**基于GGB的教学设计-----圆与圆的位置关系**

**1基本情况**

**1.1教材分析**

本节课研究圆与圆的位置关系，重点是研究两圆位置关系的判断方法，并应用这些方法解决有关的实际问题。教材是在初中平面几何对圆与圆的位置关系的初步分析的基础上，结合前面学习的点与圆、直线与圆的位置关系，得到圆与圆的位置关系的几何方法。用代数的方法来解决几何问题是解析几何的精髓，是平面几何问题的深化，它将是以后处理圆锥曲线的常用方法。

由于本节课从内容结构与研究方法上与直线与圆的位置关系相似，学生对上节课内容掌握较好，从学生学习的角度来看不会存在太多的障碍，因而教学方法可以是引导学生从类比直线与圆位置关系的研究来自主探究圆与圆的位置关系及判断。

**1.2 目标定位**

（1）明确圆与圆的五种位置关系，给定两圆方程能熟练判断位置关系。

（2）让学生经历圆与圆的位置关系的探究过程，通过观察、看图、分析，能找出圆心距和半径之间的数量关系，揭示圆和圆的位置关系。培养学生运动变化的辨证唯物主义观点，通过对研究过程的反思，进一步强化把几何结论代数方程化的思想。培养学生数与形、直观与抽象之间的转化能力（数形结合的思想）。

（3）通过师生互动，生生互动的教学活动过程，形成学生的体验性认识，体会成功的愉悦，提高学习的兴趣，树立信心，培养锲而不舍的钻研精神和合作交流的科学态度。

教学重点：探索圆和圆的五种位置关系以及数量刻画。

教学难点：圆和圆的五种位置关系以及数量刻画的探索，两圆相切的性质。

**1.3教学策略**

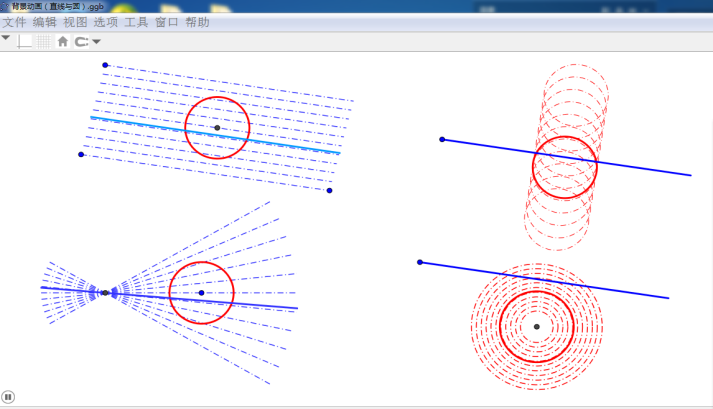
本节课的重点在于圆与圆的位置关系的数量刻画，教学中应该“过程化、研究化”，主要有三层意思：一是强化知识形成过程与形成方法教学，挖掘概念背后所蕴含的数学思想方法和思维方法，不轻易让知识“早产”，更不轻易实施“剖腹产”；二是提高学生对知识的理解水平，即学生不仅要“知其然”，也要“知其所以然、所以不然”；三是尽可能让学生自己去发现、建构数学知识，教学中要通过知识回顾的过程提供概念形成的先行组织者。

具体而言，可采用如下策略：（1）重视问题引导和GGB展示。让学生自主建构知识的前提是学生对问题有足够的体验，因此要注重创设丰富的示例，并通过动态追踪形成，及时测算进行验证，引导学生构建和完善圆与圆的位置关系以及数量刻画。（2）加强思维“关节点”与“关键点”教学。借助图形展示以及数据测算功能，解锁两圆相切的数量刻画和相关性质。

**2教学流程**

**2.1 情境创设，让学生的大脑活起来**

图1



**2.1.1 GGB软件动态展示直线与圆的位置的动态过程**

展示直线与圆的位置关系四种动态图：圆定直线动（直线沿某一方向平）、圆定直线动（绕着直线某一点转到）、圆动直线定（圆心动、半径不变）、圆动直线定（圆心定、半径变。

【设计意图】教育技术的使用使得枯燥单调的课堂变得有声有色，让学生的多种感官充分使用，提高了学生的情绪，调动了学生的积极性，抓住了学生的注意力，为课堂奠定了有利探究的氛围；课本上的知识大多是抽象的，学生获得的理解也有可能只是浅层次的知识方面的，通过动态展示，学生有可能获得更直观的认识，动态关系也更利于学生形成整体直观、动态联系的印象，加深对于直线与圆的位置关系的理解，也为引入并探究圆与圆的位置关系提供概念形成的先行组织者。学生通过回顾旧知，激活已有经验，为探索新知做好铺垫，而且能帮助学生感悟数学知识之间的联系，掌握数学思考（知识建构以及问题解决）的路径和方法：联想、比较、推理等。

**2.1.2 实际背景，揭示本课研究对象**

多媒体展示圆与圆组成的图形，例 如，自 行 车 的两 个 轮 子、奥 运 会 的 会 标、美 丽 的双鱼图等.。请问你在生活中还见到过这样的图形吗?这些图形蕴含了什么样的数学知识？

这也就是我们本节课的课题————圆与圆的位置关系。

【设计意图】引入课题，联系生活实际的同时，让学生有机会初步从图形的相对位置关系中感受圆与圆的位置关系。

**2.2 类比探究，建构新知**

**2.2.1 动态演示、直观感受两圆的位置关系**

图3

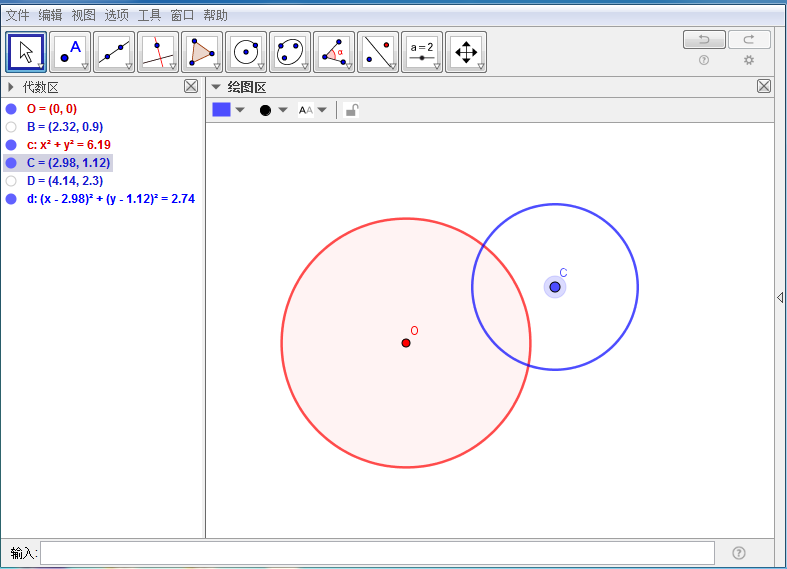
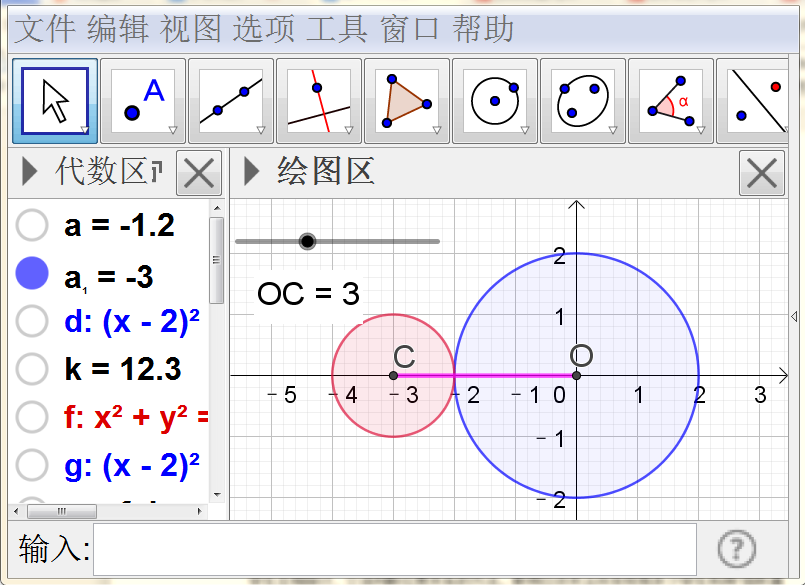


图2



如图2，拖动两圆，使其圆心和半径改变，在拖动的过程中观察两个圆的位置关系。

**问题1：**①圆与圆的位置关系有哪几种呢？②判断两圆的位置关系,你有什么方法吗？

③根据GGB所画出的图形,可以直观判断两个圆的位置关系。如何把这些直观的事实转化为数学语言呢？类比直线与圆的位置关系，如何用数量关系来刻画两个圆的位置关系呢？

**2.2.2 动态展示，猜想两圆位置关系的数量刻画**

在上面动态图中，进而固定一个圆，考察另外一个圆在靠近定圆的过程中，有哪些数量关系？请学生自己画出两圆的各种位置关系并寻找刻画位置关系的数量关系式。

学生互相探讨、交流判断位置关系的方法，教师应该关注并发现有多少学生利用“图形直观”判断，给予肯定，但同时强调解析几何是一门数与形结合的学科，启发学生利用图形的特征、代数的方法来解决几何问题。

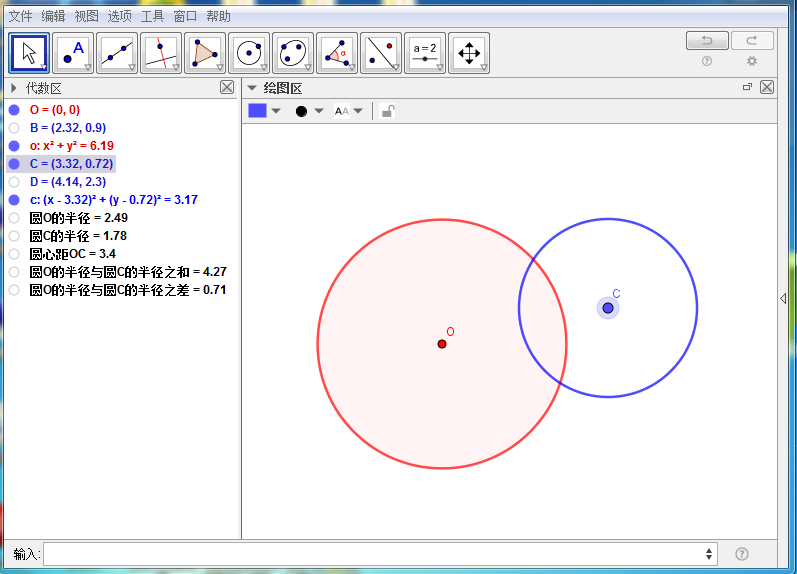
【预设】若学生使用了两圆方程联立方程组的个数来判断两圆的位置关系，则进一步追问：当公共点个数为0时和为1时两圆具体是什么位置关系，从而发现方程组解的个数并不能完全确定两圆是内切还是外切，也没办法区分内含还是外离，所以使用位置关系的数量刻画更为方便和准确。但是解方程组的方法可以求出两圆的公共点的坐标，这点是几何法没办法做到的。

**2.2.3 实时测算，验证两圆位置关系的数量刻画**

这个数量关系是否对于所有的两圆位置都适应呢？

类似于课前所展示的直线与圆的四种动态图，计算圆心距和两个半径，观察数量关系的变化，如图4，可以依次演示：（1）圆O定，圆C半径定，拖动圆C改变圆C圆心；（2）圆O定，圆C圆心定，拖动圆C改变圆C半径.

图4



**2.2.4 多渠道表征知识，数形转换促理解**

【学生活动】请同桌相互出题：写出两个圆的方程，并判断两圆的位置关系。

选取个别组来进行实物投影展示，并同时利用手中的GGB软件迅速画出两圆的图像，让学生再一次直观感受方程和数量关系式与几何图形及其位置关系的对应。

【设计意图】学生的纸笔计算和教师展示的图形再次体现了数形结合，一次次的方程和代数式与图形的直观冲击，相信学生对于数形结合的思想应该不会陌生。编题调动了学生的积极性，同时学生的创造性也拓展了老师的思路，防止陷入到为了训练而训练的困境。学生的展示过程中，让学生自己来组织表达自己设计的思路，以及解决问题的思路和步骤，锻炼了学生的表达能力，让感受到成就感。在编制题目的过程时，大部分同学能做到逆向思考，想要构造两个圆的确定的位置关系，如内切，那就要思考如何取圆心和半径来满足条件，这个过程也是把学生对于圆与圆的位置关系引向深入的研究过程，是探究创新的过程。

**问题2：**你能否从前面的过程中总结归纳判断圆与圆位置关系的步骤？

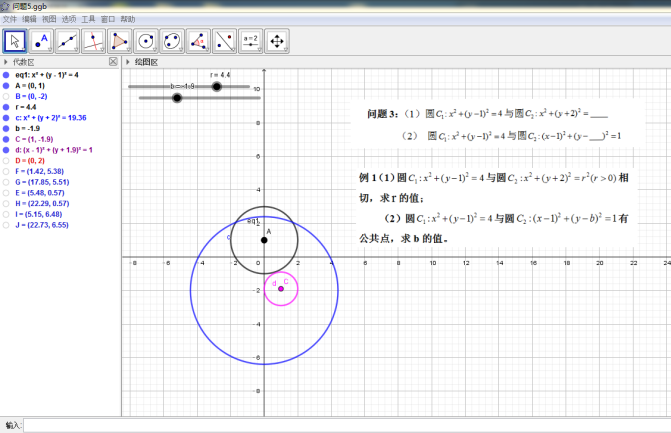
【设计意图】渗透算法的思想，锻炼了学生的总结和表达能力。

**2.3 学以致用，深化认识**

**2.3.1 逆用知识，聚焦相切，数形联通**

问题3：你能否选择合适的圆心坐标或者半径使圆C1与圆C2是外切的，是内切的？例如（1）圆与圆，横线上填写什么数可使两圆相切？（2）圆与圆何时相切？将（1）中的圆C2的坐标改成（0,2），即圆（3）与圆，何时保证两圆相切？

图5



对于内切的情况，学生容易出错，通过图形进行验证，帮助我们调整所列关系式。

【设计意图】在图形的动态变化过程中进一步感受两圆相切时的直观图形和方程以及圆心距和半径关系的对应，更是通过更多的两圆相切的样例，分析两圆相切时，两圆心和切点的位置关系。数形结合是解析几何最重要的思想方法，因此建立几何关系和数量关系的对应就显得尤为重要，本活动中利用GGB作图的优势，让学生在方程和图形中实现多次的“穿越”，以实现学生看“形”脑中想“数”，看“数”脑中有“形”的目的。

**例1**（1）圆与圆外切，求的值；

（2）圆与圆有公共点，求b的值。

【预设1】直接利用两圆位置关系的数量刻画列式计算。

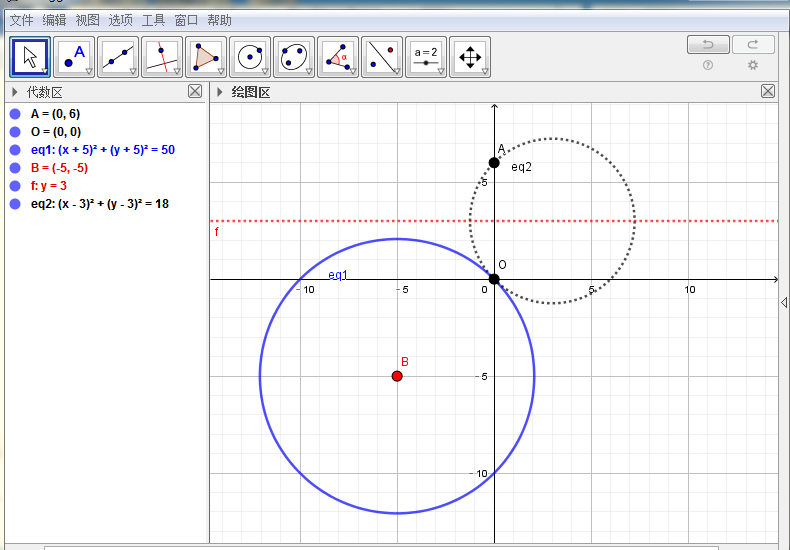
【预设2】画出两圆相切的图形，结合图形分析。

投影学生作业点评，并从GGB作出的图形中，分析两圆相切的性质：（1）两圆圆心和切点在一条直线上，圆是对称图形。

**2.3.2 以数刻画形，以形理解数，数形结合百般好**

**例2：求过点A（0，6）且与圆切于原点的圆的方程。**

图6



尝试画出符合题设条件的圆，如图6。

**教师活动：**引导学生从方程和图形两个角度去考虑。实物投影学生的解题过程，并进行讲解，并带着学生们一起来赏析优秀的做法。教师引导学生回顾学过的知识，两圆外切：圆心距等于两圆半径之和,两圆内切；圆心距等于两圆半径之差,由此可得到动圆圆心在运动中所应满足的几何条件,然后将这个几何条件坐标化,即得到它的轨迹方程。

【设计意图】在例1的解决过程中，我们一直是两条腿走路：一是直接列关系式进行运算，二是直接画出两圆相切的图形，从图形中感受位置关系并进一步解决问题。

**2.3.3理清研究思路**

问题4：前面例1和例2中更多的问题是考虑两个圆的相切关系，以你对于圆的认识,你觉得我们接下来还可以再研究两圆位置关系中的什么问题呢？针对这些，你能否设计一些题目呢？

公切线条数和长度问题、公共弦长问题、公共弦所在直线方程。

【设计意图】调动学生的积极性，让学生尝试自己设计知识学习的路径，尝试从设计者的角度去参与学习，而不只是简单的接受老师给定的学习内容。同时学生的创造性也可以拓展师生研究数学问题的思路。在学生的设计过程中，让学生自己来组织表达自己的想法以及为何如此设计的思考，也锻炼了学生的表达能力，提高了学生的主人翁意识。

**2.4归纳梳理，提升能力**

**问题5：通过本节课的学习，你在知识、方法、情感等方面有哪些收获或体会?**

对照板书内容，回顾学习过程，师生共同归纳出下列收获：

1. 知识内容：圆与圆的五种位置关系及其数量刻画，判断两圆位置关系的方法；两圆相切的数量关系式，两圆相切的性质。

思想方法：①数形结合：用代数方法来分析几何图形位置关系，用形的直观来理解和分析问题解决问题，通过数与形的相互转化使代数问题借助图形更加形象直观，也使几何问题通过代数推理更加严密精确。

②类比推理：类比直线与圆的位置关系及其数量刻画，我们找到了判断两圆位置关系的方法

**3课后反思**

学生的学习是一种认识活动，因此，在数学教学中要注意揭示获取知识的思维过程，即数学知识的提出、形成、发展和探索过程，使学生在学习知识的过程中变被动接受现成的结果为主动经历思维过程，使思维在过程中展开，能力在过程中发展。现在的多媒体手段、教育教学技术软件和网络教学环境，为学生主动参与课堂教学，主动的探索研究问题，提供了空间。教师借助信息技术与学科的有机整合，提高教学中问题、情境的有效性，将学生的知识与技能、情感态度与价值观融入教学过程，可最大限度的调动学生学习的主动性，收到事半功倍的教学效果。

**3.1设置情境、渗透主题、激发学生学习的欲望。**

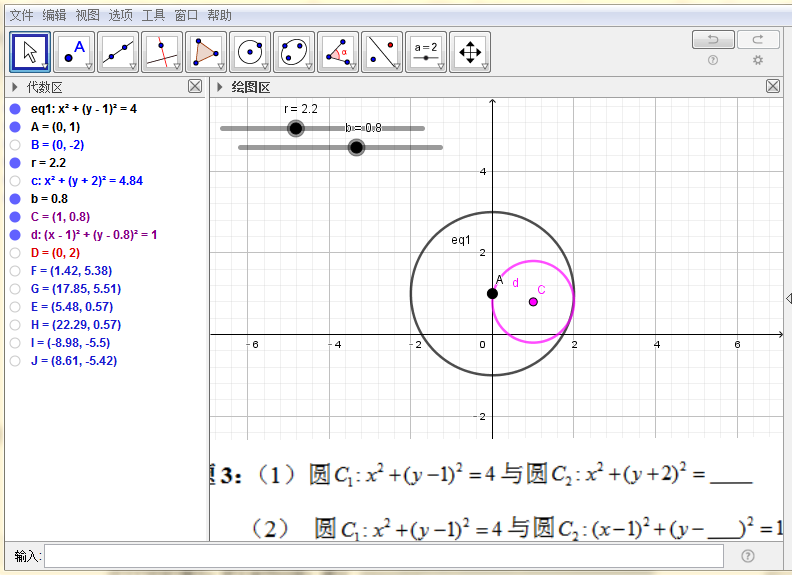
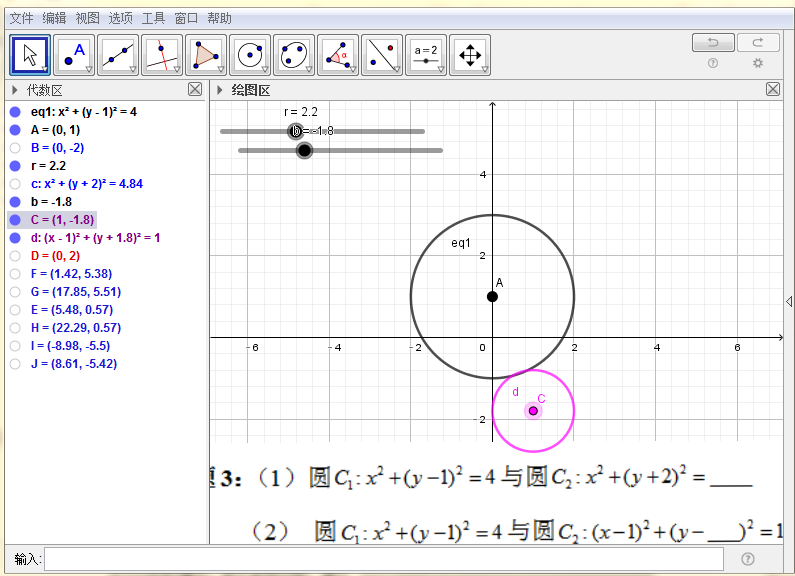
课堂开始我设计了这样一个画面（如图1），直线与圆的位置关系四种动态图，使枯燥单调的课堂变得有声有色，让学生的多种感官充分使用，调动了学生的积极性，抓住了学生的注意力，为课堂奠定了有利探究的氛围；学生通过观察，唤醒旧知识，再次体会直线和圆在相对运动的过程中，根据公共点个数不同产生并定义的三种位置关系，进一步启发学生类比的观点、数形结合的方法来研究本节课的问题。

**3.2借助软件、数形联通、为学生探索探究创造条件。**

借助教育技术软件GGB的直观演示、动态生成、优良的测算功能，将两圆的各种位置关系直观展现在学生的面前，并把不同位置关系中圆心、圆心距、半径之间的数量关系呈现出来，在动态演示过程中让学生去尝试，观察，探索和研究，通过类比归纳，互相讨论，合作交流，从而获得了知识，参与了知识的发现过程。通过数与形的相互转化使代数问题借助图形更加形象直观，比如学生在列式解两圆内切的过程中，很容易忽略两半径之差中的绝对值而导致漏解，这时借助图形的助力，学生会自动发现自己的失误。另外也使得几何问题通过代数推理更加严密精确，如在问题3（2）中，如图7和图8，学生能很明显的观察到两圆外切有两解，但是两圆内切判断却不是那么显然，这时借助数式计算的优势就很显然的显现了。在本节课的学生活动和例1、例2环节中，我们一直在致力于将直观图象与数式计算结合起来，一次次的数与形的对应，相信学生对于数形结合的思想应该不会陌生。

图7

图8



**3.3精心设计活动，促使学生深入思考、探索研究。**

人的学习是一种自主的活动。在学习过程中，活动的需要与动力是首要的。在学生活动选择较好的课堂上，我深深感到学生的思维特别活跃，每个学生都能发挥自己的潜能。在本节课中，请同桌互相出题，写出两个圆的方程，并判断两圆的位置关系。编题调动了学生的积极性，学生兴趣高涨，有些学生的奇思妙想，如有同学写出了两个同心的圆，自然的生成了同心圆的概念，为本节课添上了一抹绚丽的色彩。展示过程中，让学生自己来组织表达自己设计的思路，以及解决问题的思路和步骤，锻炼了学生的表达能力，让感受到成就感。

本节课学生“眼睛在看，手在动，脑子在想，嘴巴在说”，基本上达到教学目标，课后在与学生的交谈的过程中，学生表示这节课还是很好掌握，特别是结合教学软件GGB来讲，更加深了对于数形结合的理解。