基于数学实验的三角形的中位线定理的探究

# ——一节江苏省“教学新时空”研讨课的设计与反思

筅江苏省连云港市新海实验中学教育集团 姜晓刚

# 一、题记

著名特级教师马明曾说过：不把教学作为“结果”进行，而作为“思维过程”来进行，这才是“数学教学”的本质*.*

# 二、缘由

2014年12月23日，新海实验中学教育集团吴雪英老师受邀在江苏省“教学新时空”的“名师课堂”的初中数学专场中开设数学实验研讨课——三角形的中位线，反响热烈*.*笔者参与了研讨课的设计、实施和研讨的过程， 现将教学设计与反思呈现出来，与广大同仁交流分享*.*

# 三、学情分析

“三角形的中位线”是“苏科版”义务教育教科书·数学·八年级（下册）第九章第5节的教学内容，是学生在学完平行四边形的性质和判定后对平行四边形知识的应

# 四、教学目标

1. 通过折纸实验，发现三角形的中位线，进而能折出三角形的中位线*.*
2. 通过折三角形的中位线，发现并证明三角形的中位线定理*.*
3. 通过经历丰富的“做”与“想”的过程，体会转化的思想方法，培养学生操作、观察、归纳、推理、应用能力，发展合情推理及演绎推理*.*

# 五、教学设计

1. 数学实验活动一：折直角三角形纸片的中位线
2. 请同学们将手中的直角三角形纸片*ACB*进行折叠，使得点*A*与点*C*重合*.*展开纸片（如图1所示），观察 折痕，你有怎样的发现？
3. 如果尝试按图2的方式进行再次折叠，你又将有

怎样的发现？

用和深化*.*三角形中位线性质定理的推证是以平行四边形的有关定理为依据的，是平行四边形知识的综合应用，同时也为以后测量、实际运用和相似三角形学习奠定了基础*.*本课教学，对探究数学问题能力的培养及创

新思维有着十分重要的作用*.*

*A A*

*D*



*E*

*C B C B*

*A A*

*D D*

*E*



*E*

*C B C F B*

根据教学内容、教学目标，结合八年级学生的年龄、心理特征和认知特点，主要采用“自主、实验、探究、发现、应用”的导学方式，围绕三角形的中位线这一“主题”，以折纸实验为“路径”，引导学生探究三角形的中位线，让学生经历数学的抽象、转化过程，发现问题的本质，充分体会复杂图形与基本图形的密切关系，感悟化繁为简的转化思想，使学生进一步体验到数学是一个充满着观察、实验、归纳、联想和猜测的探索过程*.*

图 1 图 2

设计意图：新课伊始，直接让学生折叠直角三角形纸片，观察折痕的特征*.*这样起点低、入口宽，既直击主题，又不限制学生的思维空间，学生可以从不同的角度观察并发现不同的数学结论，既相互印证又相互启发， 极大地调动全体学生参与课堂探究和学习的兴趣*.*

教学中，实施“数学实验活动一（1）”折叠操作后，有的学生发现了折痕与直角三角形的一条边平行，有的学

生发现折痕垂直平分一条直角边，有的学生发现折痕与一条边之间的数量关系，还有的发现折痕的两个端点分

位线，探究中位线与第三边的关系*.*试试看！说说你的发现！

别是两边的中点，……

实施“数学实验活动一（2）”折叠操作后，学生发现的结论就呈现出思维层次的差别，有的学生仅发现点*F* 也是*BC*边的中点，有的学生则发现四边形*CDEF*是矩形， 少数学生发现并叙述*DE*、*EF*与边*BC*、*AC*的数量和位置

*A A*



1. *B C D B*

图 3

*A*

*C G D H B*



*E*

*F*

关系*.*

教师顺势给出中位线的定义，并简叙直角三角形的中位线*DE*、*EF*与第三边的数量和位置关系（*.* 此时学生欣然接受且无疑义）

教师抛出疑问：同学们，按照定义，直角三角形有几条中位线？他们都满足与第三边的数量及位置的关系吗？

许多同学立刻就发现还有一条中位线*DF*，尝试利 用已有的知识（矩形的性质定理、平行线的判定定理）探究结论的正确性*.*

设计意图：数学实验呈现的是直观的、显性的思维素材，需要经过思维判断和逻辑推理，证实或证伪方能发现蕴藏的、隐性的数学结论*.*折叠过程中直角三角形 的中位线*DE*、*EF*是明显的，而根据中位线的定义，直角三角形还存在第三条隐藏的中位线*DF*，是不是也满足与第三边的数量和位置关系呢？这样就不知不觉地从数学实验的操作层面上升到数学思维层面*.*

教师小结：同学们经过折叠直角三角形纸片，探究发现并证明了直角三角形的中位线定理（板书）*.*此时你 还有什么疑问或想法吗？

教学中，短暂的沉默后有学生提出“三角形都有中位线呀，为什么直角三角形有中位线定理呢？”“我发觉等边三角形的中位线也有这样的结论！”“不是直角三角形的三角形有没有中位线定理？”“正方形有没有中位线定理？”……

设计意图：发现问题、提出问题比解决问题更为重要，教学过程中教师要留给学生发现问题和提出问题的时间和空间，教给学生正确的和常见的思考问题的方式方法*.*此处按照从特殊到一般的思维方式，可从直角三 角形中位线性质的探究顺理成章地过渡到一般三角形中位线性质的探究*.*

1. 数学实验活动二：折一般三角形纸片的中位线

请同学们折叠出三角形纸片*ACB*（如图3所示）的中

设计意图： 经历了第一个实验操作和探究发现，在

本环节的实验操作中就放手让学生自己动手尝试，试图让学生在既有经验的基础上，最终能够将一般三角形的中位线问题转化为直角三角形的中位线问题，感悟解决问题时化一般为特殊的思路*.*

在实际教学中，有的学生基于中位线的定义，分别对折每条边找出中点，再折出中位线*.*有的学生受第一个实验操作的启发，很快发现将其转化为两个直角三角形解决（如图3所示）*.*有的学生先折出两边中点的方法， 但是后来在与同组同学交流讨论的过程中，很快就吸收了其他同学采用的方法，并且最后选择了她认为更有价值的转化为直角三角形的方法介绍给其他同学*.*

1. 证明三角形的中位线定理

设计意图：通过前两个实验操作，让学生以合情推理的方式获得对三角形的中位线的认识*.*此时再让学生用演绎推理的方式证明所得到的结论，完善学生对事物的认识过程，养成学生“言之有据”的科学态度，形成证明的意识，学会用规范的数学语言表达论证过程，这样有利于学生清晰而有条理地表达自己的观点并理解他人的思想*.*

教学中，由于学生获取实验操作的直观感性的认识，都自觉选择了他们用实验获得的方法来说明*.*而学 生发现折痕就是三角形的高线，就突破了如何添加辅助线的难点*.*但是对操作中得到的三个点，学生很容易忽略它们是否共线的问题，授课老师就得及时提出，引发学生的思考，让学生的认知不留漏洞*.*

授课老师在学生折纸操作的基础上进一步折纸，得到一个矩形，发散了学生的思维，让学生从多角度感受对三角形中位线的探索，让学生发现比较三角形的中位线与第三边的关系时“化长为短”的解决方法（如图4所示），更让学生进一步作出“化短为长”的尝试探索（如图5所示）*.*

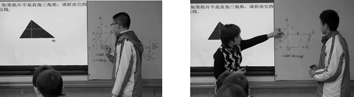


图 4 图 5

1. 判断“中点四边形”的形状

如图6所示，四边形*ABCD*中， *AC=BD*，点*E*、*F*、*G*、*H*分别是各边 *B* 的中点， 请你判断中点四边形

*EFGH*的形状，并说明理由*. C*

设计意图：这一环节主要是 图 6

和“思考”的过程中，积累数学活动经验，培养学生的创新意识和实践能力*.*

数学实验是指通过动手动脑“做”数学的一种数学学习活动，是学生运用有关工具（如纸张、剪刀、模型、测量工具、作图工具及计算机等），在数学思维活动的参与下进行的一种以人人参与的实际操作为特征的数学验

*A*

*E*

*H*

*F*

*G*

1. 证或探究活动*.*因此，数学实验着力于学生的学，鼓励学生以类似科学实验的方式进行主动探索，强调“从做中学”、“从实验中学”，通过学生主动的“做”或“实验”等探究过程，掌握数学知识，积累基本的活动经验，培养创新

让学生应用三角形的中位线定理解决问题，进一步深化拓展对三角形中位线的认识与理解，再次强化转化的思想方法，培养学生对基本图形的构造与识别能力，为今后的学习打好基础*.*

单纯地呈现中点四边形并说明其形状，对于学生来说是比较困难的，教师选择了对角线相等的四边形作为载体，既帮助学生搭建了图形转化的桥梁，也引发学生对中点四边形与原四边形的什么元素有联系产生的思考，还为下一环节埋下伏笔*.*

教学中学生较为顺利地解决了问题*.*

1. 由“中点四边形”反向设计原四边形

请你设计一个四边形，使折出的“中点四边形”是菱

形*.*

设计意图：在这个环节中，学生对中点四边形的形状因素已经有了初步的认识，进而反其道而行之，让学生由中点四边形的形状与原四边形的联系猜想其形状， 进一步认识到中点四边形与原四边形的对角线之间的关系，达到培养学生的逆向思维与发散思维能力，提高学生研究数学的兴趣和创新意识*.*

教学中，各个学习小组都提出了自己的设计，也讲述了设计的理由，尽管有的设计片面，甚至是错误，但的确激发了学生探究的愿望，让不同的学生得到不同的收获和发展*.*

# 六、教学反思

《义务教育数学课程标准（2011年版）》强调数学教学过程中要鼓励学生自主探索与合作交流，有效的数学学习过程不能单纯地依赖模仿与记忆*.*教师应引导学生主动从事操作实验、观察现象、提出猜想、推理论证等数学活动，有效地启发学生的思考，使学生在“做”的过程

精神、动手能力*.*

列夫·托尔斯泰曾说：“知识，只有当它靠积极的思维得来，而不是凭记忆得来的时候，才是真正的知识*.*” 新理念就要求教师在概念教学中注重知识的生成，引导学生从已有的知识背景和活动经验出发，提供大量操作、思考与交流的机会，让学生经历观察、实验、猜测、推理、交流与反思等过程，进而在增加感性认识的基础上， 帮助学生形成数学概念和认识*.*

苏科版教材中“三角形的中位线”一课是利用图形的旋转，研究三角形的中位线，得到三角形中位线定理*.* 为了更突出体现动手做数学的理念，我们大胆对教材内容进行适当改造，设计以折纸为载体的数学实验，并赋予实验操作以丰富的思维活动，使新课的学习可以在“做”中进行*.*

* 1. 选准数学实验活动的起点是数学实验教学的关键

实验活动起点太低，学生会觉得没有探究的必要， 不能激发学生探究的兴趣；起点太高，学生无法在已有的知识方法与所要探究的对象之间建立有效的联系，从而失去探究的欲望*.*本课从常见的一张直角三角形纸片折叠开始，让绝大多数的学生去动手操作，去发现（直角三角形的）中位线，去感受（直角三角形的）中位线的性质，去解释其中的数学道理，是在探究中发现，在发现中论证，在论证中归纳*.*在积累基本活动经验和解决问题的方式的基础上，继续探索一般的三角形的中位线及其性质，拾级而上，自然而然地避免了曲高和寡的尴尬*.*

* 1. 数学实验活动要引导学生充分发挥合情推理作用

苏科版数学教材注意强化合情推理和演绎推理的融合，通过设置观察、操作、交流等探索活动，并以直观

为基础进行数学说理，反映“观察、操作—探索、猜想— 推理（有条理的表达）”的认识过程.但不少教师将合情推理作为教材中的一个知识点在教，在其他更多的教学时间中并没有将归纳、类比、一般化、特殊化等合情推理的思维方式自觉应用到教学中去，这在一定程度上造成学生缺乏通过合情推理去提出问题、解决问题的能力. 本课遵循从特殊到一般的认识过程，先通过对直角三角形的中位线及其性质的探索和研究，进而思考一般的三角形是否也具有类似（或相同）的中位线及其性质.也许今天这节课是教师引导着这么做，或许明天自己也能类似地尝试着去做.

* 1. 数学实验活动要关注数学基本活动经验的获取和积累

数学基本活动经验的获得要在好的数学实验活动当中，教师悉心准备和策划数学实验活动是使学生获取数学活动经验的核心.教师设计的数学活动应以学生的数学认知规律为基础，应该能为学生提供更多的探索空间，能够充分发挥学生的主体性，使学生积极主动地参与、体验.例如，本节课从一个直角三角形纸片折起，从中获取、发现和论证直角三角形的中位线定理；通过从特殊到一般的思维方式，又通过折叠一般三角形的纸片，且在折叠和思考过程中，尝试将研究问题转化为解决直角三角形的问题（化长为短），进而创造性地用“化短为长”解决问题.整个活动的亲历和问题解决的经历， 对学生数学基本活动经验的获取和积累大有裨益.

* 1. 教师善于挖掘和组织数学实验教学素材

数学实验的素材是为设计一个合理、恰当、有价值的数学实验服务的材料.因此，数学实验素材应从学生熟悉的生活、感兴趣的事物中寻找挖掘，尽量结合实际问题，从学生已有的知识体验出发，引导学生通过观察、

操作、实践、归纳、类比、思考、探索、猜测、交流、反思等活动掌握基本知识和技能，在认识、使用和学习数学知识的过程中，使学生初步体验数学之间的联系，感受数学就在自己身边.例如，本节课的“三角形的中位线”就是利用折纸的方式让学生感受到中位线和发现中位线的性质定理，让学生感觉知识是可以触摸的.事实上折纸这一素材可以应用于许多几何图形的概念及定理教学中，而且可以在折纸的基础上再进一步剪纸、拼图，如

“轴对称”、“平行四边形”、“圆”等. 又如，“三角形内角和”的验证，就可以根据三角形的内角和为180°，挖掘 “撕纸—拼图”或“转动铅笔”实验，帮助学生感受认识， 从学习内容中可以侧重于挖掘验证性、观察理解性的实 验素材.

数学实验教学使学生认知方式有所改变，认知途径得到拓展，许多科学结论不再以完成、完满的形式出现在学生面前，他们需要参与教学活动，亲身体验数学知识发生、发展的过程，每个学生都可以自由地、大胆地猜想和实验验证，享受数学发现的喜悦，感知数学思想形成的生动历程，实现了从“学数学”到“做数学”再到“玩数学”，从被动学习到主动学习再到创造性学习的飞跃.

参考文献：

* + 1. 中华人民共和国教育部制定.义务教育数学课程标准（2011年版）［M］.北京：北京师范大学出版社，2012.
    2. 董林伟.数学实验：促进初中生数学学习的一种有效方法［J］.中国数学教育，2012（5）.
    3. 喻平，董林伟.数学实验教学：静态数学观与动态数学观的融通［J］.数学教育学报，2015（2）.
    4. 孙立章.一堂数学实验课的思考［J］.中学数学（下），

2015（6）. H

