**2023届高三第一次阶段测试**

**数学**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【分析】首先通过求解分式不等式化简集合，然后利用指数函数的单调性化简集合，最后利用集合间的交运算即可求解.

【详解】∵

∴

由指数函数的单调性可知，，

从而，故.

故选：C.

2. 已知，则“”是“”的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【分析】

从充分性和必要性两方面进行讨论即可.

【详解】充分性：当，时充分性不成立；

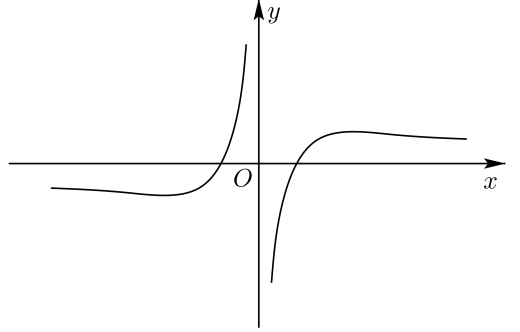
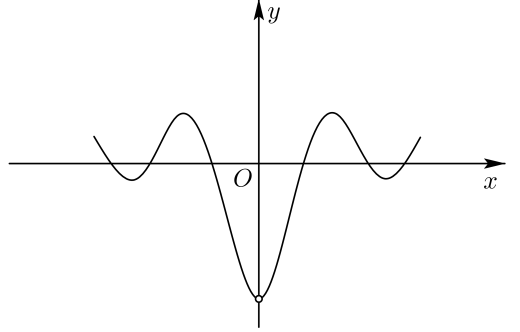
必要性：由可得，即，

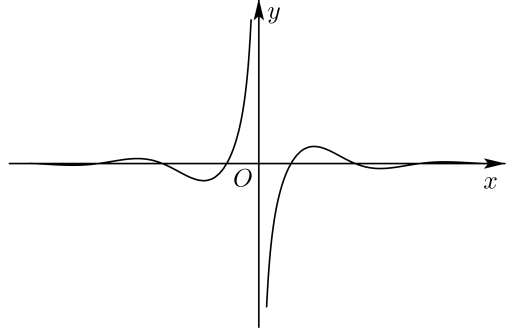
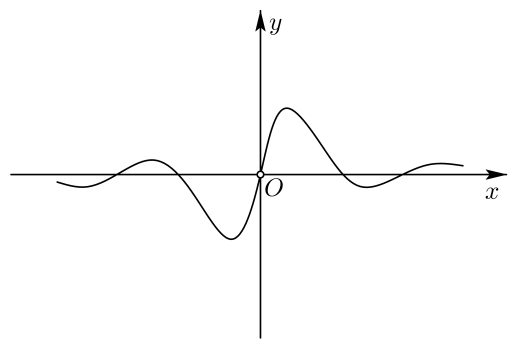
所以“”是“”的必要不充分条件.

故选：B

【点睛】本题主要考查充要条件的判定，涉及到不等式的性质，属于基础题.

3. 函数的部分图像大致为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【分析】结合已知条件，利用函数奇偶性可判断B；通过判断在上的符号可判断D；通过判断在上的零点个数可判断AC.

【详解】由题意可知，的定义域为，

因为，所以，

故为奇函数，从而的图像关于原点对称，故B错误；

当时，且，此时，故D错误；

因为在上有无数个零点，

所以在上也有无数个零点，故A错误，C正确.

故选：C.

4. 在中，内角所对的边分别为，则下列条件能确定三角形有两解的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【分析】结合已知条件和正弦定理即可求解.

【详解】对于A：由正弦定理可知，

∵，∴，故三角形有一解；

对于B：由正弦定理可知，，

∵，∴，故三角形有两解；

对于C：由正弦定理可知，

∵为钝角，∴B一定为锐角，故三角形有一解；

对于D：由正弦定理可知，，故故三角形无解.

故选：B.

5. 已知 ， 则（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

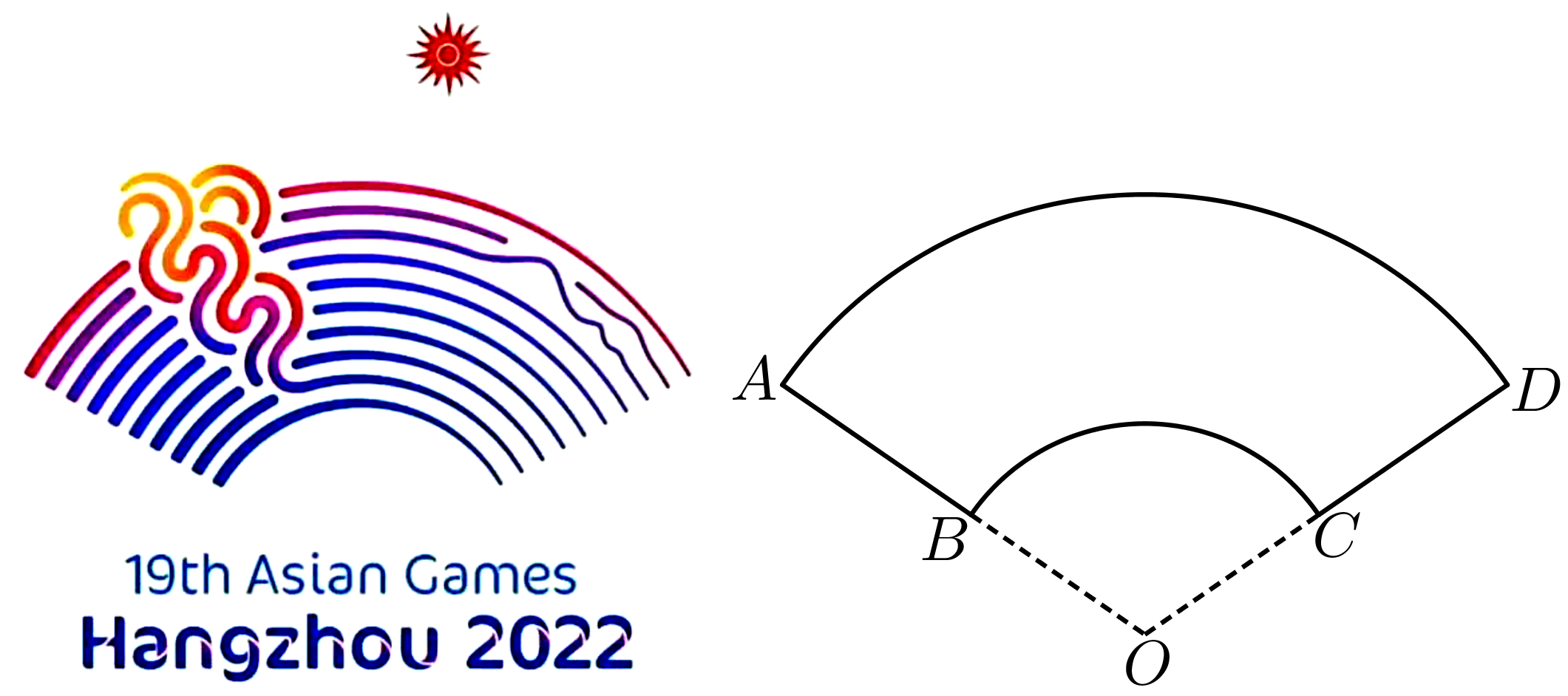
【分析】根据对数函数的单调性，即得.

【详解】由题，，，，

所以.

故选：C.

6. 如图是杭州2022年第19届亚运会会徽，名为“潮涌”，钱塘江和钱江潮头是会徽的形象核心，绿水青山展示了浙江杭州山水城市的自然特征，江潮奔涌表达了浙江儿女勇立潮头的精神气质，整个会徽形象象征着新时代中国特色社会主义大潮的涌动和发展.如图是会徽的几何图形，设弧长度是，弧长度是，几何图形面积为，扇形面积为，若，则（ ）



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】C

【分析】通过弧长比可以得到与的比，接着再利用扇形面积公式即可求解

【详解】解：设，则，所以，即，

所以，

故选：C

7. 已知过点作曲线的切线有且仅有条，则（ ）

A.  B.  C. 或 D. 或

【答案】C

【分析】设出切点，对函数求导得出切线的斜率，利用点斜式方程写出切线，将点代入，并将切线有且仅有条，转化为方程只有一个根，列方程求解即可．

【详解】设切点为，

由已知得，则切线斜率，切线方程为

直线过点，则，化简得

切线有且仅有条，即，化简得，即，解得或 故选：C

8. 定义在上的函数满足，，当时，，则方程在上解的个数为（ ）

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【答案】B

【分析】首先将问题转化为与在上的交点个数，然后根据的对称性和周期性以及已知条件作出的图像，再利用导函数作出的大致图像，结合图像即可求解.

【详解】由题意可知，方程在上解个数可转化为与在上的交点个数，

因为，所以的图像关于对称；

又由，故，

从而是周期为2的周期函数，

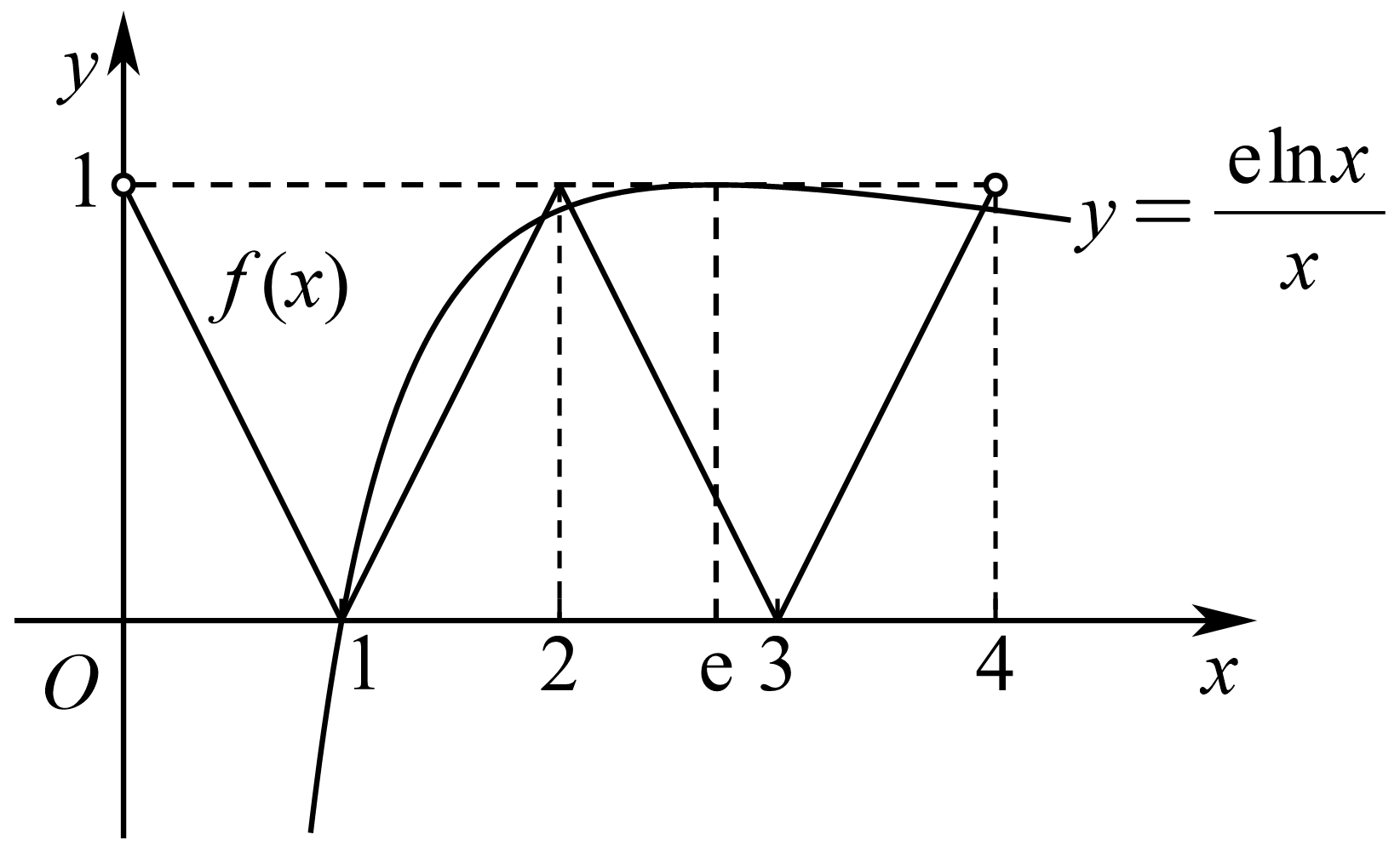
又由可得，，

从而；，

故在上单调递增，在单调递减，且，

当时，，

故与在上的图像如下：



从而与在上的交点个数为4，

故方程在上解的个数为4.故选：B.

**二､多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 设，则下列不等式中一定成立的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】ACD

【分析】利用基本不等式及其变形求最值即可判断.

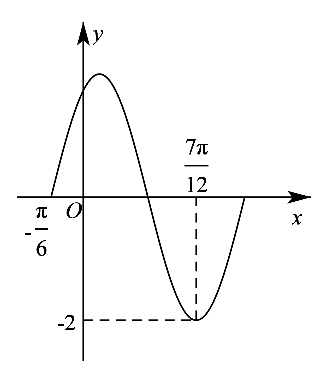
【详解】A选项：，当且仅当时，等号成立，故A正确；

B选项：，所以，当且仅当时，等号成立，故B错；

C选项：，当且仅当时，等号成立，故C正确；

D选项：，当且仅当，即，时，等号成立，故D正确.

故选：ACD.

10. 已知函数（其中，，）的部分图象如图所示，则（ ）

A. 

B. 的图象关于直线对称

C. 

D. 在上的值域为

【答案】AC

【分析】结合函数图像求出的解析式，进而判断AC；利用代入检验法可判断B；利用换元法和三角函数性质求出在上的值域可判断D.

【详解】由图像可知，，，故A正确；

从而，

又由，，

因为，所以，

从而，故C正确；

因为，

所以不是的对称轴，故B错误；

当时，则，

因为在上单调递减，在上单调递增，

所以，

因为，，所以，故，即，

从而，即在上的值域为，故D错误.

故选：AC.

11．已知锐角，下列说法正确的是（ ）

A.  B. 

C. ，，则 D. 

【答案】BCD

【解析】对于A，取，则，可知A错误；

对于B，由于是锐角三角形，故，

故，故B正确；

对于C，锐角中，由知，故，

则，即C正确；

对于D，是锐角三角形，故，所以，

故，

即，即D正确，

故选：BCD

12．定义：在区间上，若函数是减函数，且是增函数，则称在区间上是“弱减函数”.根据定义可得（ ）

A. 在上是“弱减函数”

B. 在上是“弱减函数”

C. 若在上是“弱减函数”，则

D. 若在上是“弱减函数”，则

【答案】BCD

【解析】对于A，在上单调递减，不单调，故A错误；

对于B，，在上，函数单调递减，

，，∴在单调递增，故B正确；

对于C，若单调递减，由，得，

∴，在单调递增，故C正确；

对于D，在上单调递减，

在上恒成立，

令，，令，

，

∴在上单调递减，，

∴，∴在上单调递减，，

∴，

在上单调递增，

在上恒成立，

∴，

令，，

∴在上单调递增，，

∴，

综上：，故D正确.

故选：BCD.

**三､填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13.函数的定义域是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

14. 若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】4

【分析】根据展开可得，从而求得，再由，即可得到结果.

【详解】因为，即

所以，平方可得，所以，

所以 故答案为：

15. 已知的面积为，则的中线长为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】或

【分析】结合已知条件和三角形面积公式求，然后利用余弦定理即可求解.

【详解】因为的面积为，

所以，故或；

①当时，，

故，

因为，所以，

故；

②当时，，

故，

在中，由余弦定理可知，

在中，由余弦定理可知，，

故.

综上所述，的中线长为或.

故答案为：或.

16. 已知函数是定义域为的奇函数，当时，，且，则不等式的解集为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【分析】利用奇函数的性质得到，再根据不等式构造函数，分析函数在时的单调性，根据单调性、奇偶性和解不等式即可.

【详解】因为为奇函数，定义域为，所以，，

又因为时，，所以，

构造函数，所以，

所以当时，，上单调递增，

又因为，所以，在上大于零，在上小于零，

又因为，所以当时，在上大于零，在上小于零，因为为奇函数，所以当时，在上小于零，在上大于零，

综上所述：解集为.

故答案为：.

【点睛】常见的函数构造形式：

①，；

②，.

**四､解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

17．设集合学科网 zxxk.com，集合.

（1）若学科网 zxxk.com，求；

（2）设命题：，命题学科网 zxxk.com：，若是成立的必要不充分条件，求实数的取值范围.

【答案】（1）学科网 zxxk.com；（2）.

【解析】学科网 zxxk.com（1）.学科网 zxxk.com

因为学科网 zxxk.com，所以，

因此；学科网 zxxk.com

（2）学科网 zxxk.com，，

因为是学科网 zxxk.com成立的必要不充分条件，所以集合是集合的真子集，

因此有学科网 zxxk.com，解得.

18．已知函数（），若函数在点处的切线方程是．

（1）求函数的解析式；

（2）求的单调区间．

【答案】（1）；（2）增区间为，，减区间为．

【解析】（1）由，得，

所以，所以．

把代入，得切点为，所以，得，

所以．

（2）由（1）知，，

令，解得或；

令，解得．

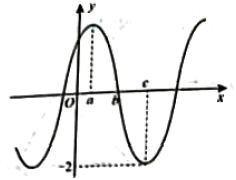
所以的增区间为，，减区间为．

19．己知函数的部分图象如图所示，在条件①、条件②、条件③这三个条件中选择两个作为己知．

（1）求函数的解析式；

（2）设函数，若在区间上单调递减，求*m*的最大值．

条件①：；条件②：；条件③：．

（1） （2）

（1）选条件①②：

因为，所以，即，

则．

由题意可知，则．

因为，，所以，即．

因为，所以，所以．

选条件①③：

因为，所以，即，则．

由题意可知，则．

因为，

所以，即．

因为，所以．所以．

选条件②③：

因为，所以，即，则．

由题意可知，则．

因为，，

所以，即．

因为，所以，所以．

（2）由题意得．

函数的单调递减区间为．

由，

得．

因为函数在区间上单调递减，且，此时．

所以，所以*m*的最大值是． 12分

20. 在中，角的对边分别为.

（1）若，求；

（2）若，求证：.

【答案】（1）

（2）见解析

【分析】（1）由三角形内角和，可表示出角，根据三角恒等式，结合正弦定理，可得的值，根据二倍角式，进而可得，由余弦定理，可得答案；

（2）由题意，结合余弦定理与正弦定理，根据同角三角函数的关系式，可得答案.

【小问1详解】

，，则

，，，

，

由正弦定理，可得：，则，

可得，解得，则，

由余弦定理，，故.

【小问2详解】

，，，

由余弦定理，①，

②，

①与②相除可得：，

，两边同除以，可得.

21．对于函数，若在定义域内存在实数学科网 zxxk.com，满足，则称为“类函数”.

（1）设是定义在学科网 zxxk.com上的“类函数”，求实数的最小值；

（2）若学科网 zxxk.com为其定义域上的“类函数”，求实数的取值范围.

【答案】（1）最小值学科网 zxxk.com；（2）.

【解析】学科网 zxxk.com（1）因为学科网 zxxk.com是定义在上的“类函数”，

所以存在实数满足学科网 zxxk.com，即方程在上有解.

令则，因为在学科网 zxxk.com上递增，在上递减，所以当或时，取最小值.

（2）由对学科网 zxxk.com恒成立，即，所以，

因为若学科网 zxxk.com为其定义域上的“类函数”，

所以存在实数学科网 zxxk.com，满足.

①当时，学科网 zxxk.com，所以，所以，

因为函数学科网 zxxk.com是增函数，所以；

②当学科网 zxxk.com时，，所以，矛盾.

③当时，学科网 zxxk.com，所以，所以，

因为函数学科网 zxxk.com是减函数，所以.

综上所述，实数学科网 zxxk.com的取值范围是.

22. 设函数，.

（1）若直线是曲线的一条切线，求的值；

（2）证明：①当时，；

②，.（是自然对数底数，）

【答案】（1）

（2）①证明见解析②证明见解析

【解析】

【分析】(1)首先利用导函数的几何意义求出切点，再将切点代入切线即可求出；

(2)①将原不等式化简为，然后利用导函数求在上的最大值大于0即可；②结合①中条件，利用放缩法只需证明，然后利用隐零点证明不等式在上恒成立即可，最后结合和的单调性即可证明原不等式在上恒成立.

【小问1详解】

由，则，

设在上的切点为，

从而，

故在上的切点为，

将代入得，，

故的值为.

【小问2详解】

①当时，，

不妨令，则，

故在上单调递减，

从而对，都有，

故当时，.

②(i)由①知，当时，，

从而，

故，

欲证，只需证，

则，

令，则，

从而在上单调递减，

因为，，

由零点存在的基本定理可知，，使得，

从而，

结合在上单调递减可知，；，

故在上单调递增，在上单调递减，

从而，

故，

即当时，；

(ii) 由，从而在上单调递增，

故当时，，

又因为在上单调递增，

故当时，，

当时，，此时，

综上所述，，.

【点睛】利用隐零点证明不等式需要注意的地方：

一、在利用隐零点求函数最值的时候，一定要精确隐零点所在区间的端点值，否则在证明的时候放缩过大或过小都很难求证；

二、二分法是一种精确隐零点所在区间的一种较好的方法.