

波利亚数学教育思想研究综述

陈汉君

时丽霞

王信林

(天津师范大学数学科学学院 300074) (青岛烹任学校, 山东 266040) (莱阳市河洛镇教委, 山东 265212)

中图分类号: O12-3

文献标识: A

文章编号: 0488-7395(2004)9-0001-04

1 研究意义

目前,在中学数学教学实践中存在的学生负担过重问题、解题教学效益不高问题、压抑学生的创新精神和创造能力、研究性学习未真正受到重视等已成为当前基础教育中数学教育所亟待解决的问题.一些有关的教育学、心理学原理对于解决上述问题无疑是十分有益的,但是这些理论不能直接用于指导中学数学教学实践.一线的数学教师,都渴望找到一种可以直接用于指导中学数学教学实践的理论,呼唤用带有数学教育特征的理论去浇灌数学教育教学的实践.波利亚数学教育思想就是这样一种带有数学教育特征的理论.

2 研究综述

笔者在认真阅读波利亚的三部原著《怎样解题》、《数学的发现》和《数学与合情推理》基础上,以近二十年来的《数学教育学报》、《西北师大学报》、《河北师大学报》、《淮北煤师院学报》、《教育研究》、《吉林教育》、《数学通讯》、《数学教学》、《中等数学》、《数学教学通讯》、《内蒙古教育》等杂志为文献源,对波利亚数学教育思想进行了比较系统地研究,综述如下:

2.1 关于数学教育的目的

文献源对波利亚数学教育的目的进行了广泛地研究,有十余篇文章提到了波利亚的数学教育目的,其中有八篇文章对此进行了专门研

究.有的学者^[12]指出,波利亚就现代社会对(高中)数学知识的使用情况进行了概算,结论是:数学家等“生产数学”的人占1%,直接使用数学的人占29%,而不用数学的人占70%.因此他主张数学教学的目标应该是提高学生的“一般文化素养”.有的学者^[13]认为,波利亚长期奉行的教育宗旨是:“教会那些年轻人去思考”.他认为与其给人以死板的知识,不如给人以活的、生动的方法,以点石成金的手段.还有的学者^[15]研究认为,波利亚一生酷爱创造性活动,对发现和创造有特殊的嗜好.自然而然,培养学生的创造精神就成了他的数学教育思想的重要内容,成为了他的教学目标的核心.

分析上述学者的观点,笔者认为从根本上说是一致的.波利亚的数学教育目的最为强调的是如下两点:一是教思考;二是培养学生的兴趣、好奇心、毅力、意志、情感体验等非智力品质.这与当前我们大力提倡的素质教育观是相通的.波利亚的数学教育目的既重视智力因素的培养,又重视非智力因素的培养;既重视基础知识的培养,更重视实际问题能力的培养,对我国正在进行的素质教育改革具有重要的借鉴作用和指导意义.

2.2 关于数学观

文献源对波利亚的数学观进行了较为深入地研究,有十二篇文章提到波利亚的数学观,其

收稿日期:2003-12-22

作者简介:陈汉君(1978—),男,江苏盐城人,学士.

中有五篇文章对此进行了专门研究.有的学者^[16]指出,波利亚肯定了数学创造过程的存在,这对数学教学产生了极大的影响.他说:“数学有两个侧面,它是欧几里得式的严谨科学,但它还是别种科学.用欧氏方法阐述的数学,看来是一门系统的演绎科学;但在创造过程中的数学,却是一门实验性的归纳科学.这两个侧面都象数学本身一样古老,但从某一点来说,第二个侧面则是新的.因为以前从来没有把处于发现过程中的数学原原本本地提供给学生、教师或公众”.有的学者^[12]认为,承认数学的两重性,即承认数学既是演绎体系又是归纳体系,既有完美的形式又有发展过程的稚气,既是证明的科学又是实验的科学,这无论对于我们进行数学研究,还是对于数学教学和数学应用,都是非常重要的.还有的学者^[17]研究指出,传统的课程体系历来以追求逻辑的严谨性、理论的系统性著称,教材内容一般沿知识的纵向展开,采用“定义——定理、法则——证明——应用”的纯形式模式,突出高度完善的知识体系,而对知识发明(发现)的过程则采取“浓缩”的形式,或几乎略去,缺乏必要的提炼、总结和再现.这是“违反教学法的颠倒”,在一定程度上掩盖了数学创造思维活动的本质,严重束缚了学生的数学直觉和数学想象,不利于创造型人才的培养.与此相反,波利亚在自己的教学实践中历来强调展现“数学的发现可能是如何产生的过程”.

分析上述文献,笔者认为,上述学者的观点基本是一致的,一方面,教猜想与教严谨的证明不仅不相矛盾,而且教猜想能促进学生对严谨证明的理解,激发学生的求知欲,促进学生创新能力的提高.另一方面,教师对数学学科的特点的认识会从根本上影响到他的教学观和课程观.

2.3 关于数学学习观

文献源对波利亚的数学学习观也进行了研究.有九篇文章提到波利亚的数学学习观,其中

有三篇文章对此进行了专门研究.有的学者^[5]指出,波利亚详细分析了人类学习的全过程,把学习大致分为三个阶段:探索阶段、形式化阶段和同化阶段.他认为学习的过程应该遵循这种模式,缺少任何环节都会使所获得的知识不全面.有的学者^[13]认为,波利亚的学与教原则有其深刻的哲学背景.首先,它以内因与外因这一对立统一体的矛盾运动为根据.在教与学这一对立矛盾体中,学是矛盾的主要方面,学生是学习的主体,教材和教师是矛盾的次要方面,教材、问题应是饶有趣味的,或与现实世界紧密联系的,它应能诱发学生的好奇心和求知欲,成为刺激学生主动学习的兴奋剂.其次,阶段序进原则也完全符合唯物认识论的原理,体现了人类认识事物总是从低级到高级,从感性认识到理性认识这一哲学思想.

分析上述文献,笔者认为波利亚的学习观可集中表述为“学习三原则”:1)主动学习原则.即学习任何东西的最好途径是自己去发现;2)最佳动机原则.即学习的最佳动机是“学生对所学习的材料感到有兴趣并且在学习活动中找到乐趣”;3)阶段序进原则.建构主义认为,学生形成良好的数学认知结构比获得零散的数学知识更重要,波利亚数学学习过程的实质是一个内在的转化过程,即由感性到理性的升华.他所倡导的学习观是学生主动接受信息和形成创造性思维的理论,是一种科学的学习观.

2.4 关于解题观

文献源对波利亚的解题观给予了较多的关注,有近二十篇文章提到波利亚的解题观,其中有十二篇对此进行了专门论述.主要观点如下:

有的学者^[22]研究指出,波利亚的解题观就是“变换题目”.在变更题目的整个过程中提出的,往往是比原问题更基本的一系列各个方面的问题,所以,这种教学法确实是加强基础知识与基本训练,把学生的零散知识形成一个有机的知识结构(问题网、知识链)的好办法.有的学

者^[23]研究认为,波利亚的“解题表”具有巨大的理论价值.解题表中不仅蕴涵着重要的思想方法——化归、变换的思想方法,而且是各种数学思想方法的源泉.在教学中利用解题表,学生的自学能力有较快的提高,独立思考和进行创造性活动的能力也逐步增强.有的学者^[29]指出,从头脑编程的观点来看,波利亚的解题表设计的解题程序实际上是一个解题程序和自我调节的监控系统的有机结合,是一个运用已有的知识、经验进行启发式探索的程序,是一个成功数学家的思维程序.按照这样的思维路线实践,可以提高解题效率,具有开发学生智力提高数学素质的功能.还有人依据波利亚的“怎样解题表”,设计了具体的解题表^[8]:列方程解应用题的解题表、“怎样解几何题”表、“解题思考步骤、程序表”、怎样解大学数学题表以及梅森的解题模式等.

上述学者对波利亚的解题观在理论上进行了较为广泛深入地研究.笔者认为,研究成果恰恰预示了波利亚解题观的巨大实践价值.作为一种重要的解题理论,波利亚的解题观强调的是数学思维的教学,他把解题作为一种手段,通过怎样解题的教学,启迪学生的数学思维,达到培养学生分析和解决问题能力的目的.

2.5 关于教师观

文献源中有六篇文章提到波利亚的教师观,其中有三篇文章对此进行了详细论述.有的学者^[14]研究指出,波利亚十分重视教师培训.在“教师十戒”中,波利亚用朴素、形象的语言,概括了数学教学中师生的双边活动,即教师的主导作用和学生的主体作用.他认为教师应根据学生千差万别的特点,采用恰当的教学方法,以使“教学”从根本上转变为“学教”.有的学者^[15]研究认为,在强调学生的发现、发展的同时,波利亚十分重视教师的发展.他要求教师要有独立工作或研究的主动的数学工作经验,教师应当去处理有些难度又费时间,但真正具备

教学美和有一定背景的题目,教师要能辨别他讲的题目的难度及知识意义和教育意义.他认为教师能做到这些,通过教学,他本身也就得到了发展.还有的学者^[34]指出,波利亚的学习的三原则同时也是教学的三原则,波利亚集半个世纪的数学教学实践和研究后,提出的教与学三原则是对每一个好老师教学的无数门道与高招的实质与共性的概括.

分析上述文献,笔者认为波利亚的教师观集中表述为“教学三原则”和“教师十戒”.以教学三原则为基础并结合长期教学经验,他给出了教师十戒.他指出,教师要对自己讲的课充满兴趣和深入理解,要懂得学习的最佳途径,要观察你的学生的脸色,弄清楚他们的期望和困难,把自己置身于他们之中,在传授知识的同时,要培养学生合理的思维方式和有条不紊的工作习惯,既要教合理的猜想,又要教严谨的证明,对具体的题目,要注意其一般价值,讲授方法要有一定的技巧,不要立即吐露你的秘密,要多建议,而不要强迫学生去接受.这些妙语高招已经成为当今素质教育教学艺术宝库中的重要组成部分.

2.6 关于波利亚数学教育思想的应用研究

文献源也谈到波利亚数学教育思想的应用研究,部分学者对波利亚的解题表在教学实践中的应用进行了初步尝试.有的学者^[27]结合中学数学教学中学生经常遇到的比较典型的例子,在教学中将波利亚的解题表介绍给学生,经过一定时间的训练,发现学生的自学能力有了较快的提高,独立思考和进行创造性活动的能力也逐步增强.有的学者^[32]通过为期一周的实验就发现,用波利亚解题思想解函数应用题,可提高学生整体把握问题方向的能力,可帮助学生养成良好的反思习惯,提高解题的正确率.

综上所述,文献源对波利亚数学教育思想的理论研究较为广泛深入,而对波利亚数学教育思想应用于实践的研究比较薄弱,笔者认为

将波利亚数学教育思想应用于数学教学实践的研究亟待深入地宣传与推广.

参考文献:

- [1] [美]波利亚.怎样解题(阎育苏译).科学出版社,1982.
- [2] [美]波利亚.数学的发现,第一卷(欧阳绛译).北京:科学出版社,1982.
- [3] [美]波利亚.数学的发现,第二卷(刘远图、秦璋译).北京:科学出版社,1987.
- [4] [美]波利亚.数学与猜想 I、II(李心灿等译).北京:科学出版社,2001.
- [5] 王延文,王光明.数学能力研究导论.天津:天津教育出版社,1999.
- [6] 杨世明,等.MM教育方式.香港:香港新闻出版社,2002.
- [7] 郑毓信.数学方法论.广西:广西教育出版社,1996.
- [8] 罗增儒.数学解题学引论.陕西:陕西师范大学出版,1997.
- [9] 刘云章,等.数学解题思维策略.湖南:湖南教育出版社,1992.
- [10] 杨之,等.数学发现的艺术.山东:青岛海洋大学出版社,1998.
- [11] 张奠宙,过伯祥.数学方法论稿.上海:上海教育出版社,2000.
- [12] 杨之.波利亚的数学思想.自然杂志,1985(5).
- [13] 薛迪群.乔治·波利亚的数学教育思想初探.教育研究,1987(7).
- [14] 庞征球,等.波利亚数学教育思想简略述评.数学教育学报,1993(2).
- [15] 刘宗璞.波利亚的数学教育思想初探.内蒙古教育,1991(5).
- [16] 王甫.波利亚的数学思想与数学教育改革.吉林教育,1991(9).
- [17] 杜健,等.乔治·波利亚的数学启发法思想对我国数学教育改革的启示.西北师范大学学报,1999(3).
- [18] 沈南山.借助波利亚解题思想促进数学素质教育.中学数学,2000(10).
- [19] 康武.波利亚与数学教育.中学数学教学参考,1998(5).
- [20] 郑隆忻.波利亚数学教育思想与数学方法论.教改探索,1998(3).
- [21] 孙名符,等.波利亚合情推理的成功与不足.数学教育学报,1998(3).
- [22] 过伯祥.波利亚的解题观.中等数学,1988(2).
- [23] 杨之.波利亚解题表的教育功能.中学数学,1996(5).
- [24] 程龙海.波利亚解题表对解题过程的调控一例.数学教育学报,2001(2).
- [25] 陈定梅.回到定义就是引导建构的一种方式.中学数学,2002(3).
- [26] 刘云章.波利亚的解题训练与题海战术的辨析.中学数学教学参考,2001(8).
- [27] 关锦寿.例说波利亚怎样解题表的解题策略与实践.云南民族学院学报,2001(2).
- [28] 徐建龙.谈波利亚关于数学解题的思维艺术.淮北煤师院学报,1999(2).
- [29] 周春荔.波利亚解题表的智力开发功能.河北师范大学学报,1999(4).
- [30] 沈南山.发掘元认知实现对波利亚解题思想的超越.数学教育学报,2001(3).
- [31] 王为锋.用怎样解题表指导解题教学.数学教学通讯,2002(9).
- [32] 缪雪松.用波利亚解题思想解函数应用题的实验研究.中学数学教学,2002(4).
- [33] 涂荣豹.数学解题学习中的元认知.数学教育学报,2002(4).
- [34] 徐达林,顾树柏.略论波利亚的学与教三原则.数学通讯,1995(5).
- [35] 申建春.让我们教数学猜想.湖南教育,2000(21).
- [36] 解发圣.合情推理与数学教学.中学数学教学参考,2000(2).
- [37] 杨骞.波利亚数学教育理论的现代启示.数学教育学报,2002(2).