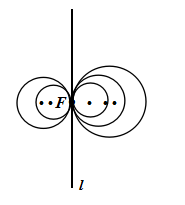
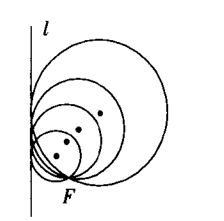
【定义剖析】（1）抛物线定义可归纳为“一动二定三相等”，一个动点，两定指定点和定直线，三相等指动点到定点和定直线的距离相等；

（2）隐含条件：定点不在定直线上，若定点在定直线上，动点轨迹为过定点且垂直与定直线的一条直线；

（3）抛物线定义建立了抛物线上的点（动点）、焦点、准线三者直接的距离关系，在解题时常与定义相联系，将两个距离相互转化进行解题.

环节四：定义的应用

【思考题】如下图，过定点F且与直线*l*相切的圆的圆心轨迹是什么呢？



生答：第一张图圆心轨迹是抛物线，理由是依据抛物线定义.

问题8：若是让同学们作出这些圆心，你该怎么操作呢？（同学们讨论交流）

生答：过点F作*l*垂线，取垂线段中点可得到一个圆心；再*在l*上任取一点A，连接AF并作AF中垂线，过点A作*l*垂线，交点也是符合条件的圆心；……可以得到很多的圆心.

师：非常好.按照同学的做法，教师利用GeoGebra软件中画图展示圆心轨迹为抛物线.

【设计意图】学习的目的在于运用.教学中首要是理解概念，更重要的是灵活运用概念.概念的理解与应用是相辅相成的，因此课堂中概念具体应用，及时应用并且归纳整理，对于巩固概念具有特殊意义.在学生获得概念之后，教师提出恰当的问题，让学生进一步思考，即使学生一时答不上来，亦可促使同学们开动脑筋，发散思维，最终获得结果是加深理解概念的好时机.本节课，通过开放式的问题设计给同学们交流讨论的机会，课堂中不仅师生对话更实现生生对话.学生感受抛物线定义的具体应用，了解抛物线的画法为以后做题画抛物线草图做准备，利用GeoGebra软件作图让学生感受依据定义生成抛物线图象，以数定形，体现数形结合思想.

环节五：课堂反馈

例1.依据抛物线定义，根据下列焦点坐标和准线方程，画出抛物线草图.

（1）； （2）；

（3）； （4）.

例2.平面上动点P到定点的距离比到轴的距离大1，那么动点P的轨迹是什么曲线？

环节六：课堂小结

**五、教学反思**

1.核心素养落实于课堂教学

数学抽象核心素养能否在课堂落实，关键是看教师能否实现对学生思维活动恰时、恰地、恰度地启发和引导，使学生不断地实现“从无到有”“从不懂到懂”. 数学抽象核心素养的培养是一个循序渐进、螺旋上升的过程，功在平时，要求教师在每一节概念课中有效设计问题情境，让学生通过观察、分析，发现问题的本质和规律，引导学生逐步提升核心素养.

匈牙利数学家波利亚指出“回到定义上找方法”，可见概念教学的重要性，而这恰恰是教师容易忽略的地方.概念是数学学习中最基础的知识，也是教学中重点难点的精华和浓缩，好的概念课教学需要有一个精彩的情境引入，引起学生学习兴趣，激发探究欲望，体验知识生成的快感，进而培养数学核心素养.本节课，笔者采用视频引入，抓住学生眼球，问题串的设置，不断引导学生动脑思考，实现以学生为主体的课堂环境.通过实验学生以及问题的探究，学生能够抽象概括出抛物线的定义，培养学生的问题探究、类比猜想和数学抽象能力，尽力使高中数学核心素养扎根在课堂教学中.

2.信息技术融于课堂教学

随着科学技术的飞速发展，信息技术和教育教学的整合也越来越深入，我们许多教师由对信息技术的陌生、敬畏到慢慢地尝试，切身感受到信息技术在课堂应用中的好处.本节课课前录制画抛物线短视频、制作ppt、课中使用ggb软件演示抛物线图象的生成，为本节课的呈现添砖加瓦.俗话说“兴趣是最好的老师”，课堂中使用信息技术激发学生兴趣，丰富课堂教学内容，培养学生自主探索的精神，拓展学生的知识领域，为学生的学习和教师的教学起到促进作用.

**参考文献：**

1. 中华人民共和国教育部制定.普通高中数学课程标准（2017年版2020年修订）[M].北京：人民教育出版社，2020.5
2. 王礼勇.指向高中数学核心素养下的数学概念教学[J].中学数学杂志，2020.5