复习 考试

借高考题谈单项选择题解题策略

郭影影

(江苏省常州市第三中学,江苏常州,213017)

摘　要:选择题是新高考试卷中的一项重点题型,题目分值大且易失分.该题型综合性强、知识点覆盖全面、解法灵活.因此课堂巧妙留白,学生多想少算,鼓励思维优先,并且掌握多种解题策略是突破该题组获取高分的关键.

关键词:单项选择题;解决策略;课堂留白

2021 新高考试卷包括单项选择题和多项选择题,其中单项选择 8 个题目是整张试卷的第一项,也是考生在考试最初的时间内要完成的试题,若是能够在较短的时间内有充分的信心完成,这将有助于考生进入最佳的考试状态,甚至决定整场考试的成败,教师需要研究这类题型的解决策略.本文选取了一些全国卷高考试题作为研究对象,探究选择题的解决方法.

1　研究背景

随着新高考改革的不断推进,尤其是八省联考以及全国卷数学试题对学生能力的要求更为突出,对学生深度学习,教师的教学教法提出了新的考验.2021 年多个省份首次使用全国卷,结束了自主命题试卷,一年来关于新高考的各种研讨层出不穷.新高考背景下,全面培养学生的能力,提升素养的一个热门方式是展开单元教学,高三复习课尤其适合单元教学,围绕着试题题型展开的单元教学效果显著,该课例《单项选择题解题策略》是其中一个小单元.然而在高三复习课中,由于想多讲几个题目或多讲几种解法,老师往往不舍得将课堂还给学生,学生犹如一个个“提线木偶”,而老师就是那个抓住线头不放的人.常常老师讲学生听,老师写学生记,这样的课堂犹如一潭死水,毫无生气,课堂容量大,但课堂效果大打折扣.因此,对复习课堂的教学方式改革也是迫在眉睫,于是关于“基于深度学习的课堂留白教学研究”的课题研究应运而生,通过研究“课堂留白”策略及实践,教师放开手中的“线”,发现学生也能够说题,而且学生积极性高,成就感强烈,课堂参与度都有所提升.高三复习课堂也因“生”动而生动了.全面决战新高考,需要立足于课标,立足于教材,立足于高考真题,该课例《单项选择题解题策略》是立足于全国卷高考真题的研究展开的.该课例也是主题为“指向核心素养,顺应高考改革”的一节高三课堂研讨校际公开课,接下来笔者谈谈这节课的主要内容以及感想.

2　研究内容

2.1　学习目标

(1) 通过实例了解并掌握选择题的常用解决策略;

(2) 在学习过程中,培养学生观察问题、分析问题、解决问题的综合能力,实现学生思维能力的提升以及核心素养的渗透.

2.2　教学重难点

教学重点:通过实例总结提炼选择题的常用解决策略.

教学难点:针对具体问题,通过分析思考选择最优解决方法.培养学生善于观察,多想少算,思维优先的解题意识,提升能力,培养素养.

2.3　教学过程

2.3.1　课前调查,有备上课

(1) (2021 年八省适应性测试) 已知 M,N 均为 $\mathbf{R}$ 的子集且 $C_{\mathbf{R}}M\subseteq N$,则 $M\cup(C_RN)=$ (　　)

A. $\varnothing$　　B. M　　C. N　　D. $\mathbf{R}$

解析:本题为抽象集合问题,常用方法为数形结合法和特殊化.

法一:数形结合,画出 Venn 图寻找结果.

法二:数形结合,画数轴.

法三:抽象问题特殊化,取 $M=\mathbf{R}$,则 $C_RM=\varnothing\subseteq N$ 符合题意,则 $M\cup(C_{\mathbf{R}}N)=\mathbf{R}=M$.或者取集合 M,N 分别为某个具体区间亦可.

(2) 已知等差数列$\{a_n\}$满足 $a_1+a_2+\cdots+a_{101}=0$,则有 (　　)

A. $a_1+a_{101}>0$　　B. $a_2+a_{102}<0$

C. $a_3+a_{99}=0$　　D. $a_{51}=51$

解析:法一:特殊化.取常数列 $a_n=0$ 符合条件,则判断 C. $a_3+a_{99}=0$ 正确.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

法二: 直接法. $S_{101}=\frac{101(a_1+a_{101})}{2}=0\Rightarrow a_1+a_{101}=0\Rightarrow a_3+a_{99}=0$.

(3) (2015 年山东卷) 不等式 $|x-1|-|x-5|<2$ 的解集为 ( )

A. $(-\infty,4)$ B. $(-\infty,1)$

C. $(1,4)$ D. $(1,5)$

解析: 法一: 代入验证法. 取 $x=1$, 得 $-4<2$, 选择 A.

法二: 数形结合法, 移向分函 $|x-1|<|x-5|+2$, 分别作出 $y=|x-1|$, $y=|x-5|+2$ 的图象.

法三: 数形结合法, 画出函数 $y=|x-1|-|x-5|$ 图象, 描出在直线 $y=2$ 下方部分, 写出解集.

法四: 直接法, 分类讨论三种情形 $x\leqslant 1$, $1<x<5$, $x\geqslant 5$, 去绝对值解不等式.

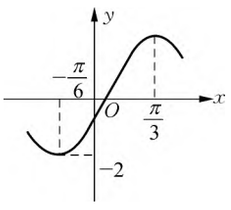
(4) 已知函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图象如图所示, 则 ( )

A. $y=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$

B. $y=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$

C. $y=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

D. $y=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$



解析: 法一: 代入验证法和排除法. 由图象知 $f(0)<0$, 则排除 C, D. 由 $f\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-2$ 选出 A.

法二: 直接法. 由图象知 $A=2$, $\frac{T}{2}=\frac{\pi}{3}-\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{2}\Rightarrow T=\pi\Rightarrow\omega=2$, $f\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-2\Rightarrow\varphi=-\frac{\pi}{6}$.

设计意图: 设置 4 个小题热身(留出 5 分钟时间由学生自主完成, 优先完成的同学可平板提交. 此处, 设问时留白——开启学生智慧, 投入课堂学习. 运算时留白——自主探究, 提升运算能力). 再由同学说说自己的做法, 其他同学点评交流(此时是评价时留白——同学相互评价, 让数学学习焕发活力). 教师在同学们的回答中凝炼出单项选择题的常用策略: 直接法、数形结合法、特殊法、代入验证法、排除法, 除直接法都称为是间接法, 有时方法的使用是重复的, 可能一道题用到两种甚至更多的方法, 需要优选解题方法. 那么何时用间接法解题呢? 首先要有小题小做的意识, 不能够小题大做, 耽误考试时间, 造成心理紧张; 其次在审题时, 阅读题干和选项, 尤其要注意由选项可以提取出哪些有用的信息; 最后就是直接法会做, 但运算量较大时, 或者直接法不会做, 也不能够放弃, 考虑间接法是否可用(此时为小结时留白——及时总结方法, 留下板书, 为后续学习打下铺垫.)

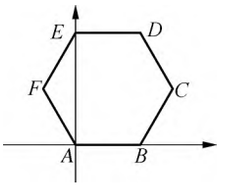
直接法是从题设条件出发, 利用相关概念、公式、定理等通过运算、推理得出正确结果. 数形结合思想方法, 可将一些抽象复杂的数学问题简单化、直观化, 起到事半功倍的效果. 例如: 集合问题(Venn 图、数轴)、函数问题(函数图象)、解析几何问题、平面向量问题等等. 熟练数形结合思想, 做到“有图想图、无图想图”. 特殊化指根据已知条件选取符合要求的某些特例(例如: 特殊值、特殊角度、特殊数列、特殊函数、特殊图形、特殊位置等) 对各选项进行验证, 特例的选择遵循使运算简单化的原则. 代入验证法是将供选择的答案带入条件中去验证, 排除一些选项, 选出正确答案.

2.3.2 精选例题, 深度分析

例 1 (2020 新高考Ⅰ卷.7) 已知点 P 是边长为 2 的正六边形 $ABCDEF$ 内一点, 则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的取值范围是 ( )

A. $(-2,6)$ B. $(-6,2)$ C. $(-2,4)$ D. $(-4,6)$

【解析】 法一: 代数法. 正六边形为规则图形, 可如图建立平面直角坐标系.



设点 $P(m,n)$, 则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=2m$, $\because m\in(-1,3)$ $\therefore 2m\in(-2,6)$, 选择 A.

法二: 几何法. $\because \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AP}|\cdot|\overrightarrow{AB}|\cdot\cos\angle PAB=2|\overrightarrow{AP}|\cdot\cos\angle PAB$, 由向量投影知 $|\overrightarrow{AP}|\cdot\cos\angle PAB\in(-1,3)$, 则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}\in(-2,6)$.

法三: 寻找特殊位置. 当点 P 分别与正六边形的顶点 F, C 重合时快速算得结果.

例 2 (2011 年全国卷) 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, B 是 A 和 C 的等差中项, 则 $a+c$ 与 $2b$ 的大小关系为 ( )

A. $a+c<2b$ B. $a+c>2b$

C. $a+c\geqslant 2b$ D. $a+c\leqslant 2b$

【解析】 法一: 特殊化. 由题意得 $B=60°$, 当 $A=B=C$ 时, $\triangle ABC$ 为正三角形, 此时 $a+c=2b$; 当 $A=30°$, $C=90°$ 时, $\triangle ABC$ 为直角三角形, 此时 $a+c<2b$. 所以 $a+c\leqslant 2b$.

法二: 直接法. $\triangle ABC$ 中由余弦定理得 $b^2=a^2+$

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$c^2-ac=(a+c)^2-3ac\geqslant\frac{(a+c)^2}{4}$，当且仅当 $a=c$ 时取得等号成立，所以有 $a+c\leqslant 2b$.

例 3 （2020 新高考Ⅰ卷.8）若定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，且 $f(2)=0$，则满足 $xf(x-1)\geqslant 0$ 的 x 的取值范围是 （　　）

A. $[-1,1]\cup[3,+\infty)$　　B. $[-3,-1]\cup[0,1]$

C. $[-1,0]\cup[1,+\infty)$　　D. $[-1,0]\cup[1,3]$

【解析】 法一：数形结合+代入验证+排除法. 依据函数 $f(x)$ 的性质作出函数 $f(x)$ 草图. 取 $x=2$ 代入验证 $2f(1)>0$ 符合不等式，则排除选项 B. 再取 $x=4$ 代入验证 $4f(3)<0$ 不符合不等式，则排除选项 A，C. 选择 D.

法二：直接法. 不等式 $xf(x-1)\geqslant 0$ 等价转化为 $x=0$ 或 $f(x-1)=0$ 或 $\begin{cases}x>0\\f(x-1)>0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<0\\f(x-1)<0\end{cases}$ 结合函数 $f(x)$ 草图，依次解不等式再取并集得 $x\in[-1,0]\cup[1,3]$，选择 D.

例 4 （2016 年全国卷.12）已知函数 $f(x)$ 满足 $f(-x)=2-f(x)$，若 $y=\frac{x+1}{x}$ 与 $y=f(x)$ 图象的交点为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，…，(x_m,y_m)，则 $\sum_{i=1}^{m}(x_i+y_i)$ 的值为 （　　）

A. 0　　B. m　　C. $2m$　　D. $4m$

【解析】 法一：特殊化. 根据等式 $f(-x)=2-f(x)$ 先取特殊常函数 $f(x)=1$，但是 $y=\frac{x+1}{x}$ 与 $y=f(x)$ 图象无交点，则所取特殊函数不符合题意. 再取一次函数 $f(x)=x+1$，由 $\frac{x+1}{x}=x+1$ 得两个交点 $(-1,0)$，$(1,2)$，则 $\sum_{i=1}^{2}(x_i+y_i)=2=m$，选择 B.

法二：数形结合法. 判断由该等式可知函数 $f(x)$ 的对称中心为 $(0,1)$，作出函数 $y=\frac{x+1}{x}$ 图象也是关于点 $(0,1)$ 对称，则 $y=\frac{x+1}{x}$ 与 $y=f(x)$ 图象的所有交点共有偶数个，且横坐标之和为 0，纵坐标之和为 2，则 $\sum_{i=1}^{m}(x_i+y_i)=\frac{m}{2}\cdot 2=m$.

例 5 （2021 年新高考Ⅰ卷.7）若过点 (a,b) 可以作曲线 $y=e^x$ 的两条切线，则 （　　）

A. $e^b<a$　　B. $e^a<b$

C. $0<a<e^b$　　D. $0<b<e^a$

【解析】 法一：数形结合法. 结合指数函数图象分析即可选择 D.

法二：代数法. 根据题意，设切点坐标为 (t,e^t)，则切线方程为 $y=e^t(x-t)+e^t$，则 $b=e^t(a-t)+e^t$，设 $f(t)=(t-a-1)e^t+b$，则 $f'(t)=(t-a)e^t$，列表可得 $f(t)_{\min}=f(a)=b-e^a<0$，即 $e^b<a$. 又由题意得 $b>0$，选择 D.

【设计意图】 精选高考典型例题巩固加深小题小做的意识以及常用的方法. 在课堂教学中留出时间让同学们先自主完成，再每六位同学分成一个小组交流讨论自己的做法，最后由小组代表依次来说说讨论的结果. 这种在高三复习课中的课堂留白教学非常必要，而且教学效果良好，学生有了充分的思考消化接受的时间，能够使得一些后进生跟上课堂教学. 给同学们留下足够的时间，同学们都有出人意料得表现，每个小组都可以说出几种做法. 在课堂教学进行留白时首先要预设留白时间，在“主问题”上舍得留时间，更要注重在难点处、易错点处、评价和情感上留白，而不是匆匆结束，起到事半功倍的效果. 课堂中同学们讨论热烈，方法总结到位，并对各种方法进行比较取舍. 真正将课堂还给学生，让学生做主人，获取意外之喜.

2.3.3　课后反馈，再释疑惑

课后反馈再留白是教师对教学实践的再认识，是对教学中成功与失败、经验与教训的回顾，是课后的“再备课”. 学习的目的在于运用，课后通过练习巩固方法，检测学习效果. 高考数学选择题不能总是局限于某一种方法，应该结合题目灵活处理，多种方法相结合，多管齐下，提高解题效率.

3　结束语

高中数学教师应该为学生备出更加合理的数学教学方案，从而能够使学生在未来完成数学学习的过程中获取更大的进步和提高. 全面培养学生，提升成绩，首要任务是发展学生数学核心素养，渗透数学思想，厘清数学方法. 需要教师尽可能的少讲、精讲，应该通过创设情境适当组织学生独立思考、交流表达、对话互动. 本节课的展开，以核心素养为指导方向，始终注重数学思想方法的渗透，培养学生自主解决问题的意识.

参考文献：

[1] 中华人民共和国教育部制定. 普通高中数学课程标准（2017 年版 2020 年修订）[M]. 北京：人民教育出版社，2020.

[2] 蔡勇全. 速解高考数学选择题的几种有效技法[J]. 理科考试研究，2017.10.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net