基于问题链视域下数学多元表征新探

吕 程[1] 朱秀梅[2]

(1. 南京师范大学附属中学新城小学，江苏南京 210014
2. 广西钦州学院教育学院，广西钦州 535000)

[摘 要] 数学多元表征的主要价值在于用多角度的表征形式去引导学生发现数学知识的本质. 多元表征的运用，需要调动学生多感官的认知因素去促进知识的理解. 以问题链作为数学课堂的教学形式，可以给多元表征的渗透创造新的平台，使多元表征进一步从理论走向实践.

[关键词] 多元表征; 问题链; 数学教学
[中图分类号] G623.5 [文献标识码] A [文章编号] 1671 - 1696(2012)03 - 0051 - 03

数学是一门集逻辑性、抽象性、语言形式化的一门思维学科. 在课堂上，一些看似很简单、生活中很常见的概念，一些数量关系并不复杂的问题，有时教师反复讲授多遍，可学生还是似懂非懂，最后老师没辙，只能强行让学生进行模仿，通过大量的机械训练来理解概念、解决问题. 这样的现实背景，要求教师将抽象的数学语言、数学问题形象化、视觉化、动觉化，多元表征理论应运而生. 文献综述表明，多元表征理论的研究，仍过多的停留在理论层面. 本研究试图以问题链作为数学多元表征运用的现实抓手，对多元表征进行更深层次的探究.

一、数学中的多元表征的内涵

表征是认知心理学中核心概念之一. Palme 的观点认为: 一般地，表征是指用某一种形式(物理的或心理的)，将一种事、物、想法、或知识重新表现出来[1]. 我国心理学者荆其诚先生认为表征指信息在心理活动中的表现和记载的方式[2]. 从本质上说，表征就是在认知对象不在的情况下，替代这个认知对象的任何符号或符号集. 这里的符号不是狭义上的数字符号，而是心理学领域的信息符号.

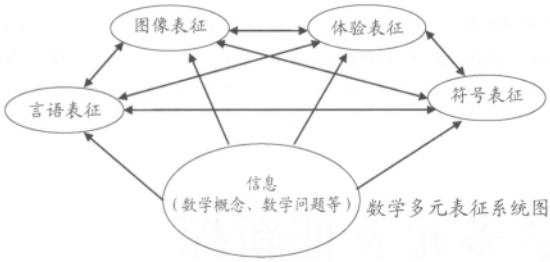
多元表征指的是，信息如数学概念或数学问题，通过心像码的建构过程，对信息进行编码和形成多种转译，从而形成对信息的多元化的表征. 数学表征主要有两种主流的分类方式. Alex 和 Michal 认为数学表征可以分为文字表征(verbal representation)、数字表征(numerical representation)、图形表征(graphical representation)和代数表征(algebraic representation)四类. 徐斌艳认为数学表征可以分为形式化表征、图像化表征、动作化表征和语言化表征四类[3].

笔者认为，数学表征主要分为符号表征、言语表征、图像表征和体验表征，后文将结合实例阐述. 比如，函数可以表征为简约的函数解析式，也可以利用表格进行表征，还可以用直观的函数图像的形式进行表征. 小学数学教学中，尤其是低年段，常常会用实物图形进行表征，如用下面的实物图形来表征数字 8.

笔者尝试建立了如下图所示的数学多元表征系统图:

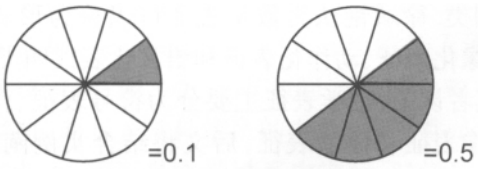
[收稿日期] 2012 - 03 - 28
[作者简介] 吕 程(1985 -)，男，江苏南京人，小教一级，硕士，研究方向: 中小学数学课堂教学研究.

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



数学多元表征系统图

对于一个数学概念或者数学问题，可以通过多元的形式来表征它. 每一种表征形式都是基于信息本质的基础上，经过信息系统的加工处理生成的. 不同的表征形式是为了对概念或者问题进行不同的解释，即从不同的角度、不同的视角对其本质进行视觉化或体验化的阐述. 不同形式的表征，不仅丰富了知识的内涵和外延，而且使每种表征形式之间相互补充、相互完善，使信息及其相关联的表征一起形成了一个表征系统，促进学生对数学本质的感悟. 例如，在教学一位小数比较大小的时候，可以从实际生活中的物品价格进行情境的创设，举出一个橡皮筋 0.1 元和一块橡皮 0.5 元，通过日常生活体验比大小得出 0.1 元小于 0.5 元，随即抽象出 0.1 小于 0.5，实现言语化的表征；也可以通过图像阴影部分的大小比较，更加直观形象的进行小数大小比较，即进行图像表征，这样，图形的展示对知识形成了一种视觉化的表征，结合本身的言语化表征的教学，大大提高了学生形成新的认知图式的进程，从而实现了课堂效益的优化.



二、问题链在数学多元表征运用可行性探究

1. 问题链应用于多元表征，给多元表征创造了新的平台

多元表征需要对数学知识或数学问题进行多角度的剖析，以多重形式进行表征；而问题链可以以“问题”为中心将课本知识归纳成各层次的具有系统性的“问题”，从不同角度，对概念或问题进行解释、追问，从而促进学生理解概念、解决问题，因此，问题链，给多元表征提供了一个很好的平台，可以很好地促进多元表征的教学实现.

2. 问题链应用于多元表征，有利于解决问题

正确的问题表征是解决问题的必要前提. 无论是解决生活中的数学问题，还是解决基于文字信息的数学问题，在处理时首先通过感应器去提取认识结构中相关联的已有信息对问题进行表征. 不同的表征方式往往在解决问题的时候，会有不同的效果. 数学问题具有复杂性和抽象性，所以在解决问题的时候，只用一种方式对问题进行表征，或是只表征了问题的某一方面，导致对问题的本质没有透析从而不能发现解决问题的关键. 通过多元化的表征方式，对问题进行不同角度的解释，更易于对问题核心的挖掘，使问题的本质得以凸显进而解决.

三、多元表征应用问题链的建议

1. 问题链的实施，要注重阶梯性和程序性

张卫东先生认为：问题链的设置首先应该反映数学知识的发生发展过程，又要考虑学生学习数学知识的认识活动过程[4]. 因此，问题链的设置要给学生以支架的作用，给学生提供固着点，让学生“有阶可上，步步登高”，最终达到教学目标. 具体而言，问题链的设置要循序渐进，层层推进，坡度逐级上升，要让学生的思维跟着问题链的难度发展，让学生的思考发生在最近发展区之内. 例如，一道解决问题：小红 12 岁，她的年龄比爷爷少 4 倍，问爷爷多少岁. 对于这个问题，如果仅仅从问题的字面出发，强调小红年龄比爷爷少四倍，反过来就是爷爷年龄比小红多 4 倍，接着多 4 倍就是小红年龄的 5 倍，学生也许能够列出算式，但可能有很多学生对此印象不深，理解不透. 三年级的学生，思维能力上处于具体运算阶段，仅仅通过言语对问题进行表征，效果不佳. 此时，可以鼓励学生能够借助图像表征，启发引导学生运用爷爷和小红年龄的线段图. 图像表征可以更直观、更形象地表达问题中的数量关系，避免了言语表征复杂的逻辑关系. 但是在教学本课的时候，学生是刚刚接触线段图的认识，对这种视觉化表征方式的理解和运用都不足. 所以可以利用问题链的方式，将本题进行样例的变式. 如，可有如下变式题组：

①小红 12 岁，妈妈的年龄是她的 3 倍还多 2 岁，问妈妈多少岁？

②小红 12 岁，爸爸年龄的年龄比他多的 3 倍，问爸爸和小红一共多少岁？

③小红 12 岁，她的年龄比爷爷少 5 倍，问爷爷多少岁？

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

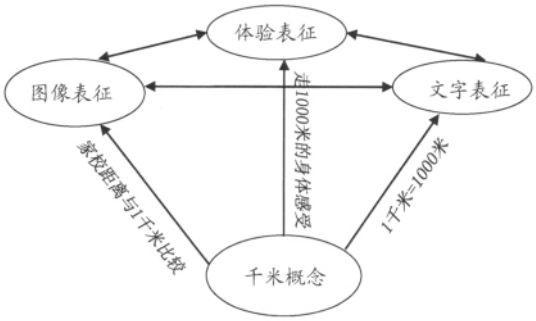
运用问题链的方式更加遵循了三年级儿童的认知发展规律，此外算术问题的图形化也体现了“数形结合”思想.

2. 问题链的实施，要具有方向性和策略性

李三平先生认为：问题链的方法是以问题为主线，以提出问题—解决问题—再发现问题为全过程的，具有收敛性的教学方法[5]. 收敛性要求，问题链的设置具有方向性和策略性. 在学生进行自主探究的时候，往往会出现这样一种情景：学生在下面操作的不亦乐乎，各个忙的风风火火，可是等到汇报的时候，却发现汇报的结果有时与探究的主题无关或相距甚远. 究其来由是因为教师在设置问题链的时候，缺乏了方向的指明和策略的提示. 探究教学可以时使学生形成探究问题的意识，但是光有探究意识并不一定能达成预设的教学目标，需要给学生以明确的方向指引和策略帮助. 有了明确的方向，学生才能在探究的过程中不偏离研究轨道；有了正确的策略提示，学生才能在探究的过程中不盲目尝试而迅速简约的达成探究目标. 所以，设置问题链时，要紧紧围绕多元表征的核心主题，明确方向和策略，激活原有知识并使新旧知识发生交互性联系，以便学生达到探究目标的基础上，形成良好的图式.

3. 问题链的实施，要使多元表征最优化

根据教育心理学理论，当学习新知识的时候，学习者首先要对知识内容进行表征. 如果新知识内容和原有的认知结构没有矛盾，学习者可以通过同化的方式将新知识纳入原有的认知结构中. 当新知识与原有认知结构存在一定的差异或较少联系的时候，无法通过同化将新知吸纳，学习者在对新知识进行表征的时候就表现得比较困难，需要重组和改造原有的认识结构才能获得新知，对于此类新知的学习，宜采用多元化表征的方法对问题和概念进行解释. 追寻多元化的表征，需要教师对知识的本质内涵进行深刻的研究，运用开放性的思维开发出多样化的表征方式. 例如，认识千米的教学时，学生进行选择单位填空时常会出现错误，这说明学生对千米的认识不足. 日常教学中，教师一般通过学校跑道的圈数以及百米赛跑圈数与 1 千米的关系，建立 1 千米等于 1000 米的等式. 由于千米离学生日常生活经验较远，以单一的言语化表征以及符号表征，还不足以使得所有学生对“千米”概念留下深刻的印记. 根据多元表征理论，笔者对本节内容做了如下设计：课前先让学生走一走一千米的路程并记录所走的时间，当笔者展出学生在行走一千米时的照片，唤醒学生走一千米时内在的身体感受，如学生回答“很累”，“腿酸了”，“出了好多汗”等等，这就是笔者提到的对概念的体验化表征，是一种内隐形式的表征. 此外展示学校附近的地图，标出学校到某处一千米的参照物，以此再让学生看地图感受自己家与学校距离是否有一千米，通过视觉化表征来进一步认识千米，巩固新的概念. 结合以上两种表征，教师再通过言语化的表征讨论 1 千米与 1000 米之间的关系. 本内容的多元表征方式如图所示，三种不同的概念表征形式共同渗透于教学过程中，利用多感官的刺激，激发学生内心体验的同时，真正从本质上建构新的知识.



开发新的表征方式时，可以将知识内涵与有关实际生活紧密的联系起来，或者试图联系过去的知识，但是需要注意的是，探寻表征时，思维一定要发散，尽量通过图形图像等视觉化的方式直观去表征，这样更便于学生对新知的习得.

[参 考 文 献]

[1] Ainsworth，& Loizou. A. T.（2003）. The effects of self-explaining when learning with text or diagrams. Cognitive Science，27（4）.

[2] 荆其诚. 简明心理学百科全书 [M]. 长沙：湖南教育出版社，1991.

[3] 徐斌艳. 数学教育展望 [M]. 上海：华东师范大学出版社，2001.

[4] 张卫东. 创设问题链培养数学探究能力的实践与认识 [J]. 中学数学研究，2006，（5）.

[5] 李三平. 关于数学思维 [J]. 数学教育学报，1996，（1）.

（责任编辑 章 飞）

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net