错题管理视角下数学反思能力的提升

■潘箐婷 （昆山市周市中学）

在错题管理视角下构建交流反思平台，能帮助同学们分享自己的解题、错题纠错经验．在同学间的交流学习中，能够学到更多更好的学习方法，进而反思自己的不足．另外，还可吸收他人的错误经验教训，告诫自己不再犯相似的错误．同学们之间，经过错题心得的分享，可以优化、完善自己的数学知识体系．下面为提升同学们数学反思能力提供些许建议．

同学们可以与同伴分享错题，展示错误原因与反思更正的过程，还能通过沟通交流，了解他人错误的原因，提醒自己不要再犯相似的错误．下面是一名同学分享的错题．

例题 如图1，在四边形 $ABCD$ 中，相邻两边 AD 与 DC 相等，BD 平分 $\angle CBA$，$ED\perp AB$，交 AB 于点 E，求证：$EA+CB=EB$．

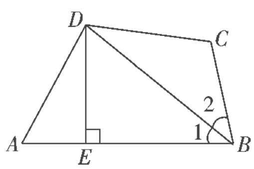

图1

此问题综合性强，考查了同学们对三角形全等、角平分线性质知识的认知，也是我们经常出错的典型问题．观察图形，直线 EA，BC，EB 不在同一条直线上，为了证明这三条线段的长度关系，这就需要同学思考怎样将这三条线段转换到一条直线上来证明．分析题目，因为 BD 是 $\angle CBA$ 的平分线，所以图中的 $\angle 1=\angle 2$，题目中还给出条件 $AD=DC$，$ED\perp BA$．要想借助这些条件证明 $EA+CB=EB$，就要思考如何将这三条直线放到一起．可以尝试截取相同长度的线段或者延长线段的形式等．这些方法在本道题中是否都合适呢？可以一一尝试做一做．

一、截取的方法

在 BE 上取一点 F，令 $EF=AE$，所以只要证明 $FB=CB$，就能证明出 $EA+CB=EB$．而要证明 $FB=CB$，就要证明三角形 DFB 和三角形 DCB 全等．现在已知 $\angle 1=\angle 2$，公共边 $DB=DB$，要想证明全等，还要证明边 $FB=CB$，或者任意一组角相等，而 $FB=CB$ 又是同学们要求证的，所以只能找对应角．经过分析，对于 $\angle BDF=\angle BDC$、$\angle C=\angle BFD$ 的证明还缺少条件，所以使用截取 $EF=AE$ 是不行的．然后再截取 $FB=CB$，如图2，尝试证明．题目中 $\angle 1=\angle 2$，

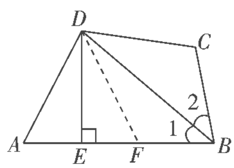

图2

$FB=CB$，$DB=DB$，所以三角形 BDF 和三角形 BDC 全等，所以 $FD=CD$．因为 $AD=DC$，可以得到 $DA=FD$．又因为 $ED\perp BA$，ED 为公共边，所以可证得直角三角形 DEA 与三角形 DEF 全等，所以 $EA=FE$．然后利用等量代换，得到 $EB=FE+FB=EA+CB$．对于“截取”方法分享时，该同学是从结论着手进行逆推导，然后从题目中找寻能够证明结论的条件，需要同

学们知道哪些已知条件可以进行证明．只有思考每一种方法，才能总结出解题方案．该同学还在交流分享时告诉同伴自己错误的原因，是使用了边边角公理证明三角形全等，据此可知该同学对自己的错误有正确认知，并能主动反思错因，对问题的解答也不局限于一种方法．

二、延长的方法

除了截取，接下来同学们看能不能使用延长的方法来证明．下面有两种延长的方法：一种是延长 BA 到 G，令 $GA=CB$；另一种是延长 BC 到 H，令 $HC=EA$．第一种，要想证明 $EB=EA+CB$，就要证明 $EB=EG=AG+EA$，那么 $EB=EG$ 如何证明呢？可由三角形 DEG 与三角形 DEB 全等着手．结合已知条件 $ED\perp BA$，得到 $\angle DEB=\angle DEG$．要想使用角边角或者角角边来证明两个三角形全等，发现还缺少条件，不能证明．如果使用 HL 定理来证明，还缺少斜边相等的条件．所以，延长 BA 到 G，令 $GA=CB$ 的方法行不通．第二种，延长 BC 到 H，令 $HC=EA$，如图 3．在此就要证明

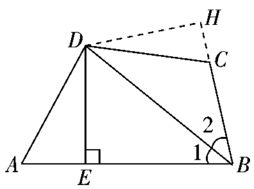

图 3

$BE=HB=CB+HC$，证明三角形 DEB 与三角形 DHB 全等，已知 $\angle1=\angle2$，BD 为公共边，可只用斜边直角边公理、角角边、角边角、边角边公理来证明．如使用斜边直角边公理，要证明 $ED=HD$，就要证明三角形 DEA 和三角形 DHC 全等，但是现有条件只有 $EA=CH$，$CD=DA$，缺少条件，所以不能使用斜边直角边公理进行证明．同理，使用边角边公理也不能证明，所以延长这种方法不能使用．

由此可知，无论是哪种延长方法，都不能证明．这样就会引发同学们反思，这道题难道只有一种方法来解答，还有没有其他的方法呢？

三、其他方法

再分析题目，其中 BD 为 $\angle CBA$ 的平分线这一条件，除了证明 $\angle1=\angle2$，还能证明什么呢？借助题目中的 $ED\perp BA$ 这一条件，过点 D 只要再作一条辅助线，就能利用角平分线的性质．如图 4，过 H 作 HD 垂直

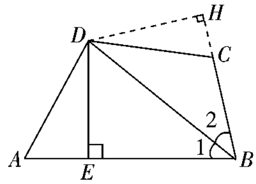

图 4

CB 的延长线于 H，可以得到 $\angle AED=\angle H$，就能借助角平分线的性质得到 $ED=HD$．再结合题目中的 $DA=CD$ 这一条件，根据斜边直角边定理，证明三角形 DEA 与三角形 HCD 全等，得到 $EA=HC$．由此就可将三条直线转移到一条直线上，后面只要证明 $EB=HB$，三角形 DEB 和三角形 DHB 全等即可，在此使用角边角、角角边、斜边直角边定理都可以证明．由此可知，除了使用“截取”方法与“延长”方法将不在同一条直线上的直线转移到一起，还可结合题目中给出的条件再分析，不要局限于一种想法，而是要在同学们的交流分享中，多想到几种方法．经过同学间的交流会发现，角平分线不只是平分角，再与垂直条件结合，可以构成两个直角三角形，然后根据斜边直角边定理证明三角形全等．

同学们在开始交流时，不是使用同一种方法，而是通过主动探究与交流，使用了不同的解题方法．在此过程中，同学们只要愿意去试错，乐于分析每次错解的原因，就能在错题分享的过程中，借鉴他人的解题方法，使用逆向思维，从结论倒推条件，在反思中总结自己解题时的不足．同时，通过与其他同学的分享交流，还可以使我们知道，自己对于某一个知识点掌握的薄弱之处，及时查漏补缺，为后期学习提供帮助．