**2023届高三数学模拟卷1**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知i为虚数单位，，则（ ）

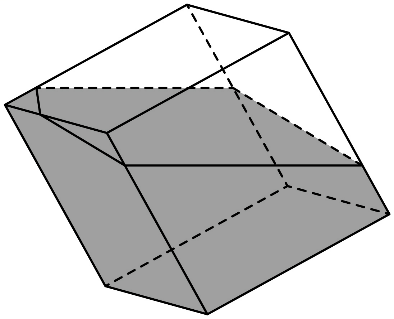
A.  B.  C.  D. 

2. 满足等式的集合*X*共有（ ）

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

3. 已知为奇函数，且时，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

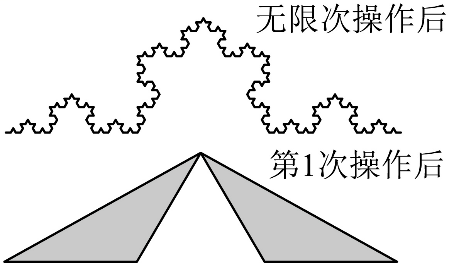
4. 如图，一个棱长1分米的正方体形封闭容器中盛有*V*升的水，若将该容器任意放置均不能使水平面呈三角形，则*V*的取值范围是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

5. 已知，为单位向量，且，则与的夹角为（ ）

A.  B.  C.  D. 

6. 将一个顶角为120°的等腰三角形（含边界和内部）的底边三等分，挖去由两个等分点和上顶点构成的等边三角形，得到与原三角形相似的两个全等三角形，再对余下的所有三角形重复这一操作．如果这个操作过程无限继续下去…，最后挖剩下的就是一条“雪花”状的Koch曲线，如图所示已知最初等腰三角形的面积为1，则经过4次操作之后所得图形的面积是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

7. 安排5名大学生到三家企业实习，每名大学生只去一家企业，每家企业至少安排1名大学生，则大学生甲、乙到同一家企业实习概率为（ ）

A.  B.  C.  D. 

8. 已知函数，，若总存在两条不同的直线与函数，图象均相切，则实数*a*的取值范围为（ ）

A  B.  C.  D. 

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知函数的图象是由函数的图象向右平移个单位得到，则（ ）

A. 的最小正周期为*π*

B. 在区间上单调递增

C. 的图象关于直线对称

D. 的图象关于点对称

10. 已知抛物线*C*：的准线为，直线与*C*相交于*A*、*B*两点，*M*为*AB*的中点，则（ ）

A. 当时，以*AB*为直径的圆与相交

B. 当时，以*AB*为直径的圆经过原点*O*

C. 当时，点*M*到的距离的最小值为2

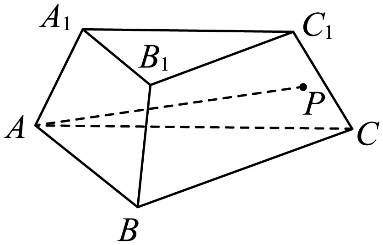
D. 当时，点*M*到的距离无最小值

11. 已知函数，若，其中，则（ ）

A.  B. 

C.  D. *abc*取值范围是

12. 如图，已知正三棱台的上、下底面边长分别为2和3，侧棱长为1，点*P*在侧面内运动（包含边界），且*AP*与平面所成角的正切值为，则（ ）

A. *CP*长度的最小值为

B. 存在点*P*，使得

C. 存点*P*，存在点，使得

D. 所有满足条件的动线段*AP*形成的曲面面积为

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 的展开式中的系数为\_\_\_\_\_\_（用数字做答）．

14. 若椭圆上的点到焦点距离的最大值是最小值的2倍，则该椭圆的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15. 定义开区间的长度为．经过估算，函数的零点属于开区间\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（只要求写出一个符合条件，且长度不超过的开区间）．

16. 设，，，*O*为坐标原点，则以为弦，且与*AB*相切于点*A*的圆的标准方程为\_\_\_\_；若该圆与以*OB*为直径的圆相交于第一象限内的点*P*（该点称为直角△*OAB*的Brocard点），则点*P*横坐标*x*的最大值为\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共6小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，**

17. 记，为数列的前*n*项和，已知，．

（1）求，并证明是等差数列；

（2）求．

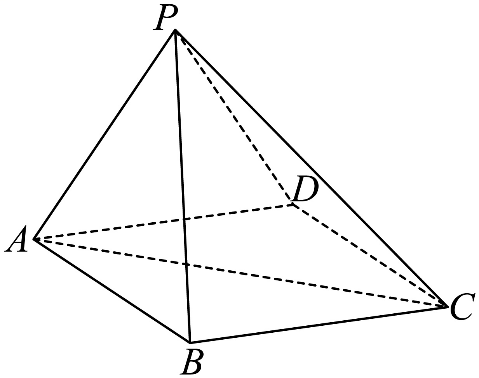
18. 记的内角的对边分别为，已知．

（1）求；

（2）设的中点为，若，且，求的的面积．

19. 如图，在四棱锥*P*-*ABCD*中，，且，底面*ABCD*是边长为2的菱形，．

（1）证明：平面*PAC*⊥平面*ABCD*；

（2）若，求平面*PAB*与平面*PBC*夹角的余弦值．

20. 某企业因技术升级，决定从2023年起实现新绩效方案．方案起草后，为了解员工对新绩效方案是否满意，决定采取如下“随机化回答技术”进行问卷调查：

一个袋子中装有三个大小相同的小球，其中1个黑球，2个白球．企业所有员工从袋子中有放回的随机摸两次球，每次摸出一球．约定“若两次摸到的球的颜色不同，则按方式Ⅰ回答问卷，否则按方式Ⅱ回答问卷”．

方式Ⅰ：若第一次摸到的是白球，则在问卷中画“○”，否则画“×”；

方式Ⅱ：若你对新绩效方案满意，则在问卷中画“○”，否则画“×”．

当所有员工完成问卷调查后，统计画○，画×的比例．用频率估计概率，由所学概率知识即可求得该企业员工对新绩效方案的满意度的估计值．其中满意度．

（1）若该企业某部门有9名员工，用*X*表示其中按方式Ⅰ回答问卷的人数，求*X*的数学期望；

（2）若该企业的所有调查问卷中，画“○”与画“×”的比例为4：5，试估计该企业员工对新绩效方案的满意度．

21. 已知双曲线*E*：与直线*l*：相交于*A*、*B*两点，*M*为线段*AB*的中点．

（1）当*k*变化时，求点*M*的轨迹方程；

（2）若*l*与双曲线*E*的两条渐近线分别相交于*C*、*D*两点，问：是否存在实数*k*，使得*A*、*B*是线段*CD*的两个三等分点？若存在，求出*k*的值；若不存在，说明理由．

22. 已知函数，其中且．

（1）当时，求函数的单调区间；

（2）若存在实数，使得，则称为函数的“不动点”求函数的“不动点”的个数；

（3）若关于*x*的方程有两个相异的实数根，求*a*的取值范围．