|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 课题 | | 3.1.1基本计数原理 |
| 教学目标 | | |
| **教学目标：**  （1）理解和掌握分类计数原理和分步计数原理；  （2）能根据具体问题的特征选择恰当的原理解决一些简单的实际问题；  （3）通过两个原理的形成过程，渗透列举法的思想，树立分类、分步意识，培养数学抽象、逻辑推理等核心素养.  **教学重点：**理解分类计数原理和分步计数原理.  **教学难点**：分类计数原理和分步计数原理的区分与应用. | | |
| 教学过程 | | |
| 时间 | 教学环节 | 主要师生活动 |
| **2min** | **I. 情境导入** | **【情境与问题】**  （1）集合共有多少个不同的子集？  （2）由4个数字组成的手机密码锁，如果忘记了密码，最多要试多少次才能打开密码锁？  （3）有4位同学和1位老师站成一排照相，如果老师要站在正中间，则有多少种不同的方法？  像上述的问题（1），我们可以通过“枚举法”，即将所有结果一一列举出，就能得解决（8种）.但是如果问题比较复杂，那么借助枚举法就难以求得问题的答案了，比如问题（2）和（3），所以这节课我们来学习计数的其他方法. |
| **20**  **min** | **II. 新知探究** | **【尝试与发现1】**  （1）已知某天从北京到上海的高铁有43班，动车有2班，其他列车有3班，小张想这一天坐火车从北京到上海去旅游，不考虑其他因素，小张有多少种不同的选择？  （2）从甲地到乙地,可以乘坐火车,也可以乘汽车,还可以乘轮船,假定火车每日1班,汽车每日3班,轮船每日2班,那么一天中从甲地到乙地有多少种不同的走法呢?  （设计意图：渗透分类思想，初步形成加法计数原理.）  解：  问题（1），小张乘坐的列车可以分成3类，即高铁、动车或其他列车，其中任何一类的任意一列火车都可以让小张到达上海，因此不同的选择方法有：43+2+3=48种  问题（2），从甲地到乙地，有3类不同交通工具：火车、汽车或轮船，选择任何一类的任何一个班次都可以从甲地到达乙地，因此一天中不同的走法有：1+3+2=6种  **【抽象概括，形成概念】**  完成一件事情，如果有类办法，且：第一类办法中有种不同的方法，第二类办法中有种不同的方法……第类办法中有种不同的方法，那么完成这件事共有种不同的方法.  我们称这种计数方法为：**分类加法计数原理**.  （设计意图：通过分类加法计数原理的形成，体会由具体到抽象，由特殊到一般的思想方法）  例1． 在某设计活动中，李明要用红色和蓝色填涂四个格子（如图所示），要求每种颜色都用两次，李明共有多少种不同的填涂方法？   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |   枚举法：RRBB，RBRB，RBBR，RRBB，RBRB，RBBR，共6种.  枚举法的优点在于事件的结果我们可以直观的一一列举出来，但是如果问题比较复杂，出现的结果比较多时，为了避免出现列举重复或者遗漏，通常我们在列举过程中制定一些“规则”，以此达到简化问题，提高准确率的目的.  例如，根据题目要求，是对格子涂色问题，可以先假定第一个格子的颜色，这样后面三个格子的情况就少一些. 所以可以按照第一个格子的颜色进行分类：  法1：可以先对第一个格子的颜色讨论：  第一类，第一个格子涂红色：  我们顺次再考虑第二个格子的颜色，有R、B两种情况，……  有：RRBB，RBRB，RBBR，共3种情况.  第二类，第一个格子涂蓝色：  有：RRBB，RBRB，RBBR，共3种情况.  依据分类加法计数原理，共有3+3=6种.  （设计意图：初步渗透从特殊位置入手分析的方法）  注意到：填涂的颜色只有红、蓝两种，我们也可以先确定其中一种颜色的位置，那么另一个颜色的位置也就确定下来了. 不妨我们先讨论红色格子的位置，可以按照从左起第一个红色格子的位置进行分类：  法2：按照红色填涂的位置讨论：  第一类，第一个红色出现在第一个格子  R  R  R  R  R  R  有：RRBB，RBRB，RBBR，共3种情况.  第二类，第一个红色出现在第二个格子  R  R  R  R  有：BRRB，BRBR，共2种情况.  第三类，第一个红色出现在第三个格子  R  R  只有：BBRR，共1种情况.  依据分类加法计数原理，共有3+2+1=6种.  （设计意图：初步渗透从特殊位置入手分析的方法）  刚才列举过程中，我们发现，由于红色、蓝色都要用到两次，一共4个格子，也可以按照相同颜色的格子是否相邻分类.  法3：对涂红色的格子是否相邻讨论：  涂红色的格子相邻的方法：  R  R  R  R  R  R  有：RRBB，BRRB，BBRR，共3种.  涂红色的格子不相邻的方法：  R  R  R  R  R  R  有：RBRB，BRBR，RBBR，共3种.  依据分类加法计数原理，共有3+3=6种.  老师刚刚展示的3种列举方法，不知道是否和同学们的方式不谋而合？我们可以从特殊位置入手（如这道题可以按格子的位置讨论），或者从特殊元素入手（如：本题可以按填涂的颜色讨论），也可以按照特殊元素之间的位置关系分类（如：相同颜色是否相邻）. 不同的方法体现了我们在分析事物过程中的不同思维角度，同学们可以自己尝试其他的不同方法，并总结归纳你的分类方法.  **【尝试与发现2】**  已知某公园的示意图如图所示，其中从西门到景点A共有3条不同的路，从景点A到东门共有2条不同的路. 若某人从公园的西门进入公园后，想去A景点游玩，然后从东门出公园.只考虑路的选择，则有多少种不同的走法？你能用适当的符号表示出所有的情况吗？  把从西门到景点A的三条路分别记为,,，  把从景点A到东门的路记为,,用表示经到景点A，再经到东门.因此不同的走法为：，，，，，，共6种.  可以用图直观地表示出来：    首先到景点A有3种不同的方法，再到东门有2种不同方法，所以总共6种方法，对于每一种从西门到景点的走法：都对应着两种从景点到东门的走法.所以，“6”可以看作是3和2的乘积，即.  （设计意图：从枚举法中渗透分步思想，初步形成乘法计数原理.）  **【抽象概括，形成概念】**  完成一件事情，如果需要分成个步骤，且：做第一步有种不同的方法，做第二步有种不同的方法，……，做第步有种不同的方法，那么完成这件事有种不同的方法.  我们称这种计数方法为：**分步乘法计数原理**.  如“情境与问题”的第（1）问：集合共有多少个不同的子集？  可以按每个元素是否在子集中，分三步完成：  第一步，元素*a*是否在子集中，有2种方法；  第二步，元素*b*是否在子集中，有2种方法；  第三步，元素*c*是否在子集中，有2种方法。  由分步乘法计数原理，集合的子集个数为.  例2. 用1,2,3,4,5可以排成多少个数字不重复的三位数？  分析：制定“规则”，分别指定这个三位数的百位、十位、个位上的数字即可，因此可以分为三步完成.  解：第一步：确定百位上的数字，共5种方法；  第二步：确定十位上的数字，共4种方法；  第三步：确定个位上的数字，共3种方法.  依据分步乘法计数原理，可以成数字不重复的三位数的个  数为：.  “情境与问题”中的问题（2），每一位数字都有10种可能，所以密码的设定方法共有：种.  “情境与问题”的问题（3），由于老师的位置已经确定，可以转化为只考虑4位同学站哪四个位置，不妨从左起第一个位置开始，逐步制定各个位置上的人选，共分四步完成：  第一步，第一位：4种；  第二步，第二位：3种；  第三步，第三位：2种；  第四步，最后一位：1种.  依据分步乘法计数原理，共有种排列方法.  这是从位置的角度分步完成，当然也可以从同学的角度出发，逐个确定各个同学所站的位置，共分四步完成：  第一步，同学1有4个位置可以选，有4种方法；  第二步，同学2有3个位置可以选，有3种方法；  第三步，同学3有2个位置可以选，有2种方法；  第四步，同学4只有1个位置可选，有1种方法.  依据分步乘法计数原理，共有种排列方法.  （设计意图：进一步熟悉“特元”、“特位”两种限制条件的研究方法）  上述所讲的“分类加法计数原理”和“分步法计数原理”合称为**基本计数原理**.   |  |  |  | | --- | --- | --- | |  | 分类加法计数原理 | 分步乘法计数原理 | | 联系 | 都是解决计数问题的方法. | | | 区别1 | 完成一件事有类办法，各类办法相互独立.  分类→计数 →求和 | 完成一件事共分为个步骤.  分步→计数 →求积 | | 区别2 | 任何一类办法中的任何一种方法都可以单独完成这件事 | 只有各个步骤都完成才能完成这件事. |   （设计意图：通过对比的方法，明确两个原理的区别，使学生能够正确应用原理解决相应问题.）  例3. 某班班委由2位女同学、3位男同学组成，现要从该班班委里选出2人去参加学校组织的培训活动，要求至少有1位女同学参加，则不同的选法共有多少种？  解：按照选择的女同学人数分为两类情况，即2位都是女同学和只有1位女同学.  第一类：2位都是女同学，共1种；  第二类：只有1位女同学，可以分为两步完成：  第一步，先从2位女同学中选出1人，共2种选法；  第二步，再从3位男同学中选出1人，共3种选法.  依据分步乘法计数原理，共有种方法.  综上，依据分类加法计数原理，不同的选法共有种.  可能出现的方法：  第一步：先从2位女同学中选出1人，共有2种选法；  第二步：从剩下的4人中再选择1人，共有4种选法.  由此，种方法.  用字母表示每一位同学通过“树状图”来观察：  把2位女同学分别记为,；3位男同学分别记为,,.    这里的方法将“先后”和“先后”当做2种不同的方  法来计数.事实上它们都表示为选出2位女同学，属于同一情况，需  将产生的重复次数去掉，即8-1=7种. 建议大家以后在遇到“至多”、  “至少”问题时，直接分类研究.  练习：将问题改为“至少有1位男同学参加，则有不同的选法共有  多少种？”  答案：9种. （同学自己完成，巩固之前学习的方法） |
| **2min** | **III. 小结** | **【课堂小结】**  （1）基本计数原理；（具体→抽象→具体）  本节课我们经历了从具体问题中抽象出问题的本质属性，得出两个原理的过程．并将这两个基本原理运用到具体问题中，解决计数问题.  （2）合理规划解题策略.（先分类，后分步）  解决计数问题必须理清：做什么“事”？怎样才算“完成”？  采用何种“方式”完成？ 也就是在计数过程中，需确定按照什么标准分类，再考虑同类方法是否需要分步，并时刻问一下“事情是否完成”.尤其是在解决稍复杂的计数问题中，树立先分类、后分步的策略意识. |
|  | **Ⅳ.作业** | **【作业】**教材 7页 A组 1； 改编题  A组  1.张丽的书桌上有3本不同的语文课外读物和2本不同的数学课外读物.  （1）现在她想从中取出一本随身携带，以便外出时阅读，有多少种不同的取法？  （2）如果她想从语文课外读物和数学课外读物中各取一本随身携带，有多少种不同的取法？  2.某班班委由2位女同学、3位男同学组成，现要从该班班委里选出2人去参加学校组织的培训活动，要求至少有1位男同学参加，则不同的选法共有多少种？ |

