**《数学方法在物理中的应用》**

【考纲分析】

数学是解决物理问题的基本工具和途径，应用数学知识处理物理问题是新课标高考《考试大纲》中要求考查的五种能力之一。《考试大纲》中明确要求学生能够根据具体问题列出物理量之间的关系式，进行推导和求解，并根据结果得出物理结论；必要时能运用几何图形、函数图像进行表达、分析。因此，培养学生熟练地运用数学工具解决物理问题是中学物理教学的任务之一，教师在平时的教学工作中要特别注意物理问题和数学方法的有机结合，让学生能够熟练利用数学工具解决实际问题。

【学习目标】

1、数学方法在物理中的应用

2、解综合题能力的提高

【知识要点】

一、极值法

数学中求极值的方法很多，物理极值问题中常用的极值法有：三角函数极值法、二次函数极值法、一元二次方程的判别式法等．

1．利用三角函数求极值

*y*＝*a*cos *θ*＋*b*sin *θ*

＝eq \r(*a*2＋*b*2)(eq \f(*a,*\r(*a*2＋*b*2))cos *θ*＋eq \f(*b,*\r(*a*2＋*b*2))sin *θ*)

令sin *φ*＝eq \f(*a,*\r(*a*2＋*b*2))，cos *φ*＝eq \f(*b,*\r(*a*2＋*b*2))

则有：*y*＝eq \r(*a*2＋*b*2)(sin *φ*cos *θ*＋cos *φ*sin *θ*)

＝eq \r(*a*2＋*b*2)sin (*φ*＋*θ*)

所以当*φ*＋*θ*＝eq \f(π*,*2)时，*y*有最大值，且*y*max＝eq \r(*a*2＋*b*2)．

2．利用二次函数求极值

二次函数：*y*＝*ax*2＋*bx*＋*c*＝*a*(*x*2＋eq \f(*b,a*)*x*＋eq \f(*b*2*,*4*a*2))＋*c*－eq \f(*b*2*,*4*a*)＝*a*(*x*＋eq \f(*b,*2*a*))2＋eq \f(4*ac*－*b*2*,*4*a*)(其中*a*、*b*、*c*为实常数)，当*x*＝－eq \f(*b,*2*a*) 时，有极值*y*m＝eq \f(4*ac*－*b*2*,*4*a*)(若二次项系数*a*>0，*y*有极小值；若*a*<0，*y*有极大值)．

3．均值不等式

对于两个大于零的变量*a*、*b*，若其和*a*＋*b*为一定值*p*，则当*a*＝*b*时，其积*ab*取得极大值 eq \f(*p*2*,*4)；对于三个大于零的变量*a*、*b*、*c*，若其和*a*＋*b*＋*c*为一定值*q*，则当*a*＝*b*＝*c*时，其积*abc*取得极大值 eq \f(*q*3*,*27)．

二、几何法

利用几何方法求解物理问题时，常用到的有“对称点的性质”、“两点间直线距离最短”、“直角三角形中斜边大于直角边”以及“全等、相似三角形的特性”等相关知识，如：带电粒子在有界磁场中的运动类问题，物体的变力分析时经常要用到相似三角形法、作图法等．与圆有关的几何知识在力学部分和电学部分的解题中均有应用，尤其在带电粒子在匀强磁场中做圆周运动类问题中应用最多，此类问题的难点往往在圆心与半径的确定上，确定方法有以下几种．

1．依切线的性质确定．从已给的圆弧上找两条不平行的切线和对应的切点，过切点作切线的垂线，两条垂线的交点为圆心，圆心与切点的连线为半径．

三、图象法

中学物理中一些比较抽象的习题常较难求解，若能与数学图形相结合，再恰当地引入物理图象，则可变抽象为形象，突破难点、疑点，使解题过程大大简化．图象法是历年高考的热点，因而在复习中要密切关注图象，掌握图象的识别、绘制等方法．

1．物理图象的分类

整个高中教材中有很多不同类型的图象，按图形形状的不同可分为以下几类．

(1)直线型：如匀速直线运动的*s*－*t*图象、匀变速直线运动的*v*－*t* 图象、定值电阻的*U*－*I*图象等．

(2)正弦曲线型：正弦式交变电流的*e*－*t*图象、 (3)其他型：分子力与分子间距离的*f*－*r*图象等．

下面我们对高中物理中接触到的典型物理图象作一综合回顾，以期对物理图象有个较为系统的认识和归纳．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 图  象 | 函数形式 | 特例 | 物理意义 |
|  | *y*＝*c* | 匀速直线运动的*v*－*t*图象 | 做匀速直线运动的质点的速度是恒矢量． |
|  | *y*＝*kx* | ①匀速直线运动的*s*－*t*图象②初速度*v*0＝0的匀加速直线运动的*v*－*t* 图象(若*v*0≠0，则纵截距不为零)③纯电阻电路的*I*－*U*图象 | ①表示物体的位移大小随时间线性增大．②表示物体的速度大小随时间线性增大．③表示纯电阻电路中*I*随导体两端的电压*U*线性增大． |
|  | *y*＝*a*－*kx* | ①匀减速直线运动的*v*－*t*图象②闭合电路中的*U*－*I*图象(*U*＝*E*－*Ir*) | ①表示物体的速度大小随时间线性减小．②表示路端电压随电流的增大而减小． |
|  | *y*＝eq \f(*a,x*＋*b*)·*x*(双曲线函数) | ①由纯电阻用电器组成的闭合电路的*U*－*R*图象(*U*＝eq \f(*E,R*＋*r*)*R*)②在垂直于匀强磁场的[*XCzt*71．*tifBP*]导轨上，自由导体棒在一恒定动力*F*的作用下做变加速运动的*v*－*t*图象 | ①表示纯电阻电路中电源的端电压随外电阻而非线性增大．②将达到稳定速度*v*m＝eq \f(*FR*总*,B*2*L*2)． |
|  | *y*＝*kx*2(抛物线函数) | ①小灯泡消耗的实际功率与外加电压的*P*－*U* 图象②位移与时间的*s*－*t*图象(*s*＝eq \f(1*,*2)*at*2) | ①表示小灯泡消耗的实际功率随电压的增大而增大，且增大得越来越快．②表示位移随时间的增大而增大，且增大得越来越快． |
|  | *xy*＝*c*(双曲线函数) | 机械在额定功率下，其牵引力与速度的关系图象(*P*＝*Fv*) | 表示功率一定时，牵引力与速度成反比． |
|  | *y*＝*A*sin *ωt* | 交流电的*e*－*t*图象(*e*＝*E*msin *ωt*) | 表示交流电随时间变化的关系． |

2．物理图象的应用

(1)利用图象解题可使解题过程更简化，思路更清晰．

利用图象法解题不仅思路清晰，而且在很多情况下可使解题过程得到简化，起到比解析法更巧妙、更灵活的独特效果．甚至在有些情况下运用解析法可能无能为力，但是运用图象法则会使你豁然开朗，如求解变力分析中的极值类问题等．

(2)利用图象描述物理过程更直观．

从物理图象上可以比较直观地观察出物理过程的动态特征．

(3)利用物理图象分析物理实验．

运用图象处理实验数据是物理实验中常用的一种方法，这是因为它除了具有简明、直观、便于比较和减少偶然误差的特点外，还可以由图象求解第三个相关物理量，尤其是无法从实验中直接得到的结论．

3．对图象意义的理解

(1)首先应明确所给的图象是什么图象，即认清图象中比纵横轴所代表的物理量及它们的“函数关系”，特别是对那些图形相似、容易混淆的图象，更要注意区分．例如振动图象与波动图象、运动学中的 *s*－*t* 图象和*v*－*t*图象、电磁振荡中的*i*－*t*图象和*q*－*t*图象等．

(2)要注意理解图象中的“点”、“线”、“斜率”、“截距”、“面积”的物理意义．

①点：图线上的每一个点对应研究对象的一个状态．要特别注意“起点”、“终点”、“拐点”、“交点”，它们往往对应着一个特殊状态．如有的速度图象中，拐点可能表示速度由增大(减小)变为减小(增大)，即加速度的方向发生变化的时刻，而速度图线与时间轴的交点则代表速度的方向发生变化的时刻．

②线：注意观察图线是直线、曲线还是折线等，从而弄清图象所反映的两个物理量之间的关系．

③斜率：表示纵横坐标上两物理量的比值．常有一个重要的物理量与之对应，用于求解定量计算中所对应的物理量的大小以及定性分析变化的快慢．如 *v*－*t* 图象的斜率表示加速度．

④截距：表示纵横坐标两物理量在“边界”条件下物理量的大小．由此往往可得到一个很有意义的物理量．如电源的*U*－*I*图象反映了*U*＝*E*－*Ir*的函数关系，两截距点分别为(0，*E*)和eq \b\lc\(\rc\)(\a\vs4\al\co1(\f(*E,r*)，0))．

⑤面积：有些物理图象的图线与横轴所围的面积往往代表一个物理量的大小．如*v*－*t*图象中面积表示位移．

4．运用图象解答物理问题的步骤

(1)看清纵横坐标分别表示的物理量．

(2)看图象本身，识别两物理量的变化趋势，从而分析具体的物理过程．

(3)看两相关量的变化范围及给出的相关条件，明确图线与坐标轴的交点、图线斜率、图线与坐标轴围成的“面积”的物理意义．

四、数学归纳法

在解决某些物理过程中比较复杂的具体问题时，常从特殊情况出发，类推出一般情况下的猜想，然后用数学归纳法加以证明，从而确定我们的猜想是正确的．利用数学归纳法解题要注意书写上的规范，以便找出其中的规律．

五、微元法

利用微分思想的分析方法称为微元法．它是将研究对象(物体或物理过程)进行无限细分，再从中抽取某一微小单元进行讨论，从而找出被研究对象的变化规律的一种思想方法．微元法解题的思维过程如下．

(1)隔离选择恰当的微元作为研究对象．微元可以是一小段线段、圆弧或一小块面积，也可以是一个小体积、小质量或一小段时间等，但必须具有整体对象的基本特征．

(2)将微元模型化(如视为点电荷、质点、匀速直线运动、匀速转动等)，并运用相关的物理规律求解这个微元与所求物体之间的关联．

(3)将一个微元的解答结果推广到其他微元，并充分利用各微元间的对称关系、矢量方向关系、近似极限关系等，对各微元的求解结果进行叠加，以求得整体量的合理解答．

六、三角函数法

三角函数反映了三角形的边、角之间的关系，在物理解题中有较广泛的应用．例如：讨论三个共点的平衡力组成的力的三角形时，常用正弦定理求力的大小；用函数的单调变化的临界状态来求取某个物理量的极值；用三角函数的“和积公式”将结论进行化简等．

七、数列法

凡涉及数列求解的物理问题都具有过程多、重复性强的特点，但每一个重复过程均不是原来的完全重复，而是一种变化了的重复．随着物理过程的重复，某些物理量逐步发生着前后有联系的变化．该类问题求解的基本思路为：

(1)逐个分析开始的几个物理过程；

(2)利用归纳法从中找出物理量变化的通项公式(这是解题的关键)；

(3)最后分析整个物理过程，应用数列特点和规律求解．

无穷数列的求和，一般是无穷递减数列，有相应的公式可用．

等差：*Sn*＝eq \f(*n*(*a*1＋*an*)*,*2)＝*na*1＋eq \f(*n*(*n*－1)*,*2)*d*(*d*为公差)．

等比：*Sn*＝eq \f(*a*1(1－*qn*)*,*1－*q*)(*q*为公比)．

八、比例法

比例计算法可以避开与解题无关的量，直接列出已知和未知的比例式进行计算，使解题过程大为简化．应用比例法解物理题，要讨论物理公式中变量之间的比例关系，要清楚公式的物理意义和每个量在公式中的作用，以及所要讨论的比例关系是否成立．同时要注意以下几点．

(1)比例条件是否满足．物理过程中的变量往往有多个，讨论某两个量间的比例关系时要注意只有其他量为常量时才能成比例．

(2)比例是否符合物理意义．不能仅从数学关系来看物理公式中各量的比例关系，要注意每个物理量的意义．(如不能根据*R*＝eq \f(*U,I*) 认定电阻与电压成正比)

(3)比例是否存在．讨论某公式中两个量的比例关系时，要注意其他量是否能认为是不变量．如果该条件不成立，比例也不能成立．(如在串联电路中，不能认为*P*＝eq \f(*U*2*,R*) 中*P*与*R*成反比，因为*R*变化的同时，*U*也随之变化而并非常量)

许多物理量都是用比值法来定义的，常称之为“比值定义”．如密度*ρ*＝eq \f(*m,V*)，导体的电阻*R*＝eq \f(*U,I*)，电容器的电容 *C*＝eq \f(*Q,U*)，接触面间的动摩擦因数*μ*＝eq \f(*f,F*N)，电场强度*E*＝eq \f(*F,q*)等．它们的共同特征是：被定义的物理量是反映物体或物质的属性和特征的，它和定义式中相比的物理量无关．对此，学生很容易把它当做一个数学比例式来处理而忽略了其物理意义，也就是说教学中还要防止数学知识在物理应用中的负迁移．

数学是“物理学家的思想工具”，它使物理学家能“有条理地思考”并能想象出更多的东西．可以说，正是有了数学与物理学的有机结合，才使物理学日臻完善．物理学的严格定量化，使得数学方法成为物理解题中一个不可或缺发布的工具．