

基于建构主义的数学教学观^①

喻平 (南京师范大学数学科学学院 南京师范大学课程与教学研究所 210097)

数学教学观是指教师思考数学教学问题所获得的理性结果. 教师的数学教学观, 由数学观、认知观和教学观这三个部分构成, 每一部分又分为若干要素. 认知观是以教育心理学的若干理论作为基础建构的, 教师在学习、接受这些理论时潜移默化地形成了自己的数学教学观. 本文讨论建立在建构主义理论基础的数学教学观.

建构主义是在行为主义、认知主义心理学基础上的发展. 建立在对客观主义否定基础上的建构主义已经形成激进建构主义、社会建构主义、社会文化发展观、信息加工建构主义、控制系统论等多种流派^[1], 对教育理念的变革产生了很大的影响.

1 建构主义学习观

在对知识的理解方面, 建构主义认为知识并不是对现实的准确表征, 而只是一种解释和假设. 知识的机能是适应个体自己的经验世界, 帮助组织自己的经验世界, 而不是去发现本体论意义上的现实. 知识不是对客观事物本来面目的反映, 而是适应和体现主体的经验. 学习者根据自己的经验背景, 以自己的方式建构对知识的理解. 不同的人看到的是事物的不同方面, 因此对于世界的理解和赋予意义由每个人自己决定, 而不存在唯一标准的理解. 因而, 知识不能灌输、强加, 要靠学生以自己的经验、信念, 在对新知识分析、检验和批判的基础上实现建构.

在学习活动的理解方面, 建构主义认为知识不是个体通过感觉或接受建构起来的, 而是认知主体主动建构起来的, 建构通过新旧经验的相互作用实现. 因而, 学习活动不是由教师向学生传递知识, 而是由学生自己建构知识的过程. 学习者不是被动地接受信息, 而是主动地建构信息的意义, 同时把社会性的互动作用看作促进学习的源泉. 在新的学习中, 学生往往基于以往的经验去推

出合乎逻辑的假设, 新知识是以已有的知识经验为生长点而“生长”起来的. 建构包含两方面的含义: (1) 对新信息的理解是通过运用已有经验, 超越所提供的新信息而主动建构的过程. (2) 从记忆系统中所提取的信息本身也要按具体情况进行建构, 而不仅仅是提取. 建构一方面是对新信息意义的建构, 另一方面又包含对原有经验的改造和重组.

2 对数学知识建构的认识

2.1 数学客观知识是社会建构的产物

欧内斯特论证了数学客观知识是社会建构的产物, 其依据有三条: (1) 数学知识的基础是语言知识、约定和规则, 而语言是一种社会建构. (2) 个人的主观数学知识发表后转化成使人接受的客观数学知识, 这需要人际交往的社会过程. (3) 客观性本身应理解为是社会的认同^[2].

数学理论必须借助于数学语言去描述. 数学语言具有抽象性、精确性和简明性特征, 它是对一类事物本质的抽象, 以符号、图形的形式展示出来. 数学语言依赖于自然语言, 而自然语言又依赖于人们共同使用的语法形式、共同遵守的规则, 因而数学语言也有自己的规则和约定, 其中, 一类重要的规则就是逻辑规则, 它使数学对象之间维系着内在的联系. 正因为数学语言的共通性, 才使它成为数学交流的工具, 从而体现出社会性.

从事数学研究的数学家作为社会共同体的一员, 他们的研究离不开社会的交流. 首先, 数学家个人的研究离不开群体, 个体行为受群体行为的约束和支配. 具体地说, 数学研究是一种“资源共享”, 一方面, 个人的研究工作必须建立在前人的研究基础之上, 在这些成果的基础上去拓展和延伸. 即使是一种新的数学理论的产生和建构, 也不能脱离原有的理论而成为空中楼阁. 另一方面, 作为一个课题的研究群体中的个体间要相互交流、

^①江苏省教育科学“十一五”规划课题(批准号: D/2008/01/098)

相互启发、相互竞争,在资源共享中进行社会交流.第二,从严格意义上说,在成果没有发表、没有得到社会共同体认同的情形下,数学家所研究的成果只是一种主观知识,或者说,数学家通过个人建构和社会建构(主要是个人建构)产生出一种主观知识,而主观知识要转化为客观知识,必须要经受数学共同体的评判.一般而言,数学家的主观知识要转化为客观知识,就要受到一些社会准则的检验.其一,创新性标准.所研究的成果应当是有价值的、新颖的.有价值指或者对现实的生产、生活有普遍的应用功能,或者对数学自身理论的建构和发展有较好的推动作用;新颖性指成果是首创的.其二,逻辑标准.数学家们的个人知识建构有无限的空间,但是形成的概念和命题必须合乎逻辑规则,新概念的引入要与先前由确切定义引进的概念相协调、无矛盾;新命题必须依附逻辑规则作出严格的证明.其三,美学标准.研究的选题以及研究的结论是否符合数学美的基本要求,这也是一个评判的指标.简单而深邃、奇异而合理的理论是数学家们的共同追求.显然,检验主观知识的标准是社会建构的结果,而依据这些标准去检验主观知识的过程也是一种社会建构,如果主观知识合乎标准,能得到社会的认同,那么这些主观知识便转化为客观知识,否则被社会淘汰.

2.2 数学学习是一种建构活动

第一,作为抽象思维和产物,数学对象本身就是建构的结果,而抽象的本质就是一种建构活动.知识建构,包括对知识点的建构和对知识体系的建构两个层面.知识点的建构依托于先前的知识点,因而知识点的建构是建立在知识体系建构之上的.知识体系则是知识点之间由数学抽象关系维系的一种网络结构.一般而言,数学的抽象性可以从两个维度加以分析.在纵向方面,数学概念的发展具有多级性特征,由最初不加定义或源于现实模型抽象的概念作为一级概念,之后每一级概念借助于前面各级概念给予定义,逐步形成多层次的概念结构.在横向方面,数学概念、命题可以借助于“对立”、“同态”、“同构”等工具和方法在同一层面上拓展.这样,数学知识在横纵两个维度上抽象延拓,形成一个抽象的复合系统.数学学习,就是要将这种外在的知识体系内化为个人的认知

结构,因而也就只能依靠个体自身去建立和构造.

第二,数学学习是建立在理解的基础之上的,而数学理解也是一种建构活动.所谓数学理解,就是指一个数学概念或方法或事实或为个体认知结构中的一个固着点,它与认知结构中其他观念产生了紧密的、高强度的联系.显然,要实现这种内部网络的生成与发展,就应经历同化和顺应两种认知阶段.在皮亚杰看来,同化和顺应就是个体与环境的交互作用,就是认知建构的过程.

第三,问题解决是一种更高级的知识建构.数学问题解决更多地表现为一种个人行为,使学习成为一种主动地自我建构过程.正如加涅指出的:作为问题解决的学习方法要求学习者无须具体帮助而发现高级规则,他们也因此以自己独特的方式建构新的规则^[3].在解题过程中,解题者要依据自己的认知结构,独立地表征问题、选择解题策略,同时又要调控自己的思维,建构新的图式,形成相应的问题解决技能,表现出自我获取知识的独立建构行为.

2.3 学生是知识建构的主体

个体的知识建构决定了学生是学的主体.建构主义的核心是:学习是学习者积极主动建构知识的过程.当然,从事建构活动的人即应为学习的主体.从学的角度看,教师以及教学材料作为一种外部因素,只能通过学生的内因而起作用.建构主义强调以学生为中心的教学,其中积极地参与决定他们自己的学习需要和实现这些需要的方式.在教学过程中,教师通过设置问题情境,构成师生活动、交往和教学情境的要素和部件,学生通过交往、理解,对知识进行重组和改造,从而完成对知识的建构.显然,这一过程可以清晰地展示出学生学习的自主性和能动性.同时又清楚地表明,建构性学习既以学生的主体性为条件,又能通过建构去反作用于主体性,使学生的主体性得以发展.

2.4 教师是促进学生知识建构的主体

建构主义的教学观事实上已经给教师的角色作出了定位.首先,教师是建构教学环境的创造者.这就要求教师了解学习者的先前知识,了解学习者头脑中的数学;制定学习行动计划,包括使用工具,收集和解释信息的策略,与他人交互的场所等.其次,鼓励和协助学生对知识的自我建构,教

师是知识建构的促进者.再次,教师是学生个人知识建构的评判者.知识建构的最终形态不是存在于不同个体对知识的不同理解水平,而应通过社会建构使个人建构的主观知识与客观知识趋于和谐一致.因而,作为对知识建构合理性的裁判,教师有着不可替代的主体地位.

3 实践层面的思考

3.1 正确认识“结果”与“过程”的关系

偏重知识发生过程的教学还是偏重知识结果的教学,构成教学中过程取向与结果取向之间的矛盾[4].建构主义关注知识的建构,因而教学倾向是偏重过程的,这无疑是对只强调知识结果的传统教学的一种反叛,具有积极性因素.然而,我们又要防止从一个极端走向另一个极端.应当如何看待教学中“结果”与“过程”的矛盾?我们认为,教学是既有结果又有过程的有机整体,但教学目标应当偏重结果,数学教学是一种以结果教学为主、过程教学为辅的结构系统.教学模式应该是“结果+过程”范型.

传统的数学教学主要是一种结果取向的教学,从理论层面看,对学习和教学的解释长期受到行为主义和认知心理理论的引导,忠实于知识的客观性.广大教师对数学本体的认识主要是绝对主义倾向,把教学解释为是教师准确地传递知识、学生准确地习得知识.这样一来,教学的主要任务就是陈述性知识和程序性知识的教学,学生通过这两类知识的学习掌握基础知识、形成基本技能.教学形式主要是知识的直接呈现,教师的任务是解释概念的内涵,阐述命题证明的思路,教学时间更多的权重是放到知识的应用环节,即用大量时间让学生解题.随着课程改革的深入,单纯以结果取向的教学模式得到改观,过程取向的教学逐步为广大数学教师理解和运用,在这种情形下,我们又要防止走向过程取向的极端状态,过度地突出过程教学而严重损伤结果教学.更为担忧的是,许多教师并没有理解过程教学的内涵,使教学效果适得其反.事实上,我们到中小学听课了解到,目前许多教师为了体现过程教学,在课堂教学中设计了一些华而不实环节,创设的情境与揭示知识的发生和发展毫无关联,课堂上一些热闹的场面冲淡了学习的主题.

在教学中,教师要正确使用过程取向的教学范式.

(1)在概念的引入中体现过程.数学概念的产生总有一定的根源,这种根源往往不是唯一的,或者以某种现实生活中的原型作为源泉,或者以已有的数学概念作为逻辑起点,以数学概念的起源入手进行概念教学设计,就是过程性教学的体现.数学概念是对一类事物的概括和抽象,因此,从具体的事例中归纳、概括和抽象出事物本质属性的概念形成方式是过程性教学的主要手段,概念形成本身包含了过程,将这种过程展示出来就是过程教学取向的典型形式.另一方面,数学概念本身是一个体系,学习概念是沿这个逻辑体系探索的过程,在原有概念的基础上习得新的概念,如果教学中揭露出新旧概念之间的内在联系,理清概念体系中的逻辑关系,这也是过程性教学的表现方式.

(2)在问题的探究中体现过程.其过程性体现在对问题起源的探究和对问题发展的探究两个方面.下面用一个例子说明.

问题A:如图1, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, P 是底边上一点, $PF \perp AC$, $PE \perp AB$. 则 $PE + PF =$ 常数.

这个问题源于下面的问题1:

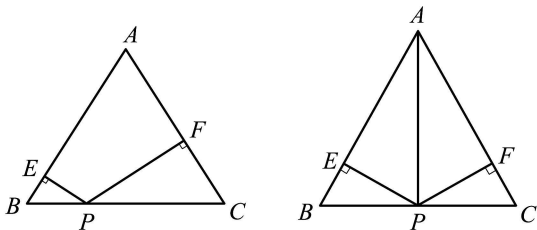


图1

图2

问题1 如图2,等腰三角形底边上的中点到两腰的距离相等.

当点 P 在底边 BC 上运动时,问题1的结论发生了变化,从而生成上面的问题A.因而,问题1是问题A的源.

如果点 P 继续运动,当它运动在等腰三角形底边所在直线(底边之外)上运动时,其动点到两腰的距离之间有何关系?

问题2 如图3, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, P 是底边的延长线上一点, $PF \perp AC$, $PE \perp AB$. 则

$PE - PF =$ 常数.

问题3 当动点在三角形内部运动时, 动点到三边的距离之间是否有一定的等量关系?

如图4, 因为 $\triangle ABC$ 的面积 = $\triangle PAB$ 的面积 + $\triangle PBC$ 的面积 + $\triangle PCA$ 的面积, 所以

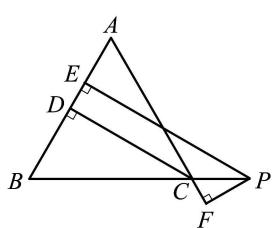


图3

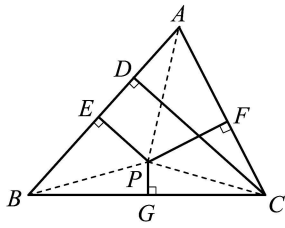


图4

$$\frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2}AB \cdot PE + \frac{1}{2}BC \cdot PG + \frac{1}{2}AC \cdot PF,$$

如果 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 则可得 $PE + PF + PG = CD = \text{常量}$.

可以继续探究, 得到如下结果:

问题4 $\triangle ABC$ 中, 三边 AB, BC, AC 上的高分别为 h_1, h_2, h_3 . P 是三角形内任意一点, 点 P 到三边 AB, BC, AC 的距离分别为 d_1, d_2, d_3 . 求证:

$$\frac{d_1}{h_1} + \frac{d_2}{h_2} + \frac{d_3}{h_3} = 1.$$

问题5 当动点在等边三角形外运动时, 又能得到什么结论?

这个问题链, 展示了问题探究的整个过程, 从问题的起源到问题的延伸, 思维过程一览无遗.

3.2 正确认识独立学习与合作学习的关系

建构主义认为, 每个学习者都有自己的经验世界, 不同的学习者可以对某种问题形成不同的假设和推论. 通过合作解决问题、小组讨论、意见交流、游戏、辩论等形式, 教师可以促进学习者之间的沟通互动, 而面对各种不同的观点, 学习者要学会理清和表达自己的见解, 学会聆听、理解他人的想法, 学会相互接纳、赞赏、争辩、互助, 他们要不断对自己和别人的看法进行反思和评判. 显然, 师生之间、学生之间的讨论、协商、交流、对话, 采用合作的方式进行学习, 本身就含有社会建构的因素, 个体的知识建构借助于他人的力量, 在互动中生成. 通过这种合作和沟通, 学习者可以看到问题的不同侧面和解决途径, 从而对知识产生新的洞察.

合作学习有合理、积极的一面, 但是对于数学

学习而言, 又不能抛弃独立思考、独立探究, 数学学习不经过自己的思考和感悟, 不经历应用知识去解决问题的过程体验, 就难以做到对数学概念、数学命题的深入理解, 或者说, 就不可能学好数学. 合作学习的一个弊端是学生的差异会导致思维的不同步, 在合作过程中, 思维的时间差可能造成能力水平低的学生没有充分的思考时间就获得了由能力水平高的学生探究的答案, 这种状态甚至对中等学生的思维也会造成伤害.

我们认为, (1) 数学合作学习应当是有前提的, 前提就是独立学习, 即独立基础上的合作才是有效的学习方式. (2) 合作的形式应当多样化. 譬如, 根据学生的学业、能力水平实施分层合作, 可以由同一层次学生的合作过渡到不同层次学生的合作; 在合作学习中, 要给予能力水平中下的学生充分的发言权, 鼓励他们展示自己的观点和见解. (3) 合作学习要有明确的目标, 目标不明确的合作学习, 只会流于形式, 不会产生预期的教学效果. (4) 合作学习中, 教师要对学生的观点、意见、方法给予及时评价, 及时引导学生的思维.

3.3 正确认识接受与建构的关系

不能把所有的接受学习与学生的知识建构对立起来, 事实上, 有意义的接受学习本身就需要学生对知识进行自我建构. 有意义学习需要两个条件, 即学生有学习的心向、学习材料有内在的逻辑关系, 这两个条件与建构主义思想是一脉相承的. 反之, 一些貌似鼓励学生进行探究学习的所谓“发现式”教学, 是教师事先设计了一条探索之路让学生沿这条路走一次, 丝毫没有探究成分, 这种教学反而不是建构性学习. 主动学习、积极思维、情感投入是建构性学习的特征.

参考文献

- [1] [美] 莱斯利·P·斯特弗, 杰里·盖尔, 高文等译. 教育中的建构主义[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2004.
- [2] [英] Paul Emest. 齐建华, 张松枝译. 数学教育哲学[M]. 上海: 上海教育出版社, 1998.
- [3] [美] 加涅, 皮连生等译. 学习的条件和教学论[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 1999.
- [4] 喻平. 教学中几对矛盾的对峙与融通[J]. 教育理论与实践, 2008(4).