



【课堂聚焦·课堂新探】

循证：“可见的学习”理论下的 数学思维“能见度”提升的路径建构

王江

(南京市北京东路小学阳光分校, 江苏南京 210042)

【摘要】当下的数学课堂教学中,部分教师存在一定的盲目性,主要表现为凭借以往的经验或主观臆断等来进行教学,缺乏依据和标准而忽略学生的真实情况。循证,即基于“证据”的数学学习,强调教师教学决策要基于学生“真实”的事实性材料。文章从收集“证据”、分享“证据”、关联“证据”、补充“证据”四个方面建构基于“证据”的数学学习的一般路径。

【关键词】循证; 思维痕迹; 思维进阶; 学习力

对于教师而言,教学活动的推进在很大程度上是教师基于主观经验的一种选择。而学生的思维活动轨迹是隐匿的、不可见的,真实的学习过程存在于学生的大脑中,在无形中发生。如何让学习活动“被看见”?如何让思维对话“真发生”?为此,笔者倡导一种基于“证据”的“可见的学习”。

一、聚焦: 一个课间故事引发的思考

一名学生在计算 $48 \div 7 = 6 \cdots 6$ 这一题时,反复擦、写,眉头紧锁。这让笔者颇感奇怪,这分明是对的,学生在纠结什么呢?于是,师生展开了以下对话。

生: 我算了好几遍,都是商6余6,这对吗?

师: 你到底在担心什么? 困惑之处在哪里呢? 和老师说说。

生: 商和余数都是6,可以吗?

师: 你为什么认为不可以是6呢?

生: 上午有一个题目,就是这样的,但是您说不对,让我订正! (学生把题目拿出来,如图1)

图1

看了学生的错题,笔者恍然大悟: 这道题目的错误在于余数比除数大,可是学生却以为余数不能和商一样大。学生只是在表面上改正了错题,并没有厘清余数和除数的大小关系,反而形成一个新的错误观念: 有余数的除法,商和余数不能相同。此事引起教师间的热烈讨论: 如何使学生远离主观猜测、惯用经验? 如何捕捉学生的思维痕迹,让学生和学习真实相遇?

约翰·哈蒂教授所著《可见的学习——最大程度地促进学习》一书的核心概念就是“可见的学习”,书中出示了相关的数据来证明,学生的“学”要对教师可见,当“可见”发生时,对学生学习产生的效应最大。^[1]从教学实际来理解,教师要时刻站在学生的角度去审视自己的教学行为,并且基于学生的反馈及时调整自己的教学行为。由此,笔者提出“循证”,即基于“证据”的数学学习,以期投石问路,为数学教师的教学探索提供一些思考。

二、叩问“循证”的概念与价值探寻

(一) 何为“循证”: 对“循证”学习的内涵探寻

循证,不是通过经验、猜测来指导教学,而是“遵循证据”。“证据”通过多种多样的方式存在,

【作者简介】王江,一级教师,南京市优秀青年教师,南京市优秀教育工作者,南京市师德先进个人。

【基金项目】南京市教育科学“十三五”规划课题“基于多维对话的课堂新生态的校本研究”(L/2016/146)



它通常是课程标准要求、课前调研、学生访谈、作品批改、课堂观察、试卷数据反馈、学后反思等事实性材料，这些都可称为“证据”。通过“循证”，教师可有效捕捉学生真实的思维痕迹，让学生的思维过程变得可见，从而精准把握学生的困难和障碍，不断调整、优化教学策略。

(二) 为何“循证”：对“循证”学习的意义和价值追溯

1. 触摸学生不可视的内隐性思维

“为何题目讲了很多遍，后面做依然出错？”归根结底，教师没有捕捉学生错误背后的真实思维，没有收集“证据”，仅仅依靠主观判断出错原因。基于“证据”的学习，通过访谈、画一画等方式，将学生原生态的内隐思维显性化，呈现学生的“真实思维”过程。

2. 优化教师的教学决策

教师往往凭借自己以往的经验，对学生的学习起点做出假设，再根据教材、课程标准和教师用书的相关规定展开教学，这样的教学忽略了学生的真实情况。通过“证据”的收集，教师可以清晰地看到所有学生的学习过程，在此基础上进行判断、分析、调整、优化，从而制订以“学”为中心的教学决策。

3. 课堂深度变革的新载体

循证，基于“证据”，强调“真实”。它要求教师至少经历以下4个环节：

(1) 收集证据——远离“教学盲目性”，注重捕捉“证据”。

(2) 精准分析——学生的起点、困惑或障碍究竟在哪里。

(3) 有效引导——基于学生的起点，教师需要作出哪些引导。

(4) 调整反思——实现有效引导，需要怎样的教学行为。

除此之外，教师还可以引导学生从最终结果出发，反思解决问题的整个过程，发现存在困惑的主要原因，修正、完善解决问题的思路，为后续的循证学习积累更多的可能性知识。

三、实践 “可见的学习”理论下的儿童思维“能见度”提升的路径建构

(一) 收集“证据”，研读学生的“前状态”

收集“证据”，是为了充分把握学生在知识学

习中的可能状态，了解学生在解决问题过程中可能出现的多种解决方案，注重学生个体差异，使不同水平学生的数学素养都能在原有基础上得到提升。

1. 大问题：给学生适度的探究空间

教学设计要指向学科内容的本质问题，给每一个学生预留探究空间，让每一个学生都自由开放地展示自己的真实思维方式，呈现自己的独特理解。对于苏教版数学五年级下册“和与积的奇偶性”一课，笔者这样设计问题：

小明说“任意选两个不为0的自然数相加，有这样的规律：奇数+奇数=偶数，偶数+偶数=偶数，偶数+奇数=奇数”，小明说得对吗？为什么？把你的思考过程写下来。

这个问题给不同层次水平的学生留足了空间，使不同层次水平的学生都有个性化的理解（如图2），使每个学生的思维痕迹清晰地呈现出来。教师找到学生学习起始状态的证据，据此可预见各种不同的观点在课堂内相互碰撞、激荡，也可在此基础上引导学生完成知识体系的建构，实现思维进阶。

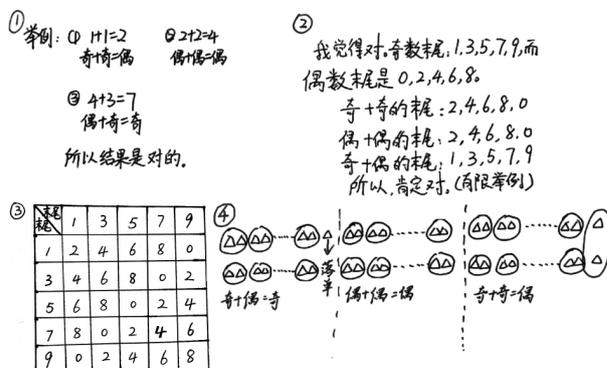


图2

2. 小工具：让差异成为教学资源

教师在课堂上不能对学生的差异视而不见，不能只关注少数学优生而忽略部分学困生，也不能牺牲部分学优生的发展换取一部分学困生的进步，而应当深入发掘学生的差异，创造合适的机会和条件，促进学生最大程度地发展。

(1) 提供小锦囊。在教学拓展课“有趣的估算”时，在“估算一页纸有多少个字？”的学习活动中，教师提出如下要求：

- 独立思考，设计方案
- 小组交流，评估方案
- 小组合作，操作实践（算、画、折、撕）
- 小锦囊



教师关注三类不同学习水平的学生：水平高的可以自主探索，水平一般的，教师给予提示“算、画、折、撕”，水平偏低的，教师给予小锦囊。这样的设计使每一个层次水平的学生都参与学习中，留下思考的痕迹。需要特别注意的是，小锦囊并不是直接告知学生答案，而是提供一个思考的可能路径，使研究任务更明确，或者通过温习之前的学习片段，唤醒学生的某种经验。在学习片段中，笔者提供了一个小锦囊（如图3），它再现了学生自主探索的一般步骤，旨在唤醒学生已有的经验，并将其运用到新情境，完成知识的迁移过程。

【小锦囊】同学们，一年级的時候，我們曾解決過這樣的一個問題。當時我們的方法是：先圈出其中的一塊，再看看這樣的有幾塊。同學們，有啟發了嗎？

每數10顆圈一圈，邊數邊估，大約有幾十顆？



图3

(2) 开展小打卡。对课前小研究等学习活动采取敷衍态度的学生，很难有真正有效的学习体验，教师也难以捕捉其思维痕迹。小打卡，是让学生获得有效学习体验、留下思维痕迹的好工具。在教学“分米和毫米”一课时，教师在教完“毫米”后，提供了一张任务单（如图4）。教师提请小组长注意：四个活动必须按顺序一个一个进行。以“指一指”为例，后面有四个选项，已经指出的学生要在对应的选项上打钩，当四个学生都完成打钩后，才能进行第二个活动。这样的教学安排，真正把每一个学生都带入活动之中，学习活动变得有序，现场更加安静，活动时间缩短，学习效率得到明显提高。

用刚才研究1毫米有多长的方法，每四人组成小组，合作研究1分米有多长。

- 活动一：指一指
- 活动二：找一找
- 活动三：做一做
- 活动四：比一比

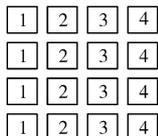


图4

(二) 分享“证据”，每一种思维都被看见

在分享“证据”的环节中，教师要努力让不同层次水平的学生都获得分享思考的机会，通常可以这样处理。

1. 多元对话，营造有层次的交流

教师尝试把每一个学生都带入学习中，可以从组内到全班、从层次低到层次高的原则进行。

(1) 从组内讨论到全班交流。组内讨论即每个学生有序分享、倾听、对话，在组内伙伴的帮助下，否定、调整、补充观点，在对话和交流中完成思维的进阶。教师在教学中如把这样的思维进阶活动通过追问形式在课堂呈现，实际上是对宝贵教学资源的有效利用。笔者在巡堂期间发现，面对“从实验小学去电影院怎么走？”这个问题，有学生回答“先往西南方向走2格，再往西走1格”（如图5），组内成员立刻指出其中的问题“正西、正南方向之间的区域，都是西南，你说西南不合适。”在随后的交流中，笔者追问“哪些同学通过小组内的交流，有了新的收获？”鼓励学生在全班分享自己的思考成果，这样的“证据”分享有独特的意义。

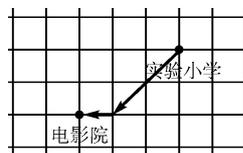


图5

(2) 从低层次到高层次。分享证据的理想状况是先分享思维层次低的，再慢慢过渡到思维层次高的，从不全面到全面，这体现数学知识的形成过程，也符合学生认知规律。层层递进的讨论，保证各种层次、各种风格的思维痕迹都被看见，使学生经历一个完整的学习过程。如在“和与积的奇偶性”教学中，学生呈现了四种解法：解法一，学生简单举3个例子；解法二，学生意识到举几个例子不全面，需涵盖所有情况，所以就从末尾去考虑，列举出所有情况的末尾数字；解法三，学生在作品二的基础上增加列表整理的思考；解法四，学生采用更加直观的方式进行解释。

证据仅仅是学生思考的最终结果，学生的思考过程究竟是怎样的呢？在教学中，教师应当适度挖掘，这也是教师寻找证据的有效方式。对于作品四，教师可以追问“这里的‘落单’二字，究竟是什么意思？”通过追问，学生静态思维成果背后的动态思考过程就能一一呈现。

2. 减少干预，丰富生生对话的过程

特级教师仲广群在其著作《教学新密码：小学数学“助学课堂”范式》中提到：深入剖析生生



互动的情形，通常就是提问、补充等6种（如图6），每位教师都应当努力把这几种机制有机运用于课堂中。

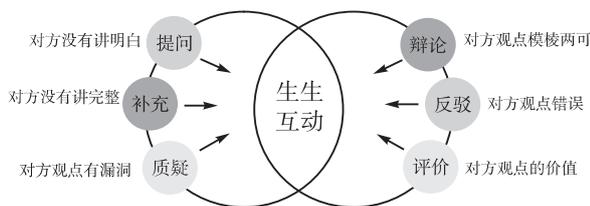


图6

·评价·在对方表达特别清晰时，教师可以引导学生评价“他通过画一画，借助手势指一指，表达起来让我们感到很清晰。”

·反驳·在不同意对方观点时，教师可以引导学生反驳“我反对你的观点，因为……”

·补充·在对方没有表达完整时，教师可以引导学生补充“我对你的观点有一点补充，请大家看我的学习单。”

……

事实上，教师这个权威适度隐退，有意识地在课堂上反复实践这几种教学方法，引导学生思考和表达，可以捕捉更多学生学习的证据，利于教师调整和优化后续的教学进程。在积极的学习氛围引导和影响下，学生学习探究的兴趣被激发，引发生生之间的对话，交流过程被拉长，教学效果显著。

（三）关联“证据”，实现思维的进阶

通过前期收集、分享“证据”，学生思维有一定程度的进阶，但还停留在模糊、零散、肤浅的水平，教师要尝试关注不同“证据”之间的联系，寻找联结点，使学生的认知逐渐清晰与深刻。

1. 经历“织网”：知识结构的完整建构

学习，不是把孤立、静止、碎片化的知识一个劲地往箩筐里装，而是要看到知识之间的彼此关联，经历知识结构化的过程。教学过程中，有学生提出减法和除法也有交换律，如“ $3-3=0$ ， $4-4=0$ ， $8\div 8=1$ ”。笔者引导学生通过反例澄清这个观点后，又有学生提出，“减法、除法可能也有交换律，而且适合所有情况”（如图7）。他的这个观点，赢得了班级同学的认可。

除法和减法有可能也有交换律。

例： $16\div 4=4$ $16\div 2=8$ $16\div 8=2$ $16\div 7=2$
 $16\div 4=4$ $16\div 8=2$ $16\div 8=2$ $16\div 7=2$

图7

师：仔细看这两道算式（手指第2组算式的2、8），大家觉得它和哪个乘法算式紧密相关？

生： $2\times 8=16$ 。2、8可以调换，不是因为除法交换律，而是因为 $2\times 8=16$ 这个乘法算式，我觉得它本质上就是乘法交换律！

教师巧妙借助证据之间的关联进行追问，给学生提供了思维进阶的路径，使一些碎片化的知识系统化 and 结构化，将学生的一个个知识点编织成利于理解、利于内化、利于迁移的网状知识。

2. 经历“播种”：知识技能和思想方法的完整审视

证据的关联可以是多样的，如对与错的关联，同中求异、异中求同的关联，简单与复杂的关联，也可以是数与形的关联……关联的最终目的，就是为了引领学生“登高”，实现思维进阶。^[2]

在教学苏教版数学四年级下册“你知道吗？”关于“三角形稳定性”时，笔者这样处理：提供两组学习材料，明确告知学生一组小棒的长度分别为8厘米、6厘米、5厘米，另一组则是5厘米、6厘米、8厘米。接着，教师让学生猜测围成的三角形是否相同，学生在猜一猜、看一看、围一围、拉一拉的活动中发现三角形是完全一样的。最后，教师总结，“通过刚才的交流发现，三角形边定了，形状也就定了，不容易变形。而且，我们还发现三角形三条边分别相等的时候，两个三角形是完全相同的”。

学生猜测“围成三角形是否一样”后，接着围出作品。每个学生作品的呈现过程，实际上就是一次证据的关联过程，学生能够在这样的证据关联中感悟“边定了，形状自然也就定了”“三角形具有稳定性”的科学道理。学生对稳定性有了更加深刻的理解，也为学生初中要学习的全等三角形的“边边定理”打下基础。这次学习经历，使学生对学科知识的认识走向深刻，思维实现进阶。

3. 经历“反思”：思维进阶感悟的完整呈现

对于课堂上思维显著进阶的学生，教师可以设置一些教学环节，引导学生回顾和反思，让学生说一说自己将“原证据”（通常指自己的原思考）与“现证据”（通常指经学习受启发之后的新思考）进行对比后获得的感悟，让这部分学生思维进阶的历程在课堂清晰地呈现。如在小组讨论后，教师可以问“通过刚才小组的讨论，哪些同学对这个问

（下转第62页）



表 2

姓名				小组成员与分工			
测量日期				测量地点			
测量物名称			测量物高度			测量工具	
测量时间							
影长							
1. 将一天内影子长短和移动方向绘制在右图中。 2. 一天中,影长如何变化?与什么有关? 3. 影长最短时是什么时刻?为什么此时影长最短? 4. 一天中,影子的移动方向如何变化?与什么有关?							
活动总结							

(3) 借助信息技术手段,增强学生的互动体验。Terra Time、Sun Surveyor 和 Stellarium 等与地球运动相关的软件已经被引入地球运动的课堂教学,用于探究昼夜时空变化、太阳高度时空变化以及星空与天体变化等地球运动的相关内容。这些信息技术具有直观形象和实时交互的特点,可以营造直观、生动的地理教学情境,有效地突破教学难点。

地球运动是高中地理教学的基础性内容,也是高中地理学习的难点。地理教师要紧跟新课程改革步伐,把握高考试题的命题趋势,突出主干知识,根据学情和教学资源,选择合适的教学方式,创设

应用性和创新性较强的问题情境,组织多样的教学活动,充分发挥该部分内容的育人价值,着实提升学生思维能力和核心素养。

参考文献:

[1] 于涵,郑益慧,程力,等. 高考评价体系的实践功能探析 [J]. 中国考试, 2019 (12): 1-6.
 [2] 教育部考试中心. 发挥高考评价导向 助推地理素质教育: 2020 年高考地理全国卷试题评析 [J]. 中国考试, 2020 (8): 57-61.

(责任编辑: 马龙珠)

(上接第 41 页)

题有了新的收获?如果有,你能说说你原来是怎么想的,得到谁的帮助,现在是怎么想的?”教师要放手让学生走一走崎岖路,爬一爬思维坡,接着再促一促学生自我反思,适时完整呈现其真实的思维进阶过程,寻找思路的转折点,让学习彻底被看见,以启发更多的学生共同实现学习进阶。

(四) 补充“证据”,提升学生的学习力

“证据”的进一步补充,主要是让不同层次的学生保持持续学习,不断提升自身的学习力。教师可以引导学生补充“我的提醒”“我的困惑”“好题分享”等证据,也可以提供“数学史料”“人文故事”以及指向关键能力的练习题,如“我来挑战”等。通过这样的小路径,师生共同补充更加丰富的“证据”,促进不同层次学生的进一步发展。这对教师专业素养提出了更高要求:教师准备的“数学史料”在何时呈现?学生好题呈现的顺序是什

么?这些都需要教师在“证据”补充时相机而行。

总之,基于“证据”的教学,它更强调充分利用学生先前的知识基础和生活经验,强调教师在学生学习路径的每一步找到学习发生的证据,看见学生学习过程中思维活动的痕迹,以一种尊重个性、关注学生发展的方式,让学生在不断冲突、启发和思维的碰撞中实现学习的进阶,最终实现学习力的提升。事实上,这样的学习,更加契合我们所追求的深度学习和发展学生数学素养的整体目标。思维只有“被看见”,交流才有意义,对话才成为可能,“真学习”才会真正发生。

参考文献:

[1] 杨建伟. 教师角色重构: 基于《可见的学习: 最大程度地促进学习》一书的再思考 [J]. 生活教育, 2020 (1): 42-45.
 [2] 王飞. 小学数学课堂教学中学情证据的收集与利用 [J]. 小学数学教育, 2019 (24): 7-9.

(责任编辑: 马龙珠)