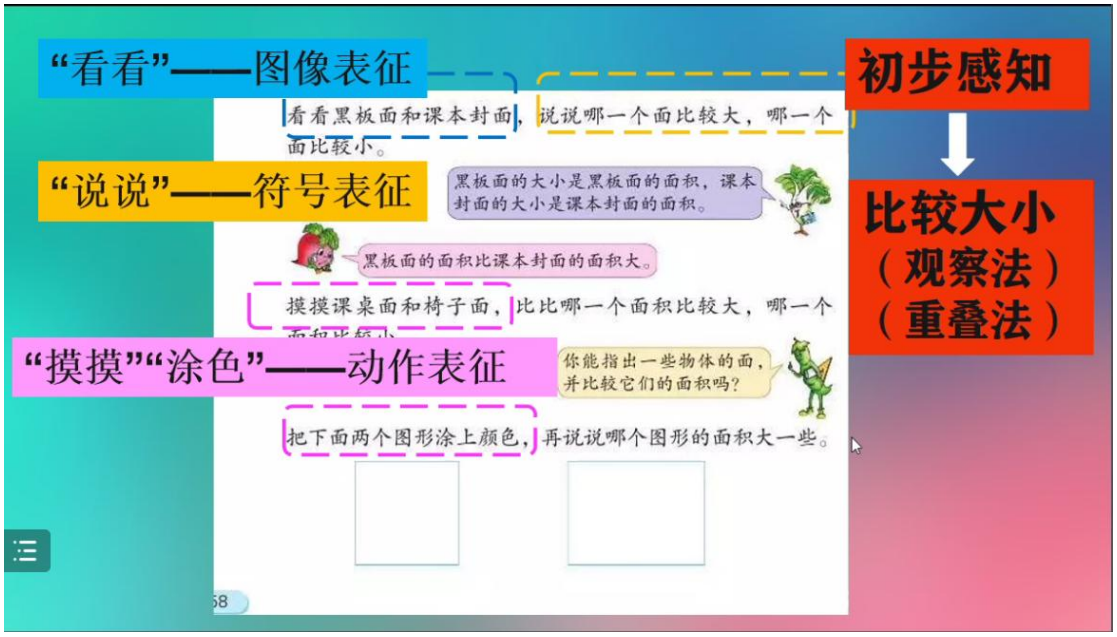
20220519 多元表征解读教材 姚建法校长

奔牛中心小学 何丽亚



多元表征下对面积单位表象的初步探索

初步感知

比较大小
（观察法）
（重叠法）

（数方格法）

表征互译和转译：新课标下大单元教学设计的新路径

——以苏教版三下长、正方形的面积公式教学为例

常州市龙城小学　杨洋

说明：核心素养在各学段的具体表现要求有所区分，现将高中、初中、小学各学段的核心素养表现对比如下：

核心素养	高中	初中	小学
数学眼光	数学抽象	抽象能力	符号意识、数感、量感
	直观想象	空间观念几何直观	空间意识几何直观
数学思维	逻辑推理	推理能力	推理意识
	数学运算	运算能力	运算能力
数学语言	数学建模	模型观念	模型意识
	数据分析	数据观念	数据意识

应用意识、创新意识

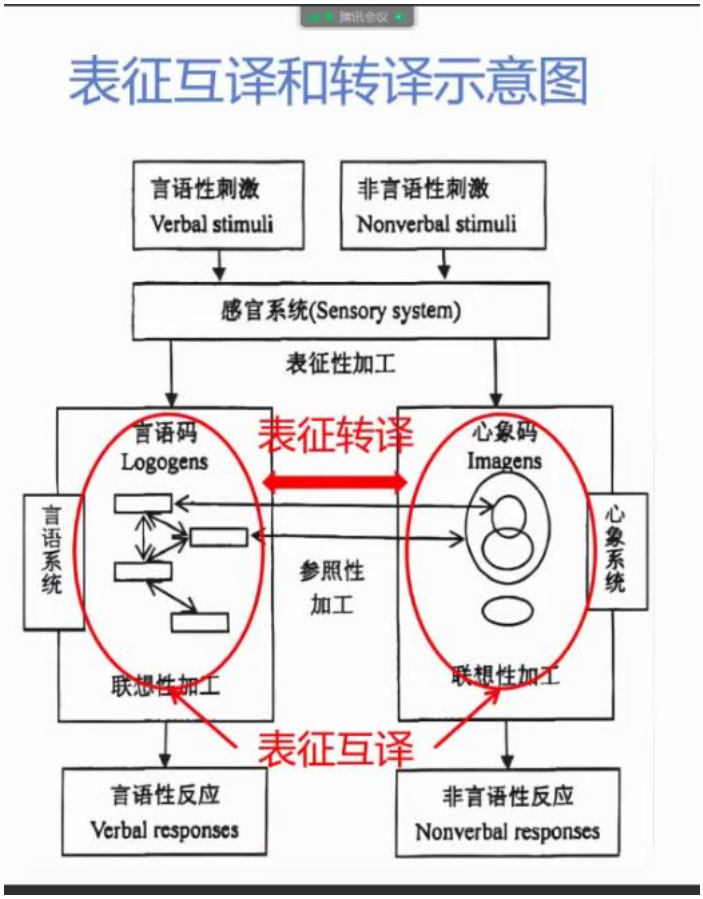
大单元教学设计：

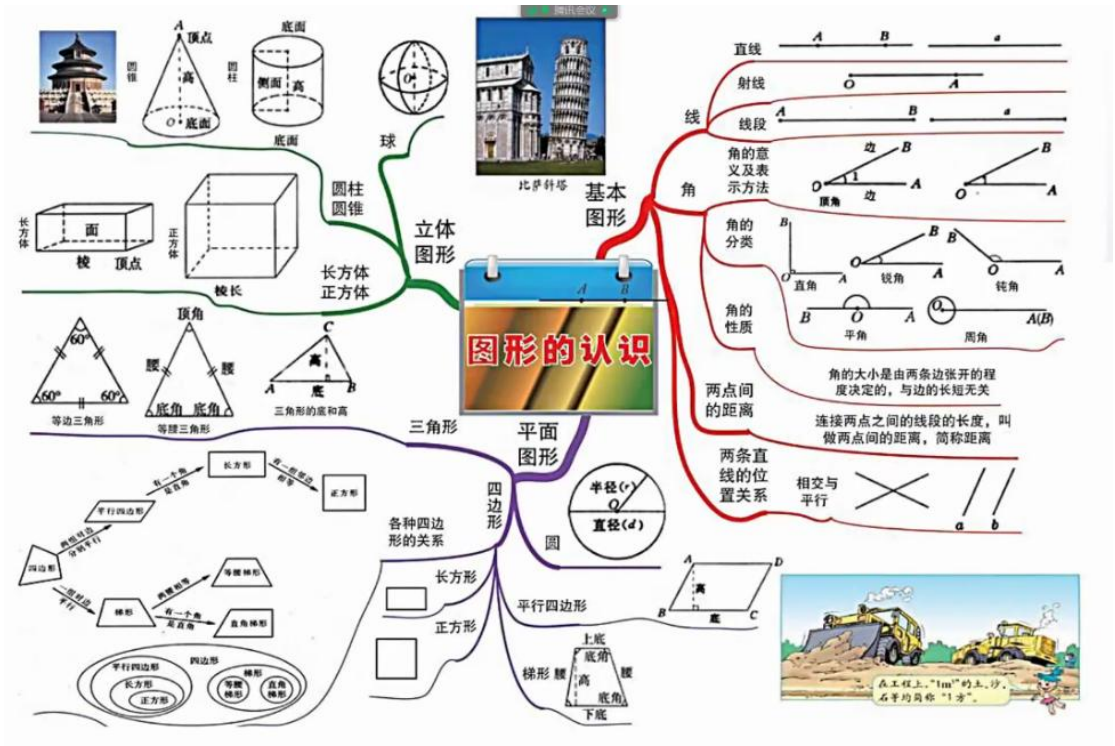
“大单元教学设计”是指以大主题或大任务为中心，对学习内容进行分析、整合、重组和开发，形成具有明确的主题（或专题、话题、大问题）、目标、任务、情境、活动、评价等要素的一个结构化的具有多种课型的统筹规划和科学设计。而实践研究则是教师将“大单元教学设计”在课堂上落地实施与呈现的过程。

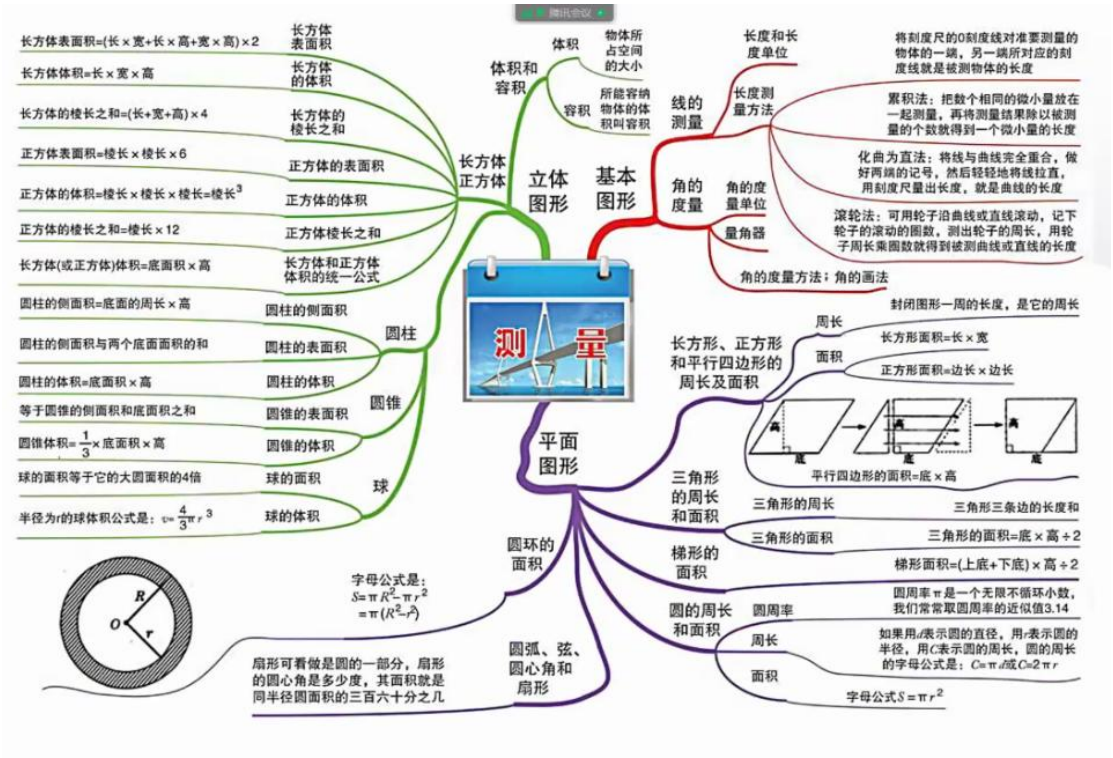
表征互译和转译：

表征互译是指言语系统内言语码之间的转换或心象系统内心象码之间的相互激活与转换。
言语系统内的变换，譬如解方程中的同解变换，定律、公式中的命题等价变换等等。
心象系统内的变换，譬如数学模型的不同形式的转换、几何图形的变式、几何形体中的等积变换等等。

表征转译是指言语系统的言语码与心象系统的心象码之间的转化与翻译。
数学学习中典型的转译有数与形的转译、式与形的转译、代数与几何的转译等。


表征互译和转译示意图
言语性刺激
Verbal stimuli
非言语性刺激
Nonverbal stimuli
感官系统(Sensory system)
表征性加工
言语码
Logogens
表征转译
心象码
Imagens
言语系统
心象系统
参照性
加工
联想性加工
联想性加工
表征互译
言语性反应
Verbal responses
非言语性反应
Nonverbal responses


图形的认识
基本图形
立体图形
平面图形
圆柱
圆锥
球
长方体
正方体
三角形
四边形
圆
线
角
直线
射线
线段
角的意义及表示方法
角的分类
角的性质
两点间的距离
两条直线的位置关系
相交与平行
长方形
正方形
平行四边形
梯形
各种四边形的关系
比萨斜塔
角的大小是由两条边张开的程度决定的，与边的长短无关
连接两点之间的线段的长度，叫做两点间的距离，简称距离



学段目标对比

2022年版	2011年版
第二学段 （3-4年级） （1）结合实例认识线段、射线和直线；体会两点间所有连线中线段最短，知道两点间距离；会用直尺和圆规作一条线段等于已知线段（例26）；**（新增）**了解同一平面内两条直线的位置关系. （2）结合生活情境认识角，知道角的大小关系；会用量角器量角，会用量角器或三角板画角. （3）认识长度单位千米，知道分米、毫米；认识面积单位厘米²、分米²、米²；能进行简单的单位换算；能恰当地选择单位估测一些物体的长度和面积，会进行测量. （4）认识三角形和四边形，会根据图形特征对三角形和四边形进行分类.**（新增）** （5）结合实例认识周长和面积；探索并掌握长方形、正方形的周长和面积的计算公式. （6）能根据具体事物、照片或直观图辨认从不同角度观察到的简单物体. （7）在图形认识与测量的过程中，增强空间观念和量感.	**第一学段（1-3年级）** **（二）测量** （1）结合生活实际，经历用不同方式测量物体长度的过程，体会建立统一度量单位的重要性. （2）在实践活动中，体会并认识长度单位千米、米、厘米，知道分米、毫米，能进行简单的单位换算，能恰当地选择长度单位. （3）能估测一些物体的长度，并进行测量. （4）结合实例认识周长，并能测量简单图形的周长，探索并掌握长方形、正方形的周长公式. （5）结合实例认识面积，体会并认识面积单位厘米²、分米²、米²，能进行简单的单位换算. （6）探索并掌握长方形、正方形的面积公式，会估计给定简单图形的面积.

例题4的教材解读与教学设计

一、动作表征，具身体验

提供表征工具：1平方厘米的小正方形

4 小组合作，用几个1平方厘米的正方形摆出3个不同的长方形，并填写下表。

	长/cm	宽/cm	正方形/个	面积/cm²
第1个长方形				
第2个长方形				
第3个长方形				

第1个问题：摆长方形的目的是什么？

“你有什么发现吗？”

第2个问题，即教材提出“小组合作”。

① 一种由小组合作转化为每个学生操作。（**动作表征**）

② 另一种，则是用小组的形式，一般采用4人小组的形式。但是，这4人小组要进行适当的分工，例如：先进行思考，如何摆，如何记录，如何思考，再推选一个人记录填表，其他3个人各摆一个。在整个小组学习的过程中，每个小组的组长要做好组织、协调工作。

多元表征：语言、文字、图形、符号…… **学习记录单** 典型性 代表性

资源呈现：

（1）可能发现，含有几个小正方形，它的面积就是几平方厘米，这是旧知，上一节课已经学过。

（2）还可能发现，横排里摆几个，长就就是几厘米，竖排摆几个，宽就是几厘米，这个发现是这堂课要让学生体会的。体会到长方形的面积和长方形的长和宽是有关系的。

（3）进一步的发现，可能是长方形的个数是它横排的个数乘竖排的个数。这个发现，对后面长方形面积公式的发现和推导来说，是一个非常直观的呈现

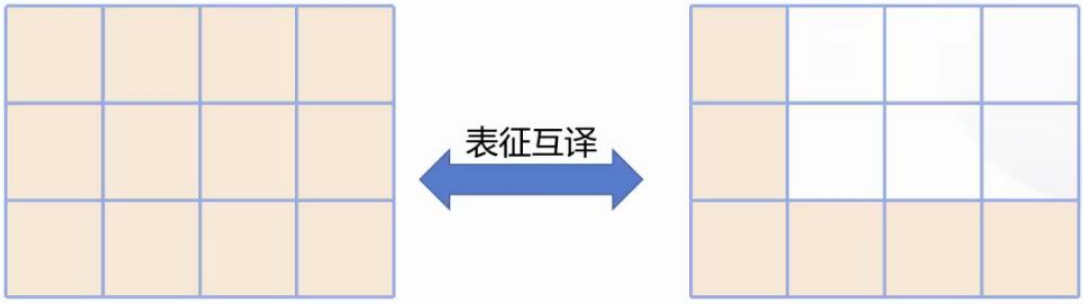
有结构 有序列

互动交流：

（1）你能都理解这3个发现吗？

（2）这些发现都合理吗？

（3）把这3个发现与自己小组的发现对照，比一比，有什么不同？



在组织交流时，提出3个问题：

（1）他们都量对了吗？（都是12平方厘米，都是对的。）

（2）他们的量法有什么不同？（前者是摆满了的，后者没有摆满。）

（3）为什么第二种摆法也能得到12平方厘米呢？（因为可以用每摆的个数乘以排数即可。）

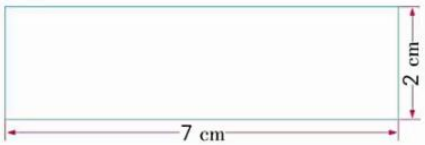
表征互译 串联思维

刚才那位同学提出，长方形的面积可以用长乘宽来计算，在这里是否又一次的得到验证。是否真的如此呢？我们需要再一次的深入思考。

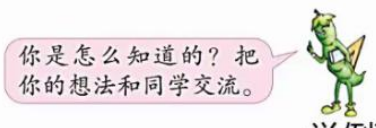
例题6的教材解读与教学设计

三、表征转译，建构模型

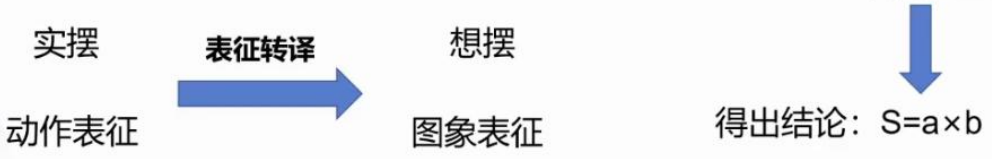
6 下面长方形的面积是多少平方厘米？



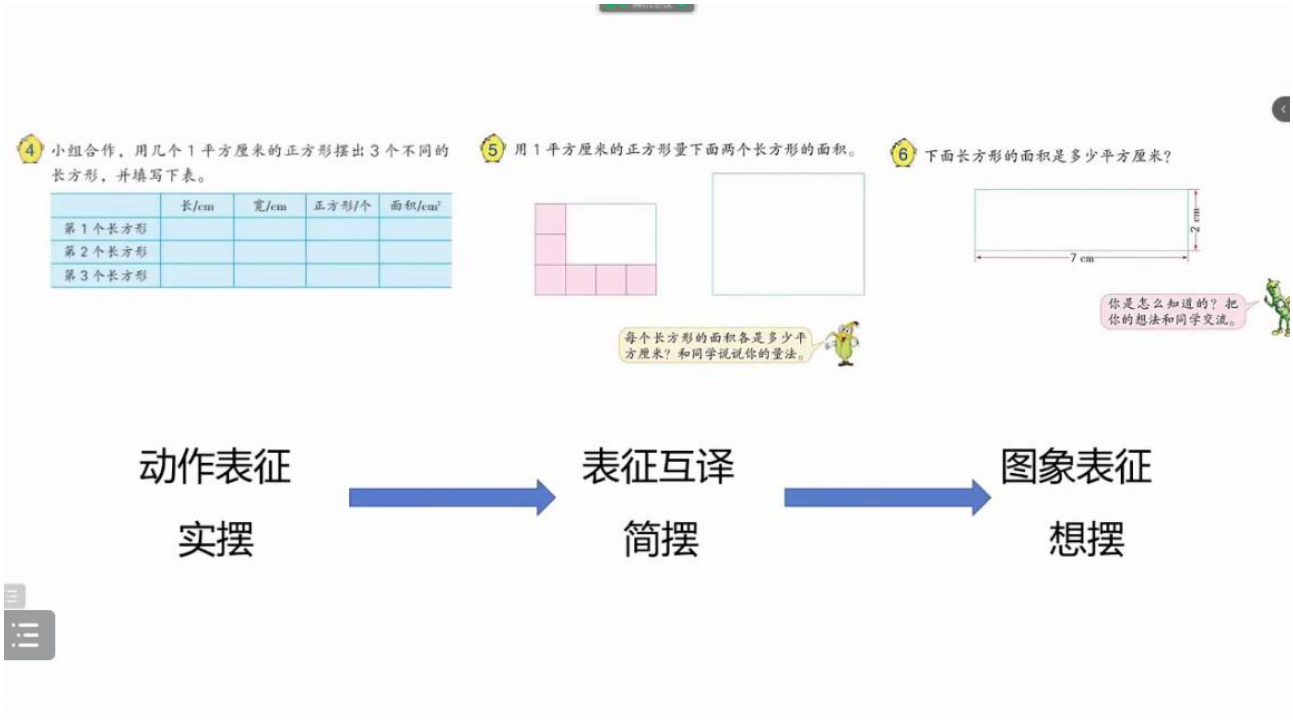
为什么可以用7x2呢？



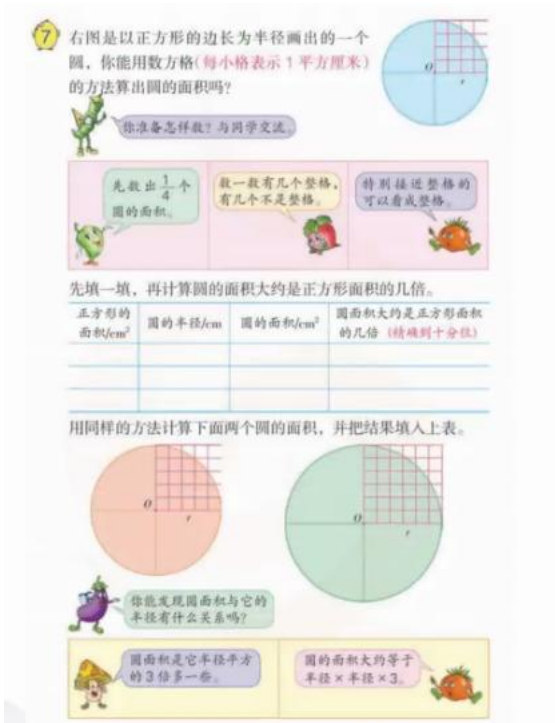
举例验证

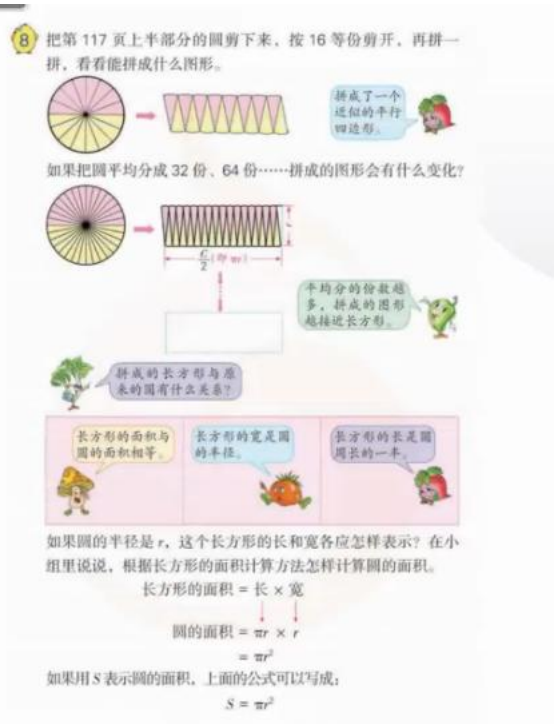


得出结论：S=a×b



动作表征 实摆 → 表征互译 简摆 → 图象表征 想摆





从一节课走向一类课，从一类课走回一节课！

基于多元表征学习，促进核心素养发展
——以“平行四边形的面积”教学为例

新北区安家中心小学 王斌

课程目标

2011年版

第一学段(1~3年级)

数学思考

1. 在运用数及适当的度量单位描述现实生活中的简单现象，以及对运算结果进行估计的过程中，发展数感；在从物体中抽象出几何图形、想象图形的运动和位置的过程中，发展空间观念。

第二学段(4~6年级)

数学思考

1. 初步形成数感和空间观念，感受符号和几何直观的作用。

2022年版

1. 第一学段（1~2年级）

经历简单的数的抽象过程，认识万以内的数，能进行简单的整数四则运算，形成初步的数感、符号意识和运算能力。能辨认简单的立体图形和平面图形，认识长方形和正方形的特征，体验物体长度的测量过程，认识常见的长度单位，形成初步的量感和空间观念。经历简

2. 第二学段（3~4年级）

认识自然数，经历小数和分数的形成过程，初步认识小数和分数；能进行较复杂的整数四则运算和简单的小数、分数的加减运算，理解运算律；形成数感、运算能力和初步的推理意识。认识常见的平面图形，经历平面图形的周长和面积的测量过程，探索长方形周长和面积的计算方法；了解图形的平移、旋转和轴对称；形成量感、空间观念和初步的几何直观。经历简单的数据收集过程，了解数据收集、

3. 第三学段（5~6年级）

经历用字母表示数的过程，认识自然数的一些特征，理解小数和分数的意义；能进行小数和分数的四则运算，探索数运算的一致性；形成符号意识、运算能力、推理意识。探索几何图形面积和体积的计算方法，会计算常见平面图形的周长和面积，会计算常见立体图形的体积和表面积；能用有序数对确定点的位置，进一步认识图形的平移、旋转和轴对称；形成量感、空间观念和几何直观。经历收集、整

	2011年版	2022年版
所属主题	图形与几何领域 图形的测量主题	图形与几何领域 图形的认识和测量主题
内容要求	探索并掌握三角形、平行四边形和梯形的面积公式，并能解决简单的实际问题。	探索并掌握平行四边形、三角形和梯形的面积计算公式。
学业要求（新增）	无	会计算平行四边形、三角形、梯形的面积，能用相应公式解决实际问题。
教学提示（新增）	无	引导学生运用转化的思想，推导平行四边形、三角形、梯形、圆 等平面图形的面积公式，形成空间观念和推理意识。

核心素养解读

2011年版

空间观念主要是指根据物体特征抽象出几何图形，根据几何图形想象出所描述的实际物体；想象出物体的方位和相互之间的位置关系；描述图形的运动和变化；依据语言的描述画出图形等。

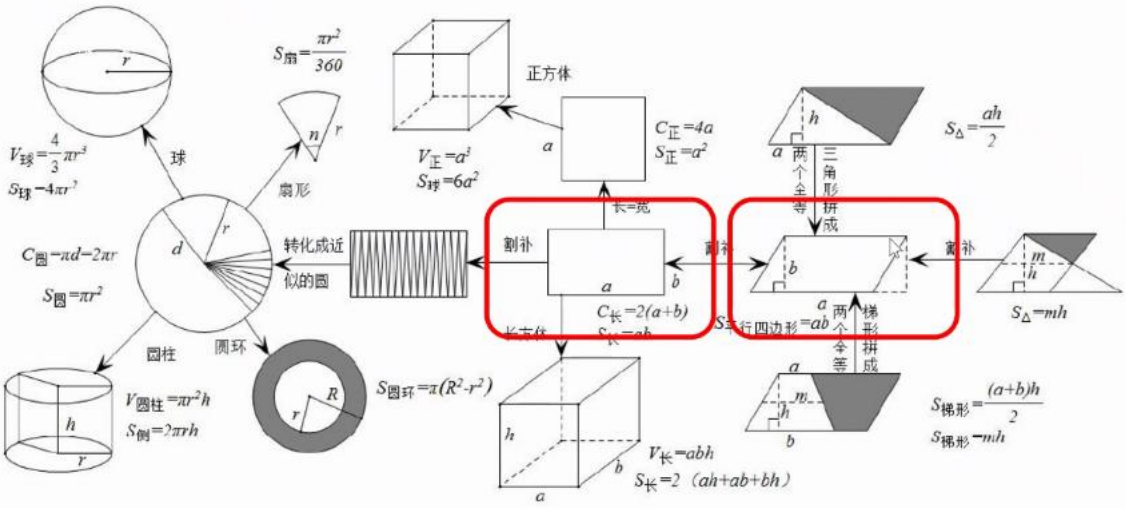
几何直观主要是指利用图形描述和分析问题。借助几何直观可以把复杂的数学问题变得简明、形象，有助于探索解决问题的思路，预测结果。几何直观可以帮助学生直观地理解数学，在整个数学学习过程中都发挥着重要作用。

推理能力的发展应贯穿于整个数学学习过程中。推理是数学的基本思维方式，也是人们学习和生活中经常使用的思维方式。推理一般包括合情推理和演绎推理，合情推理是从已有的事实出发，凭借经验和直觉，通过归纳和类比等推断某些结果；演绎推理是从已有的事实（包括定义、公理、定理等）和确定的规则（包括运算的定义、法则、顺序等）出发，按照逻辑推理的法则证明和计算。在解决问题的过程中，两种推理功能不同，相辅相成：合情推理用于探索思路，发现结论；演绎推理用于证明结论。

符号意识主要是指能够理解并且运用符号表示数、数量关系和变化规律；知道使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性。建立符号意识有助于学生理解符号的使用是数学表达和进行数学思考的重要形式。

2022年版

量感	量感主要是指对事物的可测量属性及大小关系的直观感知。知道度量的意义，能够理解统一度量单位的必要性；会针对真实情境选择合适的度量单位进行度量，会在同一度量方法下进行不同单位的换算；初步感知度量工具和方法引起的误差，能合理得到或估计度量的结果。建立量感有助于养成用定量的方法认识和解决问题的习惯，是形成抽象能力和应用意识的经验基础。	小学
空间观念	空间观念主要是指对空间物体或图形的形状、大小及位置关系的认识。能够根据物体特征抽象出几何图形，根据几何图形想象出所描述的实际物体；想象并表达物体的空间方位和相互之间的位置关系；感知并描述图形的运动和变化规律。空间观念有助于理解现实生活中空间物体的形态与结构，是形成空间想象力的经验基础。	小学与初中
几何直观	几何直观主要是指运用图表描述和分析问题的意识与习惯。能够感知各种几何图形及其组成元素，依据图形的特征进行分类；根据语言描述画出相应的图形，分析图形的性质；建立形与数的联系，构建数学问题的直观模型；利用图表分析实际情境与数学问题，探索解决问题的思路。几何直观有助于把握问题的本质，明晰思维的路径。	小学与初中
推理意识	推理意识主要是指对逻辑推理过程及其意义的初步感悟。知道可以从一些事实和命题出发，依据规则推出其他命题或结论；能够通过简单的归纳或类比，猜想或发现一些初步的结论；通过法则运用，体验数学从一般到特殊的论证过程；对自己及他人的问题解决过程给出合理解释。推理意识有助于养成讲道理、有条理的思维习惯，增强交流能力，是形成推理能力的经验基础。	小学
符号意识	符号意识主要是指能够感悟符号的数学功能。知道符号表达的现实意义；能够初步运用符号表示数量、关系和一般规律；知道用符号表达的运算规律和推理结论具有一般性；初步体会符号的使用是数学表达和数学思考的重要形式。符号意识是形成抽象能力和推理能力的经验基础。	小学

平行四边形内部知识结构

图形周长、面积及体积思维图