

儿童数学“推理假象”的深层剖析与提升策略

/ 孙欣¹ 王乃涛²

【摘要】推理是儿童数学学习的必备品质。当前的课堂教学中存在着“推理假象”。儿童的推理认知具有直接性、直觉性、具象化、半逻辑化等特点。在教学中,可以通过催生推理意识、助长推理能力、培育推理品质等策略来培养儿童的数学推理品质。

【关键词】推理假象 推理意识 推理能力 推理品质 规则意识

【中图分类号】G623.5 【文献标志码】A 【文章编号】1005-6009(2018)09-0040-04

【作者简介】1.孙欣,淮阴师范学院第一附属小学(江苏淮安,223001)课程教学部副主任,一级教师,淮安市数学学科带头人;2.王乃涛,江苏省淮安经济技术开发区教师发展中心(江苏淮安,223005)教研员,高级教师,江苏省数学特级教师。

推理是儿童数学学习的必备品质,是落实学科核心素养的关键能力。2011版课标将“推理能力”作为数学课程中应当培养的学生的十个核心能力之一。小学阶段主要涉及合情推理与演绎推理两种推理形式。推理品质的提升有助于儿童体会推理产生的必要性和重要性,增强其规则意识。小学数学中的推理更多是作为知识获得或问题解决的一种路径,推理过程本身具有非标准化的特点,容易形成推理教学假象。

一、数学教学中存在的几种“推理假象”

当前的数学教学中存在着“推理假象”。推理假象是指不符合推理本质的表面现象,看似在推理,实质上没有经历推理本质,而流于形式化、空洞化、表面化。

1.暗示性推理假象:推理思路的暗示性取代了学生的主动思考。暗示性推理假象的集中表现是不加思考地接受意见或指令。教学中常见学生不动脑子地执行命令,推理流于形式。教学苏教版五下《3的倍数的特征》,教师让学生猜一猜3的倍数会有怎样的特征,学生经历了只看个位行不通的过程之后,教师提示:看

来3的倍数只看个位是不行的,把各个数位上的数字加起来,有什么发现……学生机械地执行教师的指令。

2.无端式推理假象:推理原点的欠缺性忽视了学生的有意猜想。无端式推理假象的集中表现是推理没有依据、没有来由。教师虽引导学生经历了猜想和验证过程,但不能准确把握他们的思维起点,而导致学生的猜想毫无由头,成为无源之水。教学苏教版三下《长方形、正方形的面积计算》,在学生用数格子的方法推导出了两种图形的面积计算公式之后,教师提示:大胆地猜想一下,正方形比较特殊,它的面积计算会不会也有特殊的方法呢?学生沉默……教师原想拓展用对角线相乘除以2的方法计算正方形的面积,但学生对基础知识巩固、内化不够,猜想特殊方法没有依据,没有特殊个例发现,没有相似特征类比,让他们凭空想象,他们自然无从思考。

3.无数学事实的推理假象:推理要素的偏差性导致了学习的本质偏离。无数学事实的推理假象的集中表现,是在推理活动中信息变量很多,生活事实和数学事实交织,学生无法准

确识别与推理相关的要素。教学苏教版四下《三角形的三边关系》，教师组织学生开展用小棒围三角形的活动，让学生汇报围成三角形的三根小棒有什么特点时，学生经常会出现“三根小棒颜色一样”“红黄蓝各选一根”之类的回答。教师没有提出关键问题“为什么有些选择不能围成三角形”，学生由于没有读取关键数学事实，而游离于推理的边缘。

二、小学数学课堂“推理假象”的成因剖析

1. 教师的教学理念出现了认识偏差，教没有向学转变。有些教师重“教知识”而轻“教思考”，导致重知轻能的现象依然存在。教师更关注探索活动的最终结论，学生没有经历发现现象、形成猜想、举例验证、得出结论的全过程，难以真正感悟推理思想。

2. 教师欠缺推理能力，缺乏实践性知识。要培养学生的推理品质，需要教师懂推理、会推理。一些教师教学时侧重于解题技巧训练，实践性知识提升乏力，无法落实推理任务。

3. 教师的教学意识错位，不重视学习方式。部分教师不重视推理的方式，淡化学生个性化学习的方式。学生在课堂上有奇思妙想，但创造力和想象力常被扼杀。教师过于关注完成知识教学任务，担心让学生经历推理过程会浪费时间，从而让推理过程流于形式。

4. 教师的教学方式简单，替代学生思考。一些教师不以学生的视角审视教材、课堂，不关注其真实起点的对话生成，用讲代替学，用问代替思，代替学生进行思考，课堂封闭、单一。

三、儿童数学推理品质的内涵、价值及特点

(一) 儿童数学推理品质的意蕴理解

儿童的数学推理品质，是指儿童对于数学推理表现出的思维品性，包括发现问题的敏感度、主动推理的自觉性、推理步骤的清晰度、推理过程的逻辑性、推理方法的灵活性等。推理品质的提升能从整体上考量儿童对于推理规则的理解，唤醒儿童心中理性的规则意识。

(二) 培养儿童数学推理品质的价值认知

1. 体现着深层学习的需要。史料论证、案情论证、统计论证等都属于推理的范围。复杂

的信息需要甄别、判断、推理。无论是学习自然科学还是社会科学，都需要儿童具备推理品质，这体现着他们深层学习的需求。

2. 体现着核心素养的诉求。推理的实质就是发现，它是启迪思维和发展智慧的重要方法与手段，有助于培养学生的创新思维和实践能力，是核心素养的重要指标，能够助推数学思考维度的课程目标的达成。

3. 体现着学科本质的特点。数学本质是对客观世界抽象概括、建构模型、形成认知的过程，蕴含着联想、类比、归纳、猜测、实验等推理手段。推理基于旧知，指向新知，推动着人在数学方面的发展。

(三) 儿童数学推理认知的特点把握

儿童的数学推理有着不同于成人的特征，存在着明显的年级差异，随年级升高而逐步提升，运算推理的能力在五年级达到高峰，提出数学猜想的能力在四年级有一个飞跃。

1. 直接性。信息和顺序会在儿童脑中先形成“自然结构”，他们调整加工信息，对加工后的推理结构进行输出，表现出类似于直接猜想的过程。

2. 直觉性。儿童的推理认知具有典型的直觉性，不经过一步步仔细分析与推敲的过程就提出假设，可以看成一种非逻辑推理。

3. 具象化。儿童的思维以具体形象思维为主，尚不能完全脱离实物、图表等具象进行逻辑思考，推理认知具象化强于抽象化，推理时需要以具体形象和表象作为支撑。

4. 半逻辑化。儿童的推理认知理解与运用会经过直观形象推理，发展到介于直观形象推理与抽象逻辑推理之间的阶段，这是儿童推理认知的半逻辑化过程。

四、培养儿童数学推理品质的策略

(一) 催生推理意识——形成儿童数学推理品质发展的精神自觉

推理意识主要包括猜想、验证、分类研究、确定推理范围、推理信息梳理等方面。拥有推理意识，才能自觉主动地想到推理，把握时机适时推理，寻找路径合理推理。

1.推理原点创情境:后发儿童合理猜想。

问题情境是儿童主动学习的前提。情境创设应源于儿童的推理原点,贴合儿童的生活经验和认知基础,引发儿童猜测,使他们获得推理灵感,不让猜想变成推理教学的标签。例如:教学苏教版四下《平行和相交》时,可以先组织学生观察火车轨道、双杠、秋千架侧柱的共同点——不相交,再引导他们感知实物原型,抽象出两条直线,并想象它们永不相交的样子,从而概括出平行线的定义。让学生从现实生活原型中受到原理性启发,寻找生活原型和数学对象间的思维对接点,经历发现、猜想、归纳过程,有助于启发他们合理猜想。

2.推理支点搭支架:后发儿童直觉思考。

合情推理常用的方法是联想、想象,可以根据数学对象间的表面相似性进行从形式到形式的联想,也可以根据数学对象间的联系进行从内在到内在的联想。在儿童的“最近发展区”搭建推理支架,发展他们的思维。例如:教学苏教版五上《小数的意义》,教师借助米尺帮助学生直观认识一位(两位)小数表示十分之几(百分之几),让学生联想三位小数表示千分之几,然后追问:需要把1000份全部画出来吗?学生:画出来的话每一份太小了,看不清楚,只要在头脑中想就可以了。教师适时点拨:学习中有时并不需要把所有情况都表示出来,想象、推理同样能够帮助我们得到结果。美国认知心理学家奥苏伯尔的认知同化理论揭示出数学知识同化过程包含新旧知识建立上位联系、下位联系、联合意义。因此,教师要注重让儿童同化新知的上位概念、下位概念或相似概念,凭借直觉产生联想、想象。

3.推理生长点造冲突:启发儿童严谨求证。

一些教师教学时,在推理中重视猜想,却忽视举例验证,即使任举几个例子,也往往因缺少“类例子”的思考,致使儿童把猜想当成结论。教师应关注论证前提、范围,聚焦论证难点、生长点,适时制造冲突,培养儿童的推理品质。例如:在苏教版四下《加法交换律》举例环节,应引导学生关注不同类型的数、特殊数0

和1,规范验证过程记录格式。教学苏教版四下《加法结合律》一课,举例验证的生长点在于规律存在的前提条件变复杂,运算顺序发生变化,数、运算符号、三个加数的位置都没变。教师应聚焦生长点,引导学生体验不完全归纳验证过程的艰难,避免学生产生不需验证也可获得结论的错觉,有助于他们养成严谨求证的推理习惯。

(二)助长推理能力——把握儿童数学推理品质发展的方法建构

1.推理空间多维化:寻找合情与演绎的契合点。

美籍匈牙利数学家波利亚说:“我们靠合情推理为猜想提供依据,靠论证推理肯定数学知识。”合情推理是演绎推理的准备,演绎推理是合情推理的升华。例如:教学苏教版六上《长方体和正方体的认识》,学生通过比、量等操作,发现长方体的相对面相同,相对棱长度相等。教师启发学生:如果不动手操作,还能知道相对棱长度相等吗?学生依据已有经验做出推理:一组相对棱依次叫a、b、c、d,因长方形对边相等,故 $a=b$ 、 $b=c$ 、 $c=d$ 、 $d=a$,依据相等关系的传递性,可知 $a=b=c=d$,同理可证明长方体相对面完全相同。教学经历了从“直观几何”到“实验几何”再到“逻辑几何”的过程,学生获得了演绎推理体验,有效沟通了合情推理与演绎推理,有助于他们构建数学推理体系。

2.推理过程高效化:寻找几何与代数的融合点。

几何推理与代数推理贯穿整个小学阶段,是教学的重点,单一运用或两者结合都能帮助学生深入理解直观或抽象的数学问题。例如:教学苏教版四下《多边形内角和》,引导学生通过量、算、拼等方法发现四边形内角和是三角形的两倍后,教师启发:怎么会有这样的关系?能不能想办法让人一眼就看出来?学生对照图连对角线理解四边形内角和 $=180^\circ \times 2$ 的道理。五边形、六边形则直接让学生分一分、算一算,他们结合图形直观,发现规律并得出结论:多边形的内角和 $=180^\circ \times (\text{边数}-2)$ 。借助数学抽象

与几何直观进行归纳推理,用图形直观对公式的合理性进行解释,有助于推进学生对代数推理意义的理解。

3.推理个体统一化:寻找思维与语言的结合点。

语言是思维的外壳,数学语言直接影响儿童思维的发展。教师应重视推理语言训练,与推理思维有机结合,实现儿童语言外显与思维内隐的和谐统一。例如判断 25 是否是 3 的倍数,多数学生会说因为 2 加 5 等于 7,所以 25 不是 3 的倍数。教师应引导学生完整地表达:因为各个数位数字之和是 3 的倍数的数才是 3 的倍数,而 2 加 5 的和不是 3 的倍数,所以 25 不是 3 的倍数。儿童的推理具有直接性的特点,不能按照逻辑表达,应鼓励他们说清楚推理的依据、过程及结论。

(三)培育推理品质——培养儿童数学推理品质发展的深度思维

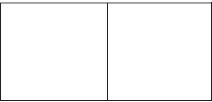
1.转换视角,灵活选择:延展推理路径。

教材基本从一个视角呈现推理过程,学生的思维难免局限、单一,教师应注意引导他们转换视角。例如教学苏教版四下《乘法交换律》,用不完全归纳得出结论后,可以引导学生结合长方形面积计算方法类比推理出同样的结论(如图 1)。有此渗透,学习“乘法分配律”时,学生也能自觉地拓宽思路,运用归纳、类比两种推理方法得出结论(如图 2)。



$S = a \times b = b \times a$

(图 1)



$S = a \times (b+c) = a \times b + a \times c$

(图 2)

2.隐性挖掘,因人而异:开发推理内容。

教师应关注儿童推理水平的差异性,关注不同学生的认知特点,对他们分层提出要求。例如苏教版五下《圆的面积》一课,教材只介绍了将圆剪拼成近似长方形的方法。课末可以设问:圆形还能转化成哪些图形?用课件动态演示将圆形剪拼成梯形的过程,让学生思考转

化成梯形后怎样推导圆的面积计算公式,为学有余力的学生提供更多营养。

3.整体把握,层级提升:递进推理水平。

教材体现出对不同年龄段学生的不同要求,教师要从整体上把握不同阶段的推理要求,形成推理层级序列。例如整体考量苏教版“分数的认识”的推理层级(如表 1),明确儿童推理品质发展的序列,能有效地弥合儿童的推理认知与学科体系间的断层,螺旋上升式地培养他们的推理品质。

表 1 苏教版“分数的认识”推理层级序列

年级	内容	推理层级
三年级上册	分数的初步认识(把一个物体平均分)	就一个数学事实,运用实物、图像、操作等直观推理,初步掌握不完全归纳。
三年级下册	分数的初步认识(把一个整体平均分)	感知一类数学事实,运用类比推理,培养运用不完全归纳推理的自觉性。
五年级下册	分数的意义和性质	在表征已有数学事实的基础上运用分类、抽象、概括,理解归纳推理。

综上所述,儿童推理品质的形成与发展不能一蹴而就,重要的是让他们用推理思想认识规律,用规则意识领悟数学,用理性精神创造世界。

【参考文献】

- [1] 吉智深.小学数学对于推理和证明的理解偏差[J].中小学教师培训,2012(6):49-50.
- [2] 朱希萍.例谈小学数学教学中推理能力的培养[J].小学数学教师,2014(6):52-54.

注:本文获 2017 年江苏省“教海探航”征文竞赛一等奖,有删改。