**《任意角的三角函数》**

**一、历史材料及其运用**

三角函数的发展离不开三角学，而三角学一开始并不是作为数学的分支进入人们视野的，而是作为天文学的附属工具逐渐成长起来的。

在前希腊时代，人们己经在研究三角形边与边之间的数量关系，但因为缺乏角的度量的概念，所以那个时候还不能称之为三角学，确切的说是三边学或是三边形的度量。后来由于实际生产生活的需要以及精神生活的追求，人们开始对天体和天文现象产生了兴趣，希波克拉底时代的希腊人对一个圆里的角（或弧）与其所对应的弦长的关系做了系统的研究，以更好地测量地球的尺寸，以及太阳和月亮的相对距离。之后，陆续有天文学家遇到的问题需要角与弦之间更系统的关系。公元前２世纪下半叶，尼西亚的希帕克斯（约公元前180—125年）为了确定天体的位置，编制了世界上第一张弦表，开创了三角学的新纪元，被人们称为“三角学之父”。此后，越来越多的学者开始关注圆中弦的问题。来自亚历山大城的梅涅劳斯的“梅涅劳斯定理”就是典型的希腊形式的球面三角学一一圆中弦的几何学或三角学——的基础部分。

希腊人没有把弦的计算看成是一个比值，直到印度数学家婆什迦罗（１２世纪初）才似乎有了把正弦函数看作是一个比值的概念，即弧与半径之比的概念，他曾写出，即。

18世纪，瑞士数学家欧拉（Euler，1707—1783）为三角学的进一步发展作出了杰出的贡献。1748年欧拉在《无穷小分析论》中写到：三角函数是一种函数线与圆半径的比值。具体地说，任意一个角的三角函数都可以认为是以这个角的顶点为圆心，以任意长为半径作圆后，由角的一边与圆周的交点*P*向另一边作垂线*PM*后所得的线段*OP*、*OM*、*PM*（即函数线）相互取的比值，比如，，等（如右图所示），若令半径长为单位长，那么所有六个函数又可大为简化。本节课我们就来探究三角函数究竟是如何定义的。

1. **教学设计与过程**

|  |  |
| --- | --- |
| **教学内容分析** | 本节内容是第一章《三角函数》的核心内容，本章的前两节就是为了学习任意角的三角函数提供理论基础，后几节针对三角函数进行进一步地研究与探讨。在《课程标准》中：三角函数是基本初等函数，在数学和其他领域中具有重要的作用。 |
| **学生学情分析** | 学生已有知识经验：1. 初中已熟练掌握锐角的三角函数概念，研究方法是几何的，没有平面坐标系的参与；
2. 已初步掌握任意角与弧度制的概念，但对弧度制仍然比较陌生，所以在理解定义域是实数集时会出现问题；
3. 已熟悉函数的概念，理解三角函数时学会从函数关系的角度分析问题。
 |
| **教学目标** | 1. 掌握任意角的正弦、余弦与正切的定义；
2. 掌握三角函数的定义域与三角函数值在各象限的符号；
3. 在同化概念的过程中发展学生研究问题的能力
 |
| **教学重点****教学难点** | 任意角的正弦、余弦与正切的定义任意角的正弦、余弦与正切的定义 |
| **教学过程设计** | 1. **问题情境**
2. **回顾初中阶段对锐角三角函数的定义：**

|  |  |
| --- | --- |
| 图形 | 定义 |
|  |  |

1. **提及几个特殊角的正弦、余弦、正切值：**

，，思考：的正弦、余弦与正切值如何求解？ |
| **教学过程设计** | 1. **教师活动：**

学习任意角时对角的一种处理方法是：以角的顶点为坐标原点，角的始边为轴正半轴，建立平面直角坐标系（回顾象限角与轴线角），提出问题：你认为是否能借助平面直角坐标系来解决问题？1. **学生探究：**

从所熟悉的锐角入手，终边落在第一象限：在角的终边上任取一点（异于原点），作垂线构造直角三角形，记到原点的距离为，则有：，，.**探究1：**当点P在终边上的位置改变时，上述三个值会随之改变吗？【学生自主探究】：利用相似三角形和证得结论：改变在终边上的位置，三个值不变。【教师总结】：正弦、余弦、正切的值与的选取无关,与终边位置有关。**探究2：**擦去所作的垂线，能否求出角的正弦、余弦与正切值？【学生自主探究】：，， |
| **教学过程设计** | **二、概念形成****1.任意角三角函数的定义：**一般地，对任意角的终边上任一点，记，规定：1. 比值叫做的正弦，记作，即；
2. 比值叫做的余弦，记作，即；
3. 比值叫做的正切，记作，即.

【回到思考题】：的正弦、余弦与正切值如何求解？【探究】：终边在第二象限，任取点即可求解.【问题】：三角函数是如何形成的？【教师引导分析】：对于确定的角，终边唯一确定，比值，唯一确定正弦、余弦是角的函数；对于（），除去终边落在轴上的角，其比值也唯一确定正切是角的函数.1. **三角函数的定义域：**

，，分别称为角的正弦函数、余弦函数、正切函数，均称为三角函数.【思考】函数必有定义域，三角函数的定义域是什么？【学生探究】找到使三个比值有意义的的取值范围.【教师总结】（如下表）

|  |  |
| --- | --- |
| 三角函数 | 定义域 |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. **各象限三角函数值的符号：**

【思考】通过思考题的解决，发现正弦，余弦，正切的值有正有负，请问何时取正，何时取负？【学生探究】回到定义中去，的符号取决于，的符号取决于，的符号取决于是否同号. |
| **教学过程设计** | 【教师总结】1. **举例应用**

【**例1**】已知角的终边经过点，求的正弦、余弦、正切值.【**例2**】已知角的终边经过点，求的正弦、余弦、正切值.【**例3**】确定下列三角函数值的符号：；；【**设计意图**】例1、例2的设置主要是考察学生对于任意角三角函数定义的掌握与理解，从例1到例2，由浅入深，从终边上确定的点到任意点，学生在解题中体会三角函数与点的选取无关；例3的设置主要是考察学生对判断三角函数值符号的方法.1. **课堂小结**

1．任意角的三角函数的定义；2．三角函数的定义域；3．正弦、余弦、正切函数的值在各象限的符号． |

板书设计

