钉子板上的多边形

【教学内容】

苏教版义务教育教科书《数学》五年级上册第108～109页。

【教学目标】

1.让学生在操作、观察、猜测、验证等活动中，发现在钉子板上围出的多边形与它的边所经过的钉子数，以及多边形内部钉子数的关系，会用含有字母的式子表示发现的规律。

2.让学生在探索规律、发现规律和表达规律的过程中，进一步感受数学抽象的意义，培养比较、分析和简单推理的能力，增强发现问题、提出问题的意识，积累数学活动经验。

【教学重点】 探索钉子板上多边形的面积与多边形边上钉子数、多边形内部钉子数之间的关系。

【教学难点】 一节课时间内进行类比推导并归纳出多边形的面积与多边形边上钉子数、内部钉子数之间的关系。

【教学准备】 准备点子图、课件、学习单等。

【教学过程】

**一．激趣导入**

师：今天我给大家带来了一个数学学习小工具——钉子板。

师：我们用橡皮筋可以在钉子板上围各种各样的多边形。为了便于研究，我们把钉子板简化为点子图。我们约定钉子板和点子图上的每相邻两个点之间的距离为1厘米，相邻的四个点围成的正方形的面积就是1平方厘米。

师：它的面积是多少？（你是怎么做的？数一数，用面积公式计算）

师：（围出一个稍复杂的多边形）你准备怎么求它的面积？

预设：数格子。

分割以后分别算出各规则图形的面积后再相加。

师：用分割法或数格子的方法可以求出图形面积，但是很麻烦。能不能借助钉子板巧妙地来解决呢？接下来我们就一起来探索《钉子板上的多边形》（板书：课题）

**二．探究规律**

师：猜想一下，钉子板上的多边形的面积会与什么有关呢？

预设：可能与图形边上的钉子数有关

可能和图形里面的钉子数有关

师：那钉子板上的多边形面积和它们有着怎样的关系呢？我们一起动手来研究吧。

**（一）探究图形内有1枚钉子的规律**

**1.个例发现,形成猜想。**

活动一：

数一数：数出每个多边形边上的钉子数。 算一算：数或算出每个图形的面积。 填一填：把结果填入表中。 说一说：仔细观察表中数据，四人小组说说你有什么发现。 预设：多边形的面年级等于多边形边上钉子数的一半。

多边形边上的钉子数越多，多边形的面积就越大。

师：如果用S表示多边形面积,n表示多边形边上的钉子数,你能用字母表达式表示这一发现吗?动手写一写。指名学生回答，书写板书：S=n÷2

**2.举例验证,明确前提。**

师:你们太厉害了，异中求同，找到了其中的规律。但这还只是我们的猜想**（板书：猜想），**只有经得住“验证”**（板书：验证）**才能称为规律。我们一起动手验证一下吧。

**活动二：** 画一画：在点子图上画出两个不同的多边形。 数一数：数出每个多边形边上的钉子数。 算一算：算出每个图形的面积。 填一填：把结果填入表中。 说一说：多边形面积是边上钉子数的一半吗？是否符合我们刚才发现的规律？ 预设：(1)符合规律;(2)不符合规律。

提问: 观察两组多边形有什么不同？（符合规律的一组内部钉子数都是1，不符合的内部钉子数都不是1。）

**3.归纳概括,形成结论。**

总结:看来要使这一发现成立,还要加个前提，用a来表示多边形里面的钉子数,完善字母表达式。a=1 S=n÷2看来钉子板上的多边形的面积不仅跟多边形边上的钉子数有关,还跟多边形里面的钉子数有关。

师：回顾刚才的探索过程，这个规律我们是怎么研究的？

小结：设计图形、数出边上和内部钉子数，求出面积，观察比较、得到猜想，举例验证、得出结论。**（板书：结论）**

（二）**探究图形内有2枚钉子的规律**

师：内部有2枚钉子的多边形，它是否也存在类似的规律呢？你想怎样来探究呢？（学生说一说探究过程）

活动三：

画一画：在点子图上画出内部有2枚钉子的多边形。

数一数：数出多边形边上的钉子数。

算一算：数或算出多边形的面积。

填一填：把结果填入表中。

说一说：仔细观察表中数据，四人小组说说你的发现。

师：我们一起来检验一下这几个小组围成的图形内部有几枚钉子。（谁能说说你们的发现吗？）随机板书：a=2 S=n÷2+1

预设：a=2 S=n÷2+1

a=2 S=（n+2）÷2把÷2转化为×0.5用乘法分配律处理

师：其他小组同意他们的发现吗？我们一起再来验证一下吧。（运用其他组的来验证）

（三）**探究图形内有3枚及以上钉子的规律**

师：你们太了不起了，如此迅速地从不同的多边形中找到了两条规律，这两条规律看起来有些不同，但又有所不同。如果多边形内有3枚、4枚、5枚甚至更多枚时，你猜猜会有怎样的变化呢？（学生表述后教师板书。）a枚呢？

师：后面加上的数有什么规律？（内部钉子数-1）

师：你们太棒了，善于观察，敢于猜测。但这些猜测现在要打上问号，只有通过验证才能完全成立！由于时间关系，接下来我们分组行动，请各小组选择一条加以验证。

集体交流：你们验证的是那一条规律，结论成立吗？还有哪个小组和他们一样？你们验证的结论和他们相同吗？

师：那你们组又是验证的哪一条规律呢？能说一说吗？

问：那这里的a可以是0吗？

预设：能|不能

教师点拨：课件出示四根钉子围成的正方形，带学生一起核算。板书：a=0 S=n÷2+0-1

S=n÷2-1

**结论：**得到了这么多式子，能用一个含有字母的式子表示所有的情况吗？S=n÷2+a-1。

师：现在你能借助钉子板，巧妙地求出它的面积了吗？

**三.回顾小结**

师：回顾探索和发现规律的过程，你有什么体会？

小结：在研究过程中，从简单情况入手，经历观察、比较、猜想、验证等活动，发现了规律。在探究过程中，要善于从不同的多边形中找到相同点，能用字母式简明地表示规律。

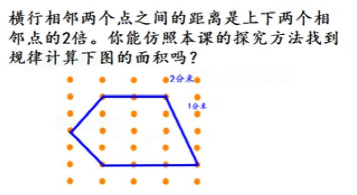
**四．课外拓展**

**1.介绍皮克定理**

师：同学们，今天我们一起探索发现了钉子板上多边形面积=边上钉子数边上的钉子数÷2+内部钉子数-1这一规律。实际上这和我们伟大科学家皮克发现的“皮克定理”是一致的。奥地利的数学家：乔治.亚历山大.皮克1899年发现：给定顶点坐标都是重点（或正方形格点）的简单多边形，其面积S与内部格点数a、边上格点数n的关系：S=n÷2+a-1

**2.课外拓展练习**

师：我们今天学习的内容到了初中还要深入学习，有兴趣的同学可以阅读《格点与面积》这本书，书中还提及了横竖不相等的格点问题。



板书设计：

钉子板上的多边形

内部钉子数/枚 边上钉子数/枚 多边形面积/平方厘米

a=0 n S=n÷2-1

猜想

验证

结论

a=1 n S=n÷2

a=2 n S=n÷2+1

a=3 n S=n÷2+2

a=4 n S=n÷2+3

a=5 n S=n÷2+4

………

a=m n S=n÷2+m-1

多边形面积=边上钉子数边上的钉子数÷2+内部钉子数-1

教学反思：

数学阅读是学生个体根据已有的知识经验，通过阅读数学材料建构数学意义和方法的学习活动，是学生主动获取信息，汲取知识，发展数学思维，学习数学语言的重要途径。 在本课的教学中，首先要求孩子们读懂活动要求：画什么、数什么、算什么、填什么、说什么。

阅读不仅要能读懂文字语言，也要能够读懂图形语言。图形语言是一种视觉语言，具有直观性和形象性，而符号语言是一种推理语言，具有准确性、严密性、抽象性和概括性。在图形语言转化为符号语言的过程中，我们应该根据所给图形的特点和性质，将其隐含在图形深处的本质的东西挖掘出来，将其符号化。多边形的面积分析时可把图形语言转化为符号语言：多边形面积＝边上钉子数÷2+内部钉子数-1既用S表示多边形面积，n表示边上钉子数a表示内部钉子数，则S=n÷2+a-1。

本课的最后拓展部分，将数学阅读延伸至课外，不仅可以使学生利用更多、更广的渠道获取所需要的信息，更增加了学生在收集、阅读、展示中的体验，让学生们在参与中感受到了数学知识的博大精深和魅力所在。