**基于GGB的圆锥曲线教学设计**

江苏省常州市第五中学 赵越

**【教学目标】**

1.通过用平面截圆锥面，经历从具体情境中抽象出椭圆、抛物线模型的过程，掌握它们的定义：通过用平面截圆锥面，感受、了解双曲线的定义。

2.通过GGB绘制三维图像，利用平面对圆锥的不同的截法，产生三种不同的圆锥曲线，得出椭圆、双曲线和抛物线的概念，经历概念的形成过程，利于从整体上认识三种圆锥曲线的内在关系，初步具备归纳总结、类比区分等能力；借助GGB绘制的3D模型，通过整体观察、动手实践等方式对画椭圆、点的轨迹等问题进行探究，形成积极主动、勇于探索的学习方式，完善思维结构，发展数学化能力，提高数学素养。

3.通过创设问题情境等引入方式，激发起学习圆锥曲线的兴趣，形成注重实践、勇于探究的科学价值理念；利用GGB绘图法探究圆锥曲线的定义，揭示了三种圆锥曲线的内在联系，感受数学的内在美与和谐美，形成欣赏美、发现美的能力与意识，提高数学审美能。

**【重点难点】**

重点：GGB绘制3D图像展示和学习三种圆锥曲线(椭圆、双曲线、抛物线)的定义

难点：用GGB绘图法发现椭圆的特性（由此形成椭圆的定义）

**【教学过程】**

（一）课堂引入

师：首先，在正式开始这一节课之前，我们来听一个有趣的数学传说

**引入1：**“杰尼西亚的耳朵”

据说，很久以前，意大利西西里岛有一个山洞，叙拉古的暴君杰尼西亚把一些因犯关在这个山洞里。因犯们多次密谋逃跑，但每次计划都被杰尼西亚发现。起初囚犯们认为除了内奸，但始终未发现告密者。后来他们察觉到囚禁他们的山洞形状奇怪，洞壁把囚犯们的话都反射到狱卒耳朵里去了原来，这个因洞的剖面近似于一个椭圆（如图），犯人聚居的地方恰好在椭圆的一个焦点附近，狱卒在另一个焦点处偷听无论囚犯们怎样压低嗓门，他们的声音照样被狱卒听得一清。

**问题1**什么是椭圆？

(用传说创设情境，激发学生兴趣，达到引入课题的目的。)

师：这个传说其实是由与数学相关的文化一圆锥曲线衍生而来的。与圆锥曲线有关的实际背景，或者说，圆锥曲线在刻画现实世界和解决实际问题中的作用远远不仅于此

**引入2：**开普勒行星运动第一定律：太阳系中的每个行星都在某个椭圆上运动，这些椭圆都以太阳为一个焦点

彗星的运行轨道，有些是椭圆，有些是抛物线，有些是双曲线

炮弹的飞行轨道，喷水池中的水柱都呈抛物线形。

(了解圆锥曲线的实际背景，感受圆锥曲线在刻画现实世界和解决实际问题中的作用，进一步激发起学生学习圆锥曲线的兴趣。）

椭圆、双曲线和抛物线统称为圆锥曲线

师： 为什么称为圆锥曲线？它与我们学习过的圆锥有什么关系？

(教师引导学生思考，并提出以下问题。)

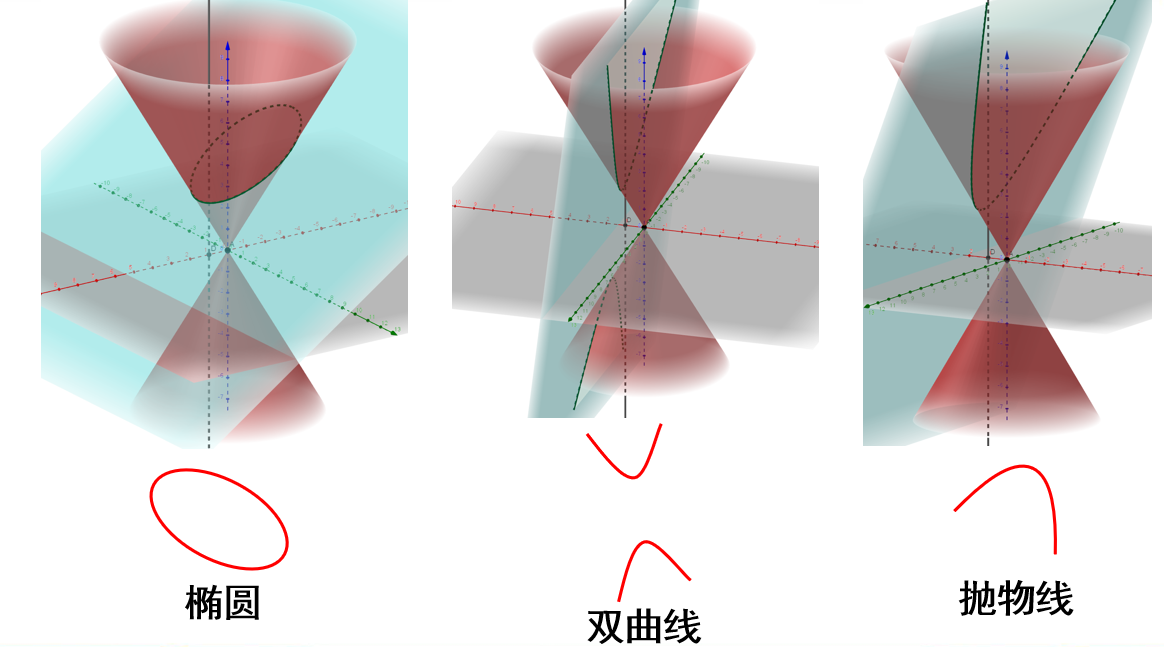
**问题2** 用平面截圆锥面，可能得到哪些曲线？

（二）研究探讨

我们通过GGB绘制的3D图像，调节绿色平面与圆锥截一个圆锥面，尝试改变绿色平面的角度（GGB设置滑动条），观察截得的图形的变化情况。

**问题3** 用平面截圆锥面得到哪些曲线？这些曲线具有哪些几何性质？

(教师以们GGB动画给学生展示：当平面与轴所成的角变化时，截得的图形的变化情况。）

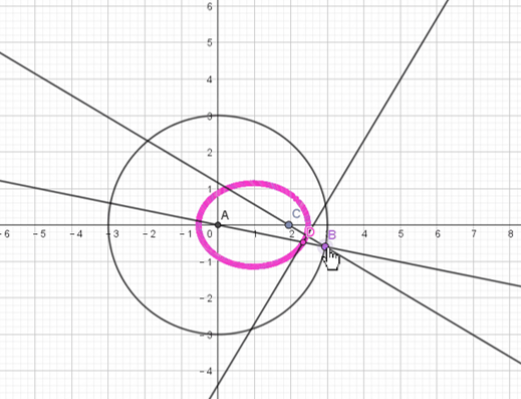


截得的这三种曲线，我们分别把它们叫做：椭圆、双曲线、抛物线

**师：下面我们回到本节课一开始提出的问题1:什么是椭圆？**

(教师引导学生思考问题1:什么是椭圆？并通过GGB图像引导学生理解椭圆）

师：设置A和C两个定点，B为圆上一点，半径R大于AC距离，分别连接AB和BC,做BC的垂直平分线交AB与点D，设置点B的角度滑动条，移动B，观察D的曲线。



师：图中D点的轨迹大家看一下是什么曲线？

生：椭圆曲线

师: 图中所示线段之间的长度有什么关系？

生: 因为D是BC的垂直平分线一点，所以

DC = BD

所以AB = AD + BD = AD + CD

师：AB长有什么特点

(学生思考，教师展示B点在截线上运动时的动画)

生：AB是常数=圆的半径R

师:对，也就是说，椭圆上任意一点到两个定点A,B的距离的和等于常数.

**椭圆的定义:**

平面内到两定点的距离的和等于常数（大于）的点的轨迹叫做椭圆，两个定点叫做椭圆的焦点，两焦点间的距离叫做椭圆的焦距.

可以用数学表达式来体现:

设平面内的动点为,有(的常数)。

师：我们可以怎么画出以两个定点为焦点的一个椭圆呢？

生：因为椭圆上任一点到两个焦点的距离的和为常数，且大于****,故可选一根长度大于****的细绳，将其两端分别固定在****点，用铅笔尖将绳子拉紧，使笔尖在图板上慢慢移动，就可以画出一个椭圆。(教师用实物在黑板上操作展)。

**变式：**若细绳长度等于****,画出的图形是什么？小于呢？

(通过变式提问，强调椭圆定义中的常数要大于**)**

生：细绳长度等于****,画出的图形是线段****；小于****时，画不出任何图形

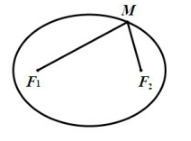
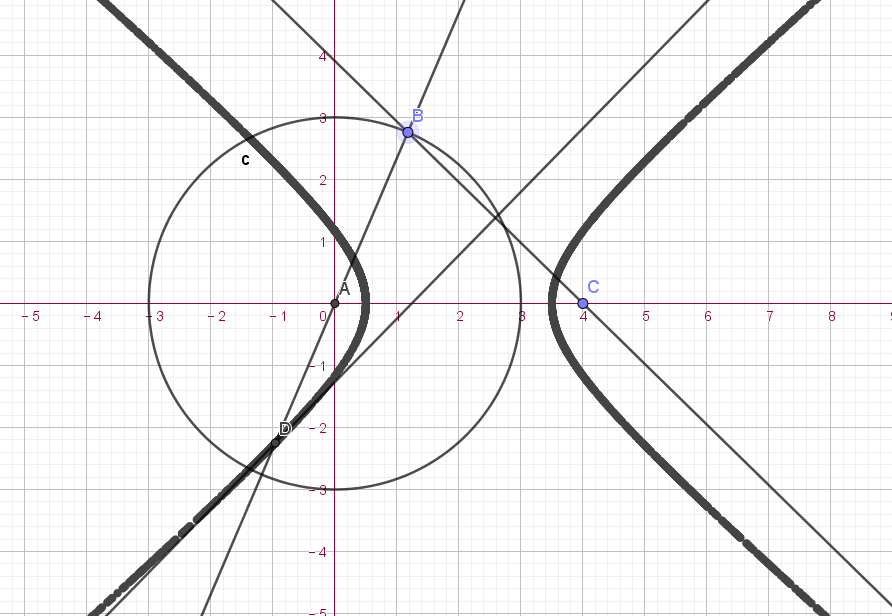
师：非常好

**师：GGB绘图的方法对双曲线也进行了研究（展示双曲线的GGB）。请同学们类比研究椭圆的方法，思考双曲线上的点有什么性质？**

(学生分组讨论，教师巡视参与)

**类比得出：双曲线的定义**

平面内到两定点的距离的差的绝对值等于常数（小于）的点的轨迹叫做双曲线，两个定点 叫做双曲线的焦点，两焦点间的距离叫做双曲线的焦距.



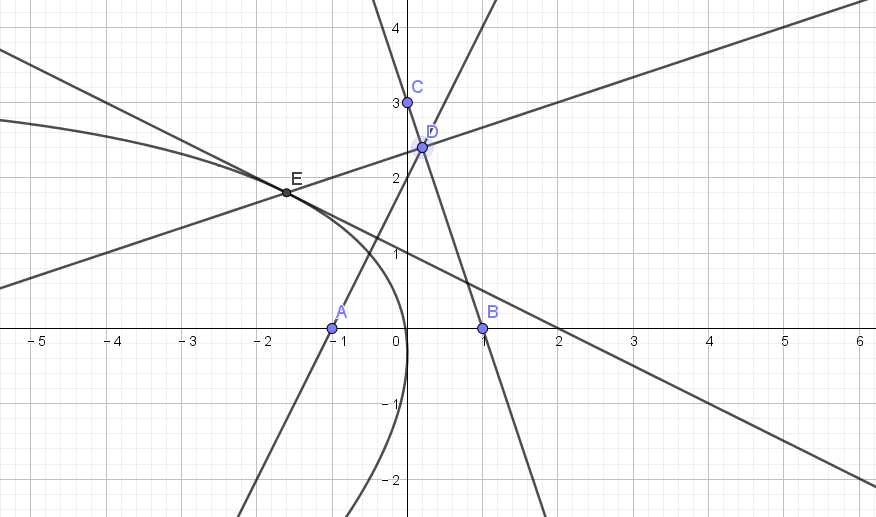
可以用数学表达式来体现:

设平面内的动点为,有(的常数）

思考：在双曲线的定义中，如果这个常数大于或等于，动点的轨迹又如何呢？

**师：GGB绘图的方法对抛物线也进行了研究，请同学们类比研究椭圆、双曲线的方法，思考抛物线上的点有什么性质？**

(展示GGB研究抛物线的图形，请学生课后合作探究。)



**抛物线的定义**

平面内到一个定点和一条定直线 (不在上)的距离相等的点的轨迹叫做抛物线定点叫做抛物线的焦点，定直线叫做抛物线的准线。

即：,则点的轨迹是抛物线。

可以用数学表达式来体现:设平面内的动点为M ,有MF=d（d为动点M到直线L的距离）

**说明：**1、椭圆、双曲线及抛物线统称为圆锥曲线。

2、我们可利用上面的三条关系式来判断动点M的轨迹是什么.

（三）练习提高

例1.已知中,且成等差数列。

(1)求证：点*A*在一个椭圆上运动；

(2)写出这个椭圆的焦点坐标。

证(1)根据条件有*AB+AC=*2*BC*,

即*AB+AC=12，*

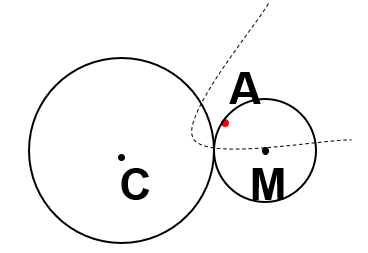
即动点*A*到定点*B,C*的距离之和为定值*12，*

且*12>6＝BC，*

所以点*A*在以*B,C*为焦点的一个椭圆上运动.

(2)这个椭圆的焦点坐标分别为

例2.动圆M过定圆C外的一点A,且与圆C外切，问：动圆圆心M的轨迹是什么图形？



（四）课堂小结

1.三种圆锥曲线的形成过程

2.椭圆的定义

3.双曲线的定义

4.抛物线的定义

师：数学家罗巴切夫斯基说：“不管数学的任一分支多么抽象，总有一天会应用在这实际世界上。”另一位数学家哈尔莫斯说：“数学是一门别具匠心的艺术。”通过这一节课对圆锥曲线的研究，我们能充分认识到这两句话的内涵和实质。希望同学们在数学的学习过程中，能深刻感受到数学的重要性，并享受数学带给我们的美

（五）课后作业

例2变式：若动圆M 过点A且与圆C 相切呢？