**HPM视角下的二项式定理的教学设计**

普通高中数学课程将二项式定理作为选修内容,要求学生“能用计数原理证明二项式定理;会用二项式定理解决与二项展开式有关的简单问题”或“经历导出二项式定理的过程,掌握二项式定理;通过归纳杨辉三角形并展开研究,发展探究能力”,并不要求学生掌握二项式定理复杂形式.在进行教学设计二项式定理时,介绍我国古代数学成就—杨辉三角,以丰富学生对数学文化价值的认识.”

**1 二项式定理的教学设计**

**1.1 学生基础情况分析**

这是一堂高二年级学生的课，这一阶段的学生已经初步具备了乘方、多项式运算、数列，组合相关的知识储备同时能够在教师的组织引导下进行对二项式定理探究学习与运用。本节课对学生的探究学习、归纳分析能力的提升有一定的帮助。

**1.2 教材内容分析**

本节课是选修2---3第一章第三部分第五节的内容，这节课内容上只有一个二项式定理但它却是前面内容的继续，也是后面内容的开始。在计数原理之后学习二项式定理，一方面是因为它的证明要用到计数原理，可以把它看做为计数原理的一个应用。另一方面也是为后面学习随机变量及分布做准备。同时二项式系数是一些特殊的组合数，有二项式定理可推导出一些组合数的恒等式，这对深化组合数的认识起到了很好的促进作用。可见二项式定理是一个承上启下的内容，问题类型具有较强的综合性，可以连接不同内容的知识。

**1.3 教学目标的确定**

知识与技能目标：掌握二项式定理及其推导方法、二项展开式、通项公式的特点，并能运用二项式定理解决相关问题.

过程与方法目标：在二项式定理推导过程中，培养学生观察、猜想、归纳的能力和发现问题、探求问题的能力，体会数学中从特殊到一般的思想以及类比思想。

情感、态度与价值观目标：通过探究学习让学生在学习的过程中养成独立思考的好习惯，培养学生勇于探索，勇于创新的个性品质，感受和体验数学的简洁美、和谐美和对称美。

**1.4 教学重点、难点**

**重点** 探究二项式定理的推导过程；正确运用二项式定理解决相关问题;

**难点** 探究二项式系数与组合数之间的联系；二项展开式的应用及一些易混淆的概念.

**2 二项式定理的教学过程**

**2.1 问题情境**

**活动1** 试将下列各式展开：

**探究1** 展开式各项次数有什么特点?

学生自主探究出上述两式展开时每项的次数与两式的次数相同。

设计意图：由于学生具备了乘方、多项式运算的能力，因此活动1对学生而言轻而易举，继而能够发挥学生自主学习的能力。探究1结合教学内容创设问题情境、创设兴趣点使学生对新学习的内容产生疑惑，有利于学生进一步探究问题、主动发现、构建新知识。

**探究2** 探究能否运用组合知识解释各项系数的由来?

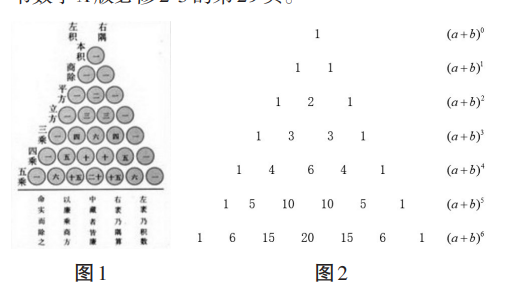
这一环节让学生自主探究，合作交流各项系数的由来。问题2中涉及组合知识这样学生就能够从组合的角度探究系数的由来，在合作探究过程中：学生1：从的个数来看从中可以看出有2个2个，

说明从2个里选2个从2个里选0个，所以的系数是,说明从2个里选0个从2个里选2个，所以的系数是，现在有一个问题是这一项说明从明从2个里选1个从2个里选1个，所以的系数是不等于2，这是为什么呢？学生1的问题引起了大家的兴趣，于是教师让学生继续探究讨论，讨论很激烈。讨论完后学生2提出学生1没有注意到每项次数的问题，每项次数是2次说明从从2个括号各取1个字母；每项次数是3次说明从从3个扩号各取1个字母；中说明从2个括号里都取的情况有1种即种，所以的系数是=1，说明从2个括号里取1个的情况有2种即种，所以的系数是=2，,说明从2个括号里都不取的情况有1种即种，所以的系数是=1。学生2说获得了全班热烈的掌声，学生1也被学生2说得心服口服。接着我让按照学生2的说法验证，学生很快就验证出结果完全正确。刚验证完学生3立马举手说：老师，学生2刚刚是以每个括号取的个数来讨论，那我也可以以每个括号取的个数来讨论，如

，说明从3个括号里都不取的情况有1种即种，所以的系数是=1，说明从3个括号里取1个的情况有3种即种，所以的系数是=3，说明从3个括号里取2个的情况有3种即种，所以的系数是=3，说明从3个括号里都取的情况有1种即种，所以的系数是=1。即。学生3的回答赢得了大家默默赞许。接着教师问学生：学生2是以每个括号取的个数来讨论，学生3每个括号取b的个数来讨论,这两种做法都可以，那么你们打算选哪种做法呢？学生纷纷表示会选择学生3的做法，因为按照学生3做法展开式具有对称美，组合上标从小到大排列。

设计意图：探究2引导学生运用组合知识解释系数的由来，引发学生探究，鼓励学生质疑，特别是学生1自主提出了问题，激起了学生的探讨兴趣，点燃了学生思维的火花，促进了学生思维的发展，继而有了学生2的讨论成果，由此看出学生思维层次的发展。在验证过程中学生3发现了另一做法，由此看出学生思维品质在层层递进。最后让学生自己比较两种做法，学生能够自主选择出最佳做法，这比传统课中教师硬塞给学生效果好很多。从探究2可以看出探究学习过程是个不断发现、分析、解决问题的动态化过程，教师精心设计问题情境是培养学生提出问题能力，探究问题意识的关键，同时也是调动学生思维发展，构建思维课堂的前提条件。

**活动2** 教师PPT介绍数学史--杨辉三角与二项式定理的联系



**设计意图** 通过借鉴数学史中的证明方法，构建数学模型，将具体的取球模型与抽象的二项式定理相联系，有利于学生加深对二项式定理的理解，形成对定理蕴含数学思想的意义构建，培养学生逻辑推理素养、数学建模素养等．

**2.2 新课讲解**

**活动2** 类比上述规律试写出下列各式的展开式:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

这一环节中学生都能很快地将的展开。对于大部分学生都能写出来，部分学生存在的问题是中间某项想不知道如何表示，于是教师引导学生：若中间某项系数是，请你们探究一下他后面的项是什么。 学生根据很快类比归纳出组合数的上标与的指数相同，而每项的次数都是次，所以中间某项可表示为。接着教师又问学生这一项是该展开式的第几项？问题刚一出口，学生脱口而出是第项，因为第一项组合数上标是从0开始。教师给出概念：

二项式定理：.其中称为该定理的通项用表示即，这里的称为该项的二项式系数。

设计意图：让学生对该式展开是为了检验学生是否真的理解探究2中的解决问题的办法，也培养了学生的类比思想。让学生对该式展开是为了让学生体会数学中从特殊到一般的思想。在教师的引导下学生的类比思想有了进一步的提升，探究能力也逐步加强。

**活动3** 试归纳二项式定理的特点.

设计意图：该活动能够培养学生观察、分析、归纳能力。学生自己去归纳探究，自己去合作交流，自己去切身体验，这样能够有助于学生对该定理得记忆、理解与运用，同时也能够让学生感受到数学中的对称美与简洁美。

**2.3 数学运用**

**例1** 利用二项式定理展开下列各式:

; .

设计意图：例1的设计是为了检验学生是否真的会运用二项式定理进行展开，事实证明大部分学生能够将改写成后再进行展开，说明学生具有一定的运用类比思想进行解题的能力同时也说明学生能够熟练运用二项式定理。

例1是为了引出下面问题中二项式系数与项的系数做铺垫。

**探究3**  试求第三项的二项式系数。

学生根据自己的展开式不加思考说出是6，只有个别学生在小声嘀咕说二项式系数是3，于是教师请出这些学生大胆说出自己的想法，学生疑惑地说二项式系数不应该是怎么会是6呢？该学生的疑惑引发了其他学生的讨论，讨论之后学生一致给出答案：二项是系数与项的系数是不同的，二项式系数就是组合数，项的系数是该项最终化简的结果的数字。

设计意图：二项式系数与项的系数是二项式定理中学生比较容易出错混淆的问题，在这一设计中我让学生自己去探究、自己去感受、自己去发现这两者的区别，在这一过程中引发了学生的讨论，激起了学生思维的碰撞，最后得出了一致答案，这样探讨过程必会有助于学生对该问题的深刻理解。

**例2** 已知二项式，

(1)求展开式第3项的二项式系数; (2)求展开式第3项的系数; (3)求第3项;

设计意图：该例题是对前面知识的巩固即对二项式定理运用以及要知道二项式系数与项的系数的区别。

**2.4 课堂小结**

教师与学生共同回顾本节课的学习内容，总结如下：

(1) 二项式定理的推导、记忆、理解；

(2) 会运用二项式定理，会求二项式系数以及项的系数；

(3) 能够提炼出整个课堂内容中的类比思想、特殊到一般的思想。

**3 教学反思**

HPM视角下的数学教学，注重知识的自然发生过程，注重课堂的数学文化。这节课涉及到二项式定理的由来，学生知道了学习二项式定理的必要性；在融入了数学史的课堂上，如何在课堂容量增加的前提下，不冲淡教学主题，不减少巩固新知的时间，学生的自主探究与发现不流于形式，是基于HPM视角教学的难点。要使HPM视角下的数学教学常态化，需要合理选取数学史料，合理安排教学时间，还需要看具体实施的效果。通过本文的介绍，以期对数学课堂教学给予一定的启示。