

理念

以多元表征学习深化学生的数学理解

□ 程红霞

(广东省深圳市宝安区宝安小学)

近年来,多元表征学习受到越来越多的关注,相关研究成果颇丰,研究主题也逐渐从实验情境中多元外在表征对学习的影响,转向真实课堂中如何向多元表征学习和用多元表征学习^[1]。

有研究成果表明:优化的数学多元表征学习能帮助学生更好地进行深度、有意义的建构。但在实际教学中,数学多元表征学习的效果却常常不尽如人意。以多元表征学习深化学生的数学理解,促进学生数学素养的提升,这是值得每位数学教师为之努力的事情。

一、数学多元表征学习的内涵与研究现状

《辞海》中对“表征(representation)”一词的解释是:1.揭示,阐明。2.显露于外的征象。表征是认知心理学中的重要概念,荆其诚先生认为表征是信息在心理活动中的呈现和记载方式^[2];张厚粲教授也指出,表征是“信息在头脑中的呈现方式”,因而也称为心理表征(mental representation)^[3]。随着信息技术广泛应用于心理、教育等领域,表征的含义得到了进一步扩展与丰富。

对同一事物的不同表征方式就是多元表征。在数学学习中,既有内隐的心理层面的知识整合与建构,也有外显的能够呈现认知过程和认知结果的多样化的数学表达,这就是数学多元表征^[4]。对于数学多元表征,目前并没有一个统一的概念界定,但人们对于多元表征内涵与意义的理解基本是一致的。归纳相关研究,数学多元表征学习

理论有如下三个基本观点。

第一,目前研究的数学多元表征一般泛指多元外在表征,其本质是使用不同性质的表征方式替代数学学习对象,使思维过程可视化、显性化,使数学理解走向多角度、多思维,促进内在表征(心理表征)的丰富、生动与深刻^[5]。数学多元表征从本质上来看可以分为两类:一类是言语化表征,如口述语言、书面符号等,主要表达数学中关于“数”的内容;一类是视觉化表征,如图形图表、教具模型等,主要表达数学中关于“形”的内容^[6]。

第二,使学生学会在表征系统内的转换和在不同表征系统间的转译是数学多元表征学习的关键。不同的表征往往揭示了数学对象不同方面的性质或成分,这对于学生理解该数学对象具有重要的作用。因此,在教学中我们不能过分强调或忽视任一表征方式^[7],而应该帮助学生在各种表征方式之间建立联结,促进学生在各种表征方式之间的转换和转译。

第三,教学中多元表征的不同方式体现了学生的个体差异性与学习过程中的思维层次^[8]。例如,擅长用视觉化表征的学生可能不太理解言语化表征,反之亦然。在教学中提供多样化的表征方式能帮助学生找到自己擅长的表征方式,同时在交流中弥补自己所不擅长的,这就包含了“用数学多元表征学习、向数学多元表征学习”的双重含义^[9]。

莱什(R. Lesh)等人提出了数学概念的五种外在表征系统:图像、操作模型、现实生活情

境、口述语言、书面符号^[10]。(图1)

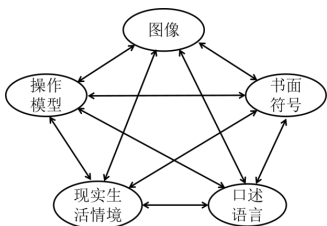


图1 数学概念的五种表征方式

在中小学数学教学中,绝大多数学习对象都可以使用以上五种表征方式来进行多元表征学习。通过学具操作、推理表达、合作交流等学习活动来实施的多元表征学习,能强有力地支撑学生建立丰富的、个性化的、深刻的内在表征。

目前,多元表征的研究已经形成了比较丰富的研究成果,对我们的研究具有较强的借鉴意义。同时,我们也看到了一些不足。首先,小学数学教师对多元表征的关注度明显不够,相关研究成果偏少。其次,小学数学教师关于多元表征的研究大多重在对具体课例“一招一式”的经验介绍,缺乏对一般性策略的提炼,在多元表征学习的研究上缺少理论架构与深度思考^[11]。再次,在研究成果中鲜有对表征转换和转译策略的研究,而这才是多元表征学习的“灵魂”所在。

基于以上分析,我们确定的研究方向是:实践多元表征学习在数学课程不同内容领域的教学,深入思考“如何优化数学多元表征学习的教学设计”,探索促进和增强多元表征转换和转译的一般性策略与方法,帮助学生实现深度理解和有意义的建构。

二、数学多元表征学习的意义与价值

20世纪80年代中期到90年代中期,多媒体应用和建构主义理论在课程开发和教学设计中受到了人们的追捧。这一阶段出现了诸

如几何画图软件等多种动态数学教学软件。这些软件既能集合学习对象的多元表征形态,又能动态呈现多元表征之间的关联,使多元表征间的联结变得直观可见。这使得研究者开始关注多元表征学习在数学学习中的作用与价值,对多元表征学习的研究也逐渐从心理实验走向真实的课堂教学^[12]。纵观数学多元表征学习理念的起源与发展,不难看出这是信息化时代的产物,它的出现是顺应时代发展,顺应多元学习需求的。

数学多元表征学习支持不同的思维过程,有利于不同学习者找到适合自己的表征方式进行理解与建构。有研究指出,有关“数”的表征和有关“形”的表征所反映的是两类不同的数学思维方式——逻辑思维和直觉思维^[13]。擅长逻辑思维的学习者更容易理解和接受“数”的表征,而比较依赖直觉思维的学习者更需要借助“形”的表征来促进理解。同时,学习者经历数学多元表征学习的过程也是经历互补的认知过程。从多个角度对数学学习对象进行言语化表征或可视化表征,从而能更完整地反映数学学习对象,有利于学生把握学习对象本质与非本质的属性^[14]。

数学多元表征学习有助于建构深度理解。根据相关理论,数学多元表征学习不是一种信息获得的过程,而是一种主动建构心理意义的过程^[15]。人脑具有对有意义学习的本能,其经历的认知加工越多、越高级,认知过程就越充实,认知结果也就越趋近认知对象的本质^[16]。在设计良好的多元表征学习中,学生需要多次对多元表征信息进行抽象、概括、精致、拓展、转换与转译等认知加工,最后累积形成“整合码”。整合码是学习者对学习对象本质深度理解的标志,生成了整合码,标志着对学习对象达到了深度理解^[17]。

三、数学多元表征学习的实施策略

数学多元表征学习是否有效,取决于学生能否在不同表征间进行联结、转换、转译,但转换与转译的发生并不容易。要达成有效的数学多元表征学习,以下问题值得我们深入思考:哪些内容适合采用多元表征的学习方式?怎样组织多元表征学习材料?能促进多元表征转换与转译的教学策略有哪些?

(一) 关于学习内容与材料的思考

1. 学习内容与多元表征学习方式是否适切

并不是所有数学学习内容都适合引入多元表征学习。例如,学生以多元表征的方式学习了两位数乘两位数,理解了多位数乘法的算理,于是学习三位数乘两位数时就没有必要采用多元表征的学习方式了,直接进行迁移学习即可。多元表征学习使用不当会增加学生的认知负荷。

已有的研究中,在数学概念与问题解决中使用多元表征学习的案例较多。我们也可以从教材角度来考虑多元表征学习的适切内容。教材的四大内容板块分为数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践,其中绝大多数内容都可以采用多元表征学习方式。例如,在数与代数板块,多元表征学习可以用于数概念的认知、理解运算模型与运算关系、数与代数其他关键概念的学习等,如“乘法分配律”一课,可以用多元表征学习来促进学生对运算关系、运算性质的理解;在图形与几何板块,多元表征学习也非常重要,如“线的认识”中,可以用多元表征学习帮助学生完善对线段、直线、射线概念本质的理解。

2. 优化多元表征学习材料可以减轻认知负荷

好的学习材料能为学生的多元表征学习提供支持。有研究表明,与单一表征的学习材料相比,由具体模型、图形和符号两两组合设

计的学习材料能更好地支持学生的多元表征学习^[18]。教师要为学生提供各种学习素材,规划学习路径,以促进多元表征的转换与转译。

例如,“乘法分配律”一课,教师提供了小方块学具,使学生可以一边操作学具(拼方块),一边列出相应的乘法算式,以“具体模型+符号”的形式设计学习材料,让学生在两种表征方式之间流畅转译,从而理解直观模型中的乘法关系;“点阵中的规律”一课,教师为了更好地展示课堂生成,便于学生进一步地观察、用算式表达点阵,选用了磁铁挂钩,将学生拼出的点阵模型图悬挂于黑板上,这同样是“具体模型+符号”的材料组合;又如,“线的认识”一课,教师提供了学习单,让学生多次经历画线、表示线,在不断试错和多元表征中逐步完善对三种线的本质理解,这里则是“图形+符号”或“图形+口述语言”的材料组合。有研究者指出,与“具体模型+图形+符号”的学习材料相比,“具体模型+符号”学习材料对学生的学习成绩影响更大^[19]。这说明多元表征学习中,并不是表征方式越多效果越好,过多的表征有时反而会给学生增加认知负荷。

(二) 关于情意投入与学习习惯的思考

1. 促进和增强学生积极的情意投入

个体学习的过程既是一种认知过程,也是一种情感意志投入的过程。积极的情意投入对认知过程起到促进作用。在多元表征学习中,要提高多元表征学习的质量,促进和增强学生积极的情意投入是非常有必要的。

如何促进和增强学生积极的情意投入?在我们的三个课例中可以看到一些积极的做法。“乘法分配律”一课中,教师设计了环环相扣的任务来推动学生的学习。任务驱动式学习使学生专注于任务本身,基于任务去表达自己的想法而不需要迎合教师,同时任务本身的

挑战性也能激起学生的兴趣与参与度,这样就营造出一种安全、自由、积极向上的课堂氛围。“点阵中的规律”一课中,教师实施了延迟评价的策略,没有过早地对学生的探究结果作出判断,于是学生可以畅所欲言地表达自己生成的图或式,最后引发对多元结果的辨析。“线的认识”一课同样实施了延迟评价策略,教师鼓励学生去试错、修正、想象和表达,给予学生自我评价、自我修正的机会。

此外,教师还可以利用数学本身的魅力让学生沉浸于课堂,通过呈现数学的逻辑推理之美、简洁之美、抽象之美来促进学生积极的情意投入。

2. 训练和养成良好的数学学习习惯

良好的数学学习习惯是数学课堂顺利进行的保障。数学多元表征学习中,教师要有意识地训练学生养成操作、记录、反思、表达的好习惯。“操作”并不是简单的“做”,而要在“做”的同时思考如何用符号或语言来表征。“记录”不是孤立的符号表示,而是与操作相配套的另一语言形式。“反思”则需要学生思考操作的过程和结果,使深度理解与有意义建构成为可能。“表达”具有十分重要的意义,它包括“听”和“说”两个方面。例如,在请某位学生发言之前,先给其他学生提出“听”的任务:他在说什么?我和他的想法之间有哪些异同?这样的任务能保障学生在听的同时进行联系、比较、辨析,使自己的思考时刻建立在发言者的基础之上,而不是原地踏步甚至倒退。“说”则有助于分享,通过“说”可以将自己的内在表征与认知显性化,或通过听同学“说”可以进行批判性思考、互补式学习。“你为什么这样说(做),有什么理由和依据吗”“你的方法有什么与众不同的地方”“如果……会发生什么样的情况”,这些问题可以引导学生更理性地去“说”,从而

精致多元表征,促进整合码的建构。

(三) 优化多元表征学习的策略

1. 重视数形结合,促进多元表征的转换与转译

表征之间的转换或转译是多元表征学习的核心内容。在小学阶段的数学学习中,一般以图像(涉及操作活动)帮助学生建构模型,运用文字或符号对模型的内涵进行描述与记录(图2),三者之间的转换可以协助学生深度理解核心概念或关键内容。

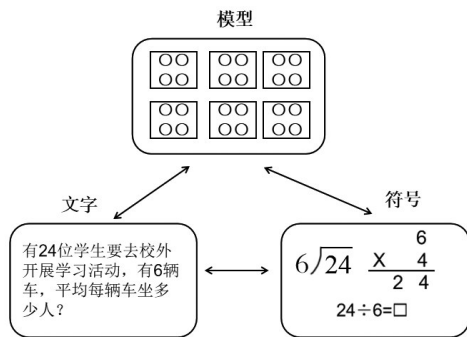


图2

图2也体现了数形结合的思想,数形结合是多元表征学习中最常用的策略。数与形之间的双向互译会使学生的理解更趋具体化、清晰化。

数形结合的关键在于“结合”,也即将“数”与“形”进行数量、结构、意义、内涵等方面的联结,而这样的联结对学生而言并不是一件容易的事情。例如,北师大版教材在编排两位数乘一位数、两位数乘两位数的内容时,引入点子图建立计算模型,目的是以数形结合的方式帮助学生理解算理、掌握算法。但在实际教学中,我们发现学生往往会先口算出算式的得数再去圈点子图,最后圈出的点子图与算的方法完全不配套。这就是“数”没有与“形”建立联结,两者之间没有发生转换和转译。

怎样用好数形结合以促进多元表征转换

与转译的发生呢? 以下两点值得我们去思考: 第一是建立“形”与数据之间的联结, 第二是建立“形”的结构、内涵意义与运算关系之间的联结。在“乘法分配律”一课中, 以上两点就做得比较扎实。

2. 重视“操作+思考”, 促进多元表征学习的精致化

数学多元表征学习的认知模型表明: 整合码的生成不是一次就能够达成的, 需要学生对多元表征信息进行多次的抽象、概括、精致、拓展、转换、转译等认知操作, 最终累积形成。其中, 精致是人脑工作记忆对浅层码进行意义上的添加、拓展, 是建构整合码所必需的认知操作^[21]。

在多元表征学习中, 引导学生经历这种精致化的过程是很有必要的, 因为仅操作或操作之后记录表征都是不够的。学生通过对操作过程进行反思, 对操作与记录的匹配性进行辨析与修正, 将操作中的“形”与学习中的“数”进行联结、类比、转换、转译、抽象、概括, 在细节化的思考过程中, 使抽象的内容越来越具体、清晰、丰满, 从而实现有意义的建构。

例如, 在“乘法分配律”一课中, 学生经历了任意拼几乘几的方块并列出算式后, 教师引发学生思考: 你拼的方块能跟 3×4 的方块连接在一起吗? 为什么可以(或不可以)? 对可以连接的情况, 按照连接方式可以将算式分成几类? 这样一些启发性的问题能引导学生思考操作过程和结果, 开展观察、想象、比较、归纳、概括、抽象等思

维活动, 使连接方块时“数形结合”的映像在头脑中愈加清晰和具体, 这就是精致多元表征学习。

总之, 相对于其他形式的学习, 多元表征学习更注重联系性、类比性与结构化, 其学习过程的多元性与丰富性也是其他形式的学习难以比拟的。在多种表征方式的对应与联结中, 在精致多元表征学习中, 在不同表征方式的转换与转译中, 学生头脑里的数学概念和数量关系会越来越具体和清晰, 学生的理解也会越来越趋近数学的本质, 最终走向深度理解和有意义的建构。

参考文献

- [1][5][8][9][12][13][14]唐剑岚. 数学多元表征学习的认知模型及教学研究[D]. 南京: 南京师范大学, 2008.
- [2]荆其诚. 简明心理学百科全书[M]. 长沙: 湖南教育出版社, 1991.
- [3]姜椿芳, 梅益. 中国大百科全书·心理学[M]. 北京: 中国大百科全书出版社, 1992.
- [4][11]姚建法. 数学多元表征研究综述[J]. 江苏教育研究, 2020(5A): 53-59.
- [6]郎宏坤. 在多元表征和多重编码中发展数学语言[J]. 新课程研究(上旬), 2016(7): 4-6.
- [7]郑毓信. 多元表征理论与概念教学[J]. 小学数学教育, 2011(10): 3-7.
- [10][20]John A. Van de Walle. 中小数学学科教材教法[M]. 张英杰, 周菊美, 译. 台北: 五南图书出版股份有限公司, 2005: 65.
- [15][16][17][18][19][21]唐剑岚. 数学多元表征学习及教学[M]. 南京: 南京师范大学出版社, 2009.





程红霞,深圳市宝安区宝安小学数学教师,宝安区名师,温州大学章勤琼小学数学特级教师(名师)工作站学员,深圳市王栋昌名师工作室学员。曾获新世纪教学研讨和现场答辩活动一等奖、全国电子白板录像课评比一等奖、深圳市教学论文评比一等奖。在《小学教学设计》《小学数学教师》等杂志发表文章。市级课题主持人。

2021年第10期
总第384期
(月刊,每月1日出版)

主 编 王耀东
执行主编 蒋徐巍
特约副主编 陈洪杰
责任编辑 曲春蕊 李 达
潘迅馨 王雅凤
封面设计 陈 芸

国内统一连续出版物号 CN 31-1071/G4
国际标准连续出版物号 ISSN 1006-1606
国内邮发代号 4-312
国外发行代号 BM593

卷首 /

- 01 把教学的过程变成学生的探险与揭秘 刘 燕

专家视角 /

- 04 一个开放的论题:“合作学习”与“数学文化”
在数学教学中的应用与渗透 郑毓信

专栏 /

- 08 “坏的差错”会提出好的问题 华应龙

封面·人物 /

- 11 多元表征 深理解
【理念】
12 以多元表征学习深化学生的数学理解 程红霞
【课堂】
17 优化多元表征 促进关系理解
——以“乘法分配律”教学为例 程红霞
【课堂】
21 动手操作丰富猜想 多元表征发展思维
——以“点阵中的规律”教学为例 陈小玲
【课堂】
25 以多元表征丰富几何概念
——以“线的认识”为例 徐 烽

精品课堂 /

- 【创意课程】
29 带着思考去联结生活和世界
——以二年级“价格背后的数学问题”为例 裘陆勤
32 在追本溯源中,引领儿童深度学习
——“9的倍数特征”教学实践和思考 洪 娟
37 根“植”思想厚土 培育模型之“树”
——以“植树问题”教学为例 隋爱丽 慕振亮
40 基于“正本开元”的策略教学设计与思考
——以“解决问题的策略(转化)”为例 黄 芳

教学探讨 /

- 【“立德树人”系列课程】
45 立德树人视域下数学学科育人价值实现的路径
王彦伟