**《利用数形结合思想解决函数的零点问题》**

**【教学目标】**

1.掌握函数零点的概念与函数零点存在性定理及其应用；

2.掌握函数零点、方程实根与图象交点三者之间的等价关系；

3.通过对前期周测中函数零点问题的数据统计与分析，总结零点问题的难点与突破策略，形成解决零点问题的一个体系，体会数形结合与转化化归的数学思想；

4.培养学生合作交流、善于思考的良好品质，激发学生学习数学的积极性.

**【教学重难点】**

重点：函数零点、方程实根与图象交点三者之间的转化

难点：针对不同的函数类型，如何选择解决零点问题的最佳路径

**【教学方法】**

引导式、参与式教学方法

**【教学过程】**

**一、试题回顾（数据引入）**

【准备工作】从以往的周测与周末练习中选取部分习题组成一份函数零点微专题练习，作为专题小测让学生提前完成并上传平板**（要求：每题写出具体的解答过程并拍照上传，便于课堂中学生的成果展示）**，选题如下：

知识回顾：

1.函数零点的定义：一般地，把使函数 称为的零点.

注意：（1）函数零点的意义（等价说法）：函数的零点

 ；（2）函数的零点不是点，是 .

2.零点存在性定理：若函数在区间上的图象是一条不间断的曲线，且 ，则函数在区间内有零点.

课前小测：

1.已知函数，则函数的零点所在的区间为（ ）

A． B． C． D．

2.已知关于的方程有两个不等实根，则实数的取值范围是　　

A．， B． C．， D．

3.（多选）记函数的零点为*x*0，则关于*x*0的结论正确的为( )

A. B. C. D.

4.已知函数，若关于*x*的方程恰有4个不相等的实数根，则实数*k*的取值范围是(　　)

A． B．

C． D．

5.（多选）已知函数，给出下列四个命题，其中真命题的号是（ ）

A．存在实数*k*，使得函数恰有2个不同的零点；

B．存在实数*k*，使得函数恰有6个不同的零点；

C．存在实数*k*，使得函数恰有5个不同的零点；

D．存在实数*k*，使得函数恰有8个不同的零点．

【数据统计】通过平板所统计的学习报表，展示几组数据：

（1）各题错误率，分析错误率高低的原因，以便于确定学生对此类题型解题方法的掌握程度，从而确定评讲的重点；

（2）从学生上传的解答过程的图片中选取不同的解法，为后面形成解决函数零点问题的体系作铺垫。

【课堂反馈】1.已知函数，则函数的零点所在的区间为（ ）

A． B． C． D．

2.已知关于的方程有两个不等实根，则实数的取值范围是　　

A．， B． C．， D．

【设计意图】前两题难度系数较低，可操作性强，解法不唯一，从基本初等函数的零点问题入手，根据所统计的数据，呈现解题正确名单里的学生点的解答过程并邀请本人说明他的解题思路，引出解决零点问题的基本方法——（1）利用函数零点的定义——解方程法；（2）利用零点存在性定理：若函数在区间上的图象是一条不间断的曲线，且，则函数在区间内有零点；（3）从“形”的角度：转化为函数的图象交点问题，充分体现函数问题中的数形结合思想.

3.（多选）记函数的零点为*x*0，则关于*x*0的结论正确的为( )

A. B. C. D.

4.已知函数，若关于*x*的方程恰有4个不相等的实数根，则实数*k*的取值范围是(　　)

A． B．

C． D．

【设计意图】第3题与第4题所选取的两个函数是由几类基本初等函数进行运算的复杂函数，处理此类函数的方法只能采用图象法，而处理函数图象的方法也有两种：其一是通过单调性作出原函数的图象；其二是转化为两个简单函数的图象交点问题.学生选择的转化途径不一，常用的路径有：转化为曲线与斜直线的图象交点，参变分离转化为曲线与一常函数的图象交点。因此在教学中，一方面我会通过平板中的**分屏处理**展示不同学生的成果，另一方面利用GGB软件演示两种解法的图像变化，直观呈现，并带领学生对两种解法的优缺点进行点评。但在教学中也要考虑到学生学情，学生在处理这类问题遇到困难时，一般会采用的处理方式是利用所给的选项取特殊值进行检验，采用排除法选出正确选项。

5.（多选）已知函数，给出下列四个命题，其中真命题的号是（ ）

A．存在实数*k*，使得函数恰有2个不同的零点；

B．存在实数*k*，使得函数恰有6个不同的零点；

C．存在实数*k*，使得函数恰有5个不同的零点；

D．存在实数*k*，使得函数恰有8个不同的零点．

【设计意图】本题难度系数高，难点在于对于复合函数的零点问题处理，一般采用换元法将方程分解成两个简单方程，进而分别处理这两个方程的根的分布情形，因此本题的讲解过程仍然借助GGB软件直观呈现图象的变化.

**二、数学建构（总结方法）**

【选题目的】函数的零点问题一直是全国高考的热点与难点问题，因此把握解决零点问题的技巧与方法是关键，通过微专题小测请学生讨论交流此类题型的解题方法，并说明不同的方法更适用于哪一类函数：

1.回顾函数零点的定义：

函数零点的定义：一般地，把使函数的值为0的实数称为的零点.注意：（1）函数零点的意义（等价说法）：函数的零点方程的实根图象与轴交点的横坐标；（2）函数的零点不是点，是一个实数.

2.解决函数零点问题的方法：

（1）直接解方程法（适用于方程易解的情形）；

（2）利用零点存在性定理；

（3）图象法：①研究原函数的图象与轴的交点；②转化为两个简单函数的图象交点.

**三、例题巩固**

通过课前小测的错误率统计选择例题进行当堂巩固，并通过平板当堂反馈：重点关注学生在解决问题时所选择的方法与策略，在教学中根据学生对同一例题的不同解法拍照，分屏展示，请学生说明他选择此种解题策略的理由，通过比较让学生加强如何优选不同解题方法的体验感，例题如下：

【例1】已知函数恰有两个零点，则实数的取值范围是（ ）

   

思考：你准备采用什么方法来解决该函数零点问题？依据是什么？

【例2】已知函数，若函数恰有三个不同的零点，则实数*a*的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

思考：你准备采用什么方法来解决该函数零点问题？依据是什么？

【活动设计】利用平板实现学生分组（*A*组与*B*组），在教学中将例1、例2分别发给*A*组与*B*组进行解题，利用平板的分屏技术展示学生成果，针对例1解法中的图象法利用GGB软件进行直观演示.

【例3】已知函数，若关于的方程有个不同的实数解，则实数的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

**四、课堂小结**

1.解决零点问题有哪些方法？

方法总结

2.涉及了哪些数学思想？

思想凝练

【**教学反思**】

数学抽象能力作为数学最基本的思想，它将数学中所包含的数学概念、数学定理、数学公式加以概括，用抽象的形式加以呈现给学生，让学生自己去经历一系列的数学化活动，从客观事物中获得一类共同的问题的普遍性结论或方法。结合近几年高考的热点与难点问题，我选择函数的零点问题作为课题开设了一节市级公开课，在教学实施中促进学生的数学抽象素养的形成与发展。

本节课的教学重点在于指导学生如何把握解决零点问题的技巧与方法，因此本节课的复习教学中，我主要把握以下几个方面：

1. “一条主线”贯穿到底：函数的零点是什么；
2. “两个重点”：函数零点的定义与函数零点存在性定理；
3. “三个基本方法”：解方程法，图象法与零点存在性定理；（作为第一轮复习，在教学的过程中给定学生基本的解题思路是一种较好的学习方法）
4. “四种切换”：（1）作为备考复习，过于冗长的知识梳理或者思维导图已经不适用于高三学生，因此在课前我提前布置了一份课前小测，制成学习报表，课堂教学中通过对数据统计与分析总结解决函数零点问题的方法；（2）当学生在解决课前小测后两题的过程中存在困难时，切换教学模式，先展示学生已经解决的部分，再由教师解决残留的难点问题；（3）数与形之间的切换；（4）通过问题的变式呈现函数零点存在性定理的使用条件；
5. “五种解题境界”：应对高考，解题教学在高三教学中是关键。在本节课的教学中，主要引导学生经历了以下的解题过程：（1）追根溯源，学生直接从函数零点的定义入手直接求解函数的零点；（2）学生独立思考，对于不同的零点问题自行摸索解题方法，做到“会解”；（3）学生展示成果，鼓励并引导学生学会表述问题及其解题思路，做到“会说”；（4）拓宽思路，做到“一题多解”；（5）针对不同的问题背景，在提供的多种解题方法中做到“会选”。

数学核心素养是数学课程目标的集中体现，在学生自主发展中发挥不可替代的作用，是在数学学习过程中逐步形成的，因此在数学教学中重视培养学生的核心素养，教师应加强师生之间的互动，在师生的思维碰撞中解决数学问题。在教学过程中，应将活动的经验抽象成数学问题，既达到了学习知识的目的，使得学生的抽象素养不断发展，同时也调动了学生的积极性，提升自身的数学素养。