

基于 HPM 视角下的“对数”教学探索

● 广东省珠海市第一中学 潘 静

HPM 是建立在数学史及数学教育深度融合的基础上的创新教学模式,传统教学模式下,很少有教师了解这一模式,更极少应用于实践中,因此,针对所学习的数学知识,很多学生都不能够形成完整的体系,甚至还感受到了学习过程中的枯燥与乏味.本文对 HPM 模式进行阐释,说明其在数学教育实践中的重要功能,并以“对数”一课的教学辅以实证,谈谈如何在数学课堂中融入数学史,以此提高学生对数学知识的学习兴趣,促进其综合素养的全面提升.

一、HPM 模式在高中数学教学中的应用价值

将 HPM 模式引入高中数学教学,最突出的功能就是亲历数学家的真实故事,使学生可以就此萌发主动参与数学探究的热情,既有助于树立数学学习自信,也有助于提高数学教学效能.

1. 激发学生数学学习兴趣

在进入高中阶段之后,数学知识的学习既没有实验,也没有游戏,很多学生认为其枯燥乏味,这是由学科的特点所决定,因为其中蕴含了极其丰富的理论知识,使学生望而生畏,感到高深莫测.实际上,在数学这门学科的发展进程中,因为经历了深厚的积淀,再加上其本身所具有的高度凝练性等特点,很难使学生提起主动参与学习的兴趣.因此,教师在推导数学公式、阐释数学定义、说明论证过程的时候,如果可以带领学生深入了解这些知识点的起源及其发展,或者引入充满趣味性的知识小故事,就能够改变原本枯燥的知识状态,提高学习的趣味性,也能够因此使学生感受到数学学习的乐趣.

2. 提升学生高阶思维品质

当学生在面对数学问题时,需要灵活运用知识对其进行解析,实际上,学生所经历的是一系列思维过程,其中既包括空间想象、观察发现,也包括归纳类比、反思架构等.通过这些思维活动,可以帮助学生判断潜藏于客观事物之下的数学现象.在数学史中,包含了数学概念、数学思想方法等的起源及发展历程,

是由先辈科学家经历了艰苦卓绝的研究才总结出的优秀成果,其本身具有高度的抽象性及概括性,可将其引入数学教学实践中,充分利用蕴含于其中的思维,锻炼学生的数学思维能力.

3. 培养学生数学文化修养

在人类文化体系中,数学也是其中的重要构成,更应当体现于文化层面的教育,而数学史就是承载数学文化的最佳载体.在引入 HPM 模式之后,有助于还原数学知识的诞生过程,促进数学文化的生成,带动学生数学文化修养的进一步提升.基于 HPM 模式,可以帮助学生树立正确的数学学习观及价值观,使他们可以通过充满趣味的数学学习,真正体会到数学中所蕴含的美,能够对数学文化产生浓厚的兴趣,也会因此主动生发了解数学史的欲望,感受数学思维的发展过程及变化趋势.

二、HPM 模式应用于“对数”教学案例

在高中数学知识体系中,“对数”是重要的教学内容之一,在“数与对数运算”时,对数是以指数的模型引入,对于这种导入方法而言,能够直观地揭示对数和指数之间的密切联系.但对学生而言,由于所涉及的是一个具有高度凝练性的新概念,因此,学习实践中呈现出两种不同的现象:一是对概念未能形成深入理解,并不了解对数的作用;二是死记硬背运算法则,盲目套用,出现了各种错误.导致上述现象的主要原因就是学生对对数的概念缺乏深入理解.为了进一步优化课堂教学效能,可以引入概念的发展史,借助课后的阅读思考板块,使学生可以亲历对数的产生过程.传统教学模式下,很少有教师会将其引入具体的教学实践中,甚至很多学生并不了解这一内容的存在.为了帮助学生形成深刻的理解,也为了将数学史成功引入数学教学实践中,而且不会过多地占用课堂教学时间,既要保障课堂学习的充实,也不能让学生理解为这是一堂数学史课,因此,有必要优化课堂教学设计及实施举措.

1. 创设问题情境,引出“对数”概念

(1) 呈现问题情境,在不使用计算器的情况下,完

成计算 $299792458 \times 31536000 \times 100000$. 很显然, 这是一个极其庞大的工程, 但是在 17 世纪, 天文学家并没有计算器, 每天都要进行大量的类似计算, 因此, 如何简化计算方法, 成为他们迫切需要解决的难题.

(2) 简单阐释“对数”的发展背景.

从 16 世纪开始, 天文学, 航海贸易等呈现出了极其迅猛的发展, 对于科学家来说, 每天最为繁重的任务就是大量复杂的计算, 因此, 简化计算成为其迫切需要解决的关键难题. 在这一背景下, 纳皮尔发明了对数. 这一研究耗费了长达 20 年, 其后布里格斯对其进行改造时, 推出了常用对数. 相比较来看, 对数的发明更早, 直到 18 世纪, 欧拉才发现了指数和对数之间的互逆关系. 自对数公布于世之后, 其间经历了三个重要阶段: 其一, 简化运算方法的想法; 其二, 对数表的发明; 其三, 指数对数之间的关系. 随着教材的持续更新, 省略了之前的两个发展阶段, 现下我们将其融入教学史中, 通过重构历史的方式, 帮助大家理解对数.

2. 融入史料元素, 体验“对数”思想

(1) 体验简化运算思想.

师: 我们首先来通过一道计算题, 了解大家的计算水平: $299792458 \times 31536000 \times 100000 = ?$

学生一看到这个题目立刻抱怨太难算, 教师对此给出了解释: 这确实是一个非常庞大的数据, 但是却是天文学中存在的真实问题: 其中所涉及的第一个数据是光速, 第 2 个数据是一年的秒数.

生: 如果以直接计算的方式太过于烦琐.

师: 在 16 世纪, 天文学得到了极其迅猛的发展, 但是天文学家也不得不面对极大的困扰, 那就是复杂的运算, 因此, 简化运算是其迫切需要解决的难题.

(2) 借助对数表探索.

出示对数表中的一部分:

1	2	3	4	5	6	7
3	9	27	81	243	729	2187
8	9	10	11	12	13	14
6561	19683	59049	177147	531441	1594323	4782969
15	16.....					
14348907	43046721.....					

师: 现在大家计算当指数为 9 时相对应的结果.

生: 19683.

师: 如果指数为 13, 答案又是多少?

生: 1594323.

师: 大家计算得真是又快又准确! 81×2187 等于多少呢?

生: 177147, 通过查表就能够知道答案.

师: 看起来大家已经找到规律了, 那么再挑战一下 $0.126473 \times 356218 = ?$

生: 0.126473, 356218 都是 3 的几次幂? 因为表格中没有, 所以我们不知道该怎么计算.

师: 原来表格中存在这样一个问题, 只能查到 3 的整数指数幂, 如果是其他实数, 就并不适用.

生: 是否可以把表格做得再细致一些呢?

师: 这么做确实是可以的, 但是制作的难度很大. 纳皮尔花费了 20 年的时间才制作了能够查询的对数表, 在 16、17 世纪, 这可是一个非常伟大的发明, 推动了当时天文航海等各领域的发展. 当前, 我们也可以利用 Excel 表格模拟查询, 但是所得出的只是近似值, 是否存在精确的表示方法呢?

(3) 沟通概念联系.

通过初中阶段的学习, 我们已经知道, 如果 $x^2 = 3$, 为了能够更精准地表示 x 的值, 引入符号“ $\sqrt{\quad}$ ”. 同理, 为了精准地表示对数, 也引入了一个新符号“log”. 如 $x = \log_3 7$ 表示“以 3 为底 7 的对数”的精确值.

这样, 通过对符号的一般化处理, 就能够从中得出对数的概念. 并且, 能够在这个过程中沟通指数与对数之间的关系, 从而促进学生在头脑中形成数学概念的网络, 这对于促进他们数学核心素养的提升具有重要的意义.

3. 设计层次练习, 把握“对数”内涵

在学生“对数”的概念有了一定的理解之后, 通过基础性练习、变式性练习、综合性练习促进学生对“对数”这一概念的本质内涵进行深入研究. 由于篇幅关系, 具体练习在本文中不呈现.

教学实践证明, 在教学“对数”概念时, 基于 HPM 能够呈现出更突出的教学优势, 教师可以在学生现阶段理解的基础上梳理其可能遭遇的问题, 然后设计具有针对性的教学案例, 既能够在课堂教学的过程中重现对数的发明过程, 也引入了真实的情境, 使学生可以了解知识的发生背景及演变过程, 体会数学家的崇高品质及坚持不懈的精神. **W**