

利用学习的多元表征方式 促进学生对算理的“真理解”

◇ 刘加霞

两位数减两位数(退位)笔算,是在学生学会两位数加两位数、两位数减两位数(不退位)笔算基础上学习的,核心知识基础是20以内(不)退位减法计算。在当前的笔算教学中,大多数教师注重每一种算法从学生中来,注重每一位学生亲历每一种算法的思考过程,注重每一位学生的学具操作。但由于笔算是“直观的算理,抽象的算法”,若不能沟通学具操作、口算与竖式表示的笔算之间的联系,尤其是将直观的学具操作转化为头脑中的抽象操作,学生就难以真正掌握算法、理解算理。

很多教师已认识到低年级段借助直观操作帮助学生理解算理的重要性,在实际教学中,教师也会设计许多的操作活动,但动手操作就能真正理解计算的算理吗?在许多教师的教学实践中,操作何以成了可有可无的摆设?操作、算理和算法要如何结合?如何处理好算理和算法的关系?孙老师设计的“两位数减两位数(退位)的笔算”一课对此给出了她自己的诠释,我们也对她的诠释来进一步分析。

一、通过多元表征深刻理解算理

理解算理,首先要弄清楚什么是算理。计算的本质是相同计数单位个数的计算,由此加减法计算的基础是20以内的计算,乘法计算

的基础是“九九口诀”,并明确“满十向高级单位进一”或者“从高级单位退一当十”。因此算理可理解为:运算的意义,数概念背后所蕴涵的十进制、位值制思想,运算的性质与定律,运算之间的互逆关系。

如何真正理解算理?理解算理是否只是一个课时的任务?

美国教育心理学家布鲁纳提出学习的三种表征方式:动作的、形象的和符号的,并认为这三者之间存在一种严格的递进关系。基于布鲁纳的观点,我们认为学生在理解算理掌握算法的过程中需要四种表征方式:动作表征、形象(表象)表征、语义表征、数学符号表征。在深刻理解算理的过程中,这四种表征方式之间不是单一的递进关系,更不是相互脱节的(有的老师的教学就是脱节的,操作是操作,竖式是竖式,没有借助于操作、头脑中的表象来理解竖式中每一个数字的含义)。

笔算教学的关键是将这四种表征方式有机结合,既能从直观操作到理解抽象数学符号的意义,也能对书写的数学符号作直观形象的解释,即“有来有去”的教学。孙家芳老师设计的这节课就是对此进行实践探索。这一点可以通过本课的教学目标看出:

1.借助多种语言之间的相互转

化,帮助学生理解两位数减两位数(退位)的算理,掌握计算的方法。

2.在操作、交流、研讨过程中感受位值制思想,养成用不同语言表达思维过程的习惯。

3.在多种语言表征的数学学习活动中感受多角度看待事物的方法。

教学重点:在动作、语义、符号多种形式表征的过程中理解算理、掌握算法。

教学难点:在多种语言的相互转化的过程中为“退位点”建立丰富的表象支撑。

基于对算理本质以及四种表征方式的理解,本课的教学目标设计得准确、恰当、具体,因此在一节课中是可落实的。

二、“精耕细作”实现多元表征的有机整合

整体上看,本课在借助四种表征方式来理解算理方面,进行了“精耕细作”。

强调“56”如何用直观结构化的学具表示:5捆6根。

将学生的语言表述、学具操作以及教师的板书(直观图、竖式)紧密结合。

教师适时恰当的追问与强化:我们先从个位开始计算,个位上6减8不够减,就相当于小棒中的什么?个位不够减从十位退1,请你在

小棒这边用一个动作表示出来。从整捆的小棒中拿出 1 捆这个动作表示什么? 个位不够减从十位退 1, 就是从整捆的小棒中拿出 1 捆, 在竖式中 5 的上面点一个“点”表示, 竖式中 5 上面的这个“点”表示什么……

具体说来, 本课建立小棒的操作过程与竖式书写过程的一一对应关系大致经历以下步骤:

1. 建立拿一捆小棒与点退位点之间的一一对应关系。
2. 建立打开一捆小棒与退一当十之间的一一对应关系。
3. 建立打开的 10 根小棒与 6 根小棒合起来去掉 8 根小棒与竖式书写之间的关系。
4. 建立从剩下的 4 捆小棒去掉 1 捆小棒与 4-1 之间的一一对应关系。
5. 建立操作结果与竖式书写结果的关系。

“精耕细作”还体现在为抽象的“退位点”寻求丰富的表象支撑。

师: 5 上面的圆点表示什么?

生: 5 上面的圆点表示退给个位 1 个十, 也就是从 5 捆中拿走 1 捆给个位。

……

师: 5 上面的这个点, 它使得什么变了? 还使得什么变了?

生: 它使得个位上的 6 变成 16, 还使得十位上的 5 变成 4。

如此等等, 这样的“精耕细作”在成人看来, 似乎没有意义: “不就是计算, 告诉学生怎么算不就行了?” 弗赖登塔尔在《作为教育任务的数学》一书中对此有专门论述: 儿童似乎比数学教师更容易使用这一材料(指直观的结构化的学具, 例如本课中使用的小棒, 或者第纳斯木块、计数器等), 因为数学教师太依赖于形式方法, 反而不善于直观学习。

动作表征是低年级学生数学学习的重要方式与途径, 符合学生的

认知特点与思维水平。随着年龄的增长, 学习过程中直观形象的成分逐渐减少, 而逻辑抽象的成分会逐渐增加。

三、多元表征理解算理需要长时间强化

借助于直观结构化材料学习计算理解算理, 最终应达到算法的熟练运用。这是一个长期的行为, 而不仅仅是第一课时的“一次性”的行为。当前教学中, 所谓的理解算理就仅仅是一次操作学具, 一次看懂直观图到理解竖式, 操作学具只是片刻的装饰, 后续的练习甚至考试中很少再操作学具、再看学具的直观图。因此, 学生对算理仍然没有深刻理解, 最终留给学生的仍然只是会具体地、简单地计算, 一旦涉及稍微复杂的计算(例如连续退位), 学生仍然不会, 其根本原因仍然是没有真正理解算理。

通过四种表征方式的紧密结合来理解算理, 不是“片刻”也不是一节课的任务, 需要经验的积累, 需要适时、适当的重复练习。因此, 在孙老师的教学中, 练习题的设计仍然强调运用多元表征来理解算理, 而不是出一道计算题让学生计算。其练习是围绕教学的目标(运用多元表征深刻理解算理)而设计的: 将表达同一意义的“直观图”与竖式相连、看图写竖式、在数轴上寻找竖式的结果。练习题的内容、形式都突破了已有的单一计算的题目, 这样的练习题为如何借助于多元表征真正深刻算理、强化算理提供了一个示范。

弗赖登塔尔说: 我想应该让儿童玩直观教学材料, 他们喜欢玩多久就让他玩多久, 只要能熟练地掌握, 材料愈复杂, 儿童获得的知识也就越多。该观点对我们的教学启发非常大: 设计什么样的复杂的有价值的材料, 如何让学生长时间地玩而且玩得有价值, 我们的考试如何在玩中考而不仅仅是试卷, 等等。

四、这样做的教学价值是什么

笔算教学教会学生迅速、正确地计算很重要(在计算器普及的背景下其重要程度降低), 但是学习计算, 更重要的是: 发展学生对数的性质的理解力和洞察力, 培养学生的数感, 使学生真正理解算理, 同样也承担着数学思维能力、问题解决能力培养的重任; 积累数学活动经验, 为后续学习奠定基础。

例如在本课教学中, 孙老师就重视在计算教学中对学生进行审题训练: 拿出符合要求的小棒。

师: 用小棒演示他说的过程, 我们要拿多少根小棒?

生: 拿 5 捆 6 根小棒。

师: 为什么要拿 5 捆 6 根小棒? 不拿 5 捆 6 根行吗?

生: 不行。因为计算 $56-18$, 就是从 5 捆 6 根小棒中去掉 1 捆 8 根; 从 5 捆 6 根小棒中去掉 1 捆 8 根, 就是在计算 $56-18$ 。

在日常教学中, 教师容易忽视“为什么要拿 5 捆 6 根小棒? 不拿 5 捆 6 根行吗”这个问题, 其实, 简简单单的一个问题, 承载的是对学生审题意识的培养, 强化数概念的深刻理解, 这些为理解算理正确计算作了铺垫。又如:

师: 5 上面的这个点, 它使得什么变了? 还使得什么变了?

生: 它使得个位上的 6 变成 16, 还使得十位上的 5 变成 4。

借助这两个问题, 帮助学生梳理、总结, 使学生不仅对“退位点”有丰富的表象支撑, 意识到“退位点”给个位、十位上的数带来变化, 还意识到数学上任何一个符号的背后都有深刻的道理, 感受到数学的抽象性、严谨性, 体验借助具体事物理解抽象问题的途径与方法。

新课改背景下计算教学的价值是什么, 如何实现计算教学所能够承载的教育价值, 需要我们在实践中不断地探究总结。

(作者单位: 北京教育学院) [L]